5.5-Caminhos críticos.

(Projetos, Tarefas, caminho crítico.)

Caminhos críticos.

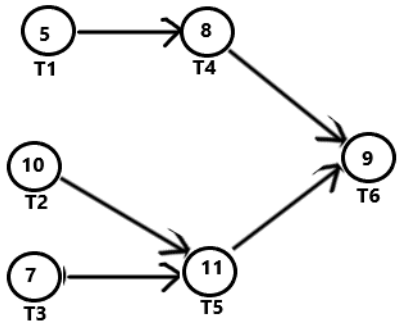
Aqui pretendemos usar os grafos para planear a concretização de um projeto composto por várias tarefas. Normalmente há tarefas que dependem de outras, o que obriga a respeitar as precedências.

Caminho crítico é a sequência de tarefas de maior duração de entre todas as possíveis sequências de um trabalho ou projeto. A sua duração corresponde ao menor tempo de conclusão do trabalho ou projeto.

Exemplo Projeto e Caminho crítico.

Um projeto envolve seis tarefas T1, …, T6, com as durações, em dias, e as precedências indicadas no grafo seguinte:

Qual o menor tempo necessário para que o projeto fique concluído?



Reparemos que T1, T2 e T3 podem começar ao mesmo tempo.

T4 começa ao fim de 5 dias e demora 8 dias, pelo que estará concluída ao fim de 13 dias.

T5 começa ao fim de 10 dias e demora 11 dias, pelo que estará concluída ao fim de 21 dias.

Repare que T5 também depende de T3, mas T3 demora menos que T2, que é realizado em simultâneo.

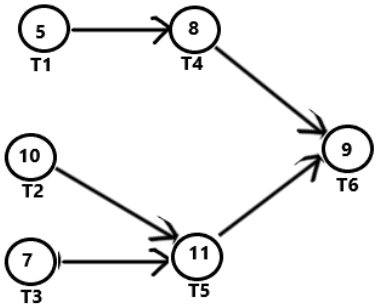
T6 Começa ao fim de 21 dias e demora 9 dias, pelo que estará concluída ao fim de 30 dias.

Repare que T6 também depende de T4, mas este demora menos tempo que T5 para estar terminando.

Ao fim de 30 dias, todas as tarefas estarão concluídas. O projeto ficará concluído ao fim de 30 dias.

T2→ T5→ T6 (caminho crítico) 10+11+9=30

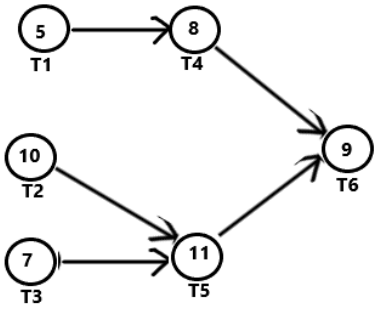
Uma forma mais prática para encontrar o caminho crítico consiste em identificar todas as **sequências** e as respetivas durações. Neste caso, olhando para o grafo,



Sequências	Tempos:
T1-T4-T6	5+8+9=22
T2-T5-T6	10+11+9=30
T3-T5-T6	7+11+9=27

A sequência que corresponde ao valor mais alto corresponde ao caminho crítico, de onde podemos concluir que o caminho crítico é T2-T5-T6 e o tempo é 30.

Retomando o grafo:



Também podemos apresentar a informação do grafo anterior através da tabela

Tarefas	Tempo (dias)	Dependências (ou precedências)
T1	5	Nenhuma
T2	10	Nenhuma
T3	7	Nenhuma
T4	8	T1
T5	11	T2 e T3
T6	9	T4 e T5

Exemplo

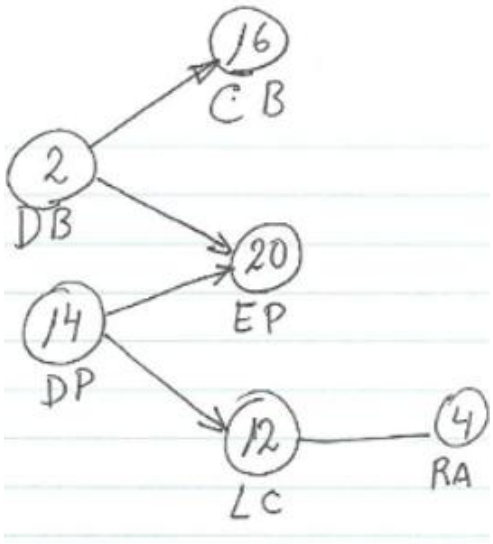
O diretor de operações de terra da companhia de aviação ASA5 fez a lista das tarefas efetuadas entre a aterragem de um certo avião e uma nova descolagem.

A tabela seguinte apresenta o tempo necessário para concretizar cada tarefa (Duração) e, quando existem, as tarefas que devem ser previamente concluídas (tarefas precedentes).

Tarefa	Duração (em minutos)	Tarefas precedentes
Carregamento da bagagem (CB)	16	Descarga de bagagem (DB)
Descarga de bagagem (DB)	2	---------
Desembarque de passageiros (DP)	14	----------
Embarque de passageiros (EP)	20	Desembarque de passageiros (DP) e Descarga de bagagem (DB)
Limpeza de cabine (LC)	12	Desembarque de passageiros (DP)
Reabastecimento alimentar (RA)	4	Limpeza de cabine. (LC)

Há tarefas que se podem realizar em simultâneo, por exemplo, enquanto decorre o desembarque de passageiros (DP), pode estar a realizar-se a descarga de bagagem (DB). Determine o tempo mínimo, em minutos, necessários para realizar todas as tarefas que antecedem uma nova descolagem desse avião da ASA5, nas condições previstas na tabela. Apresente também o grafo correspondente e o caminho crítico.

Resolução:



Até tudo concluído. Todas as sequências:

DB→ CB 2+16=18 DB → EP 2+20=22 DP → EP 14+20=34

DP→ LC→ RA 14+12+4 = 30 Caminho crítico: DP → EP Tempo 34

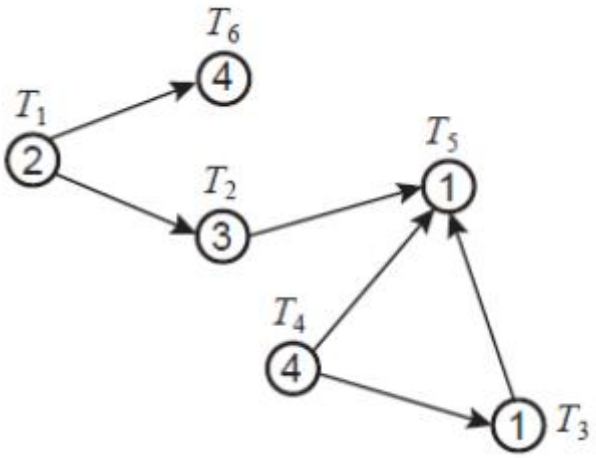
O tempo mínimo para realizar todas as tarefas é 34 minutos.

Exemplo:

Para preparar as férias, o Edgar tem de concretizar seis tarefas, T1, T2, T3, T4, T5 e T6 . Como algumas destas tarefas só podem ter início depois de outras tarefas já terem sido concluídas, o Edgar organizou a informação num grafo orientado.

Na Figura abaixo, apresenta-se esse grafo, cujos vértices representam as tarefas, ao passo que as arestas representam as suas precedências.

Apresenta-se, ainda, o número de dias necessário à concretização da respetiva tarefa.



Para podermos garantir que todas as tarefas ficam concluídas, consideremos as sequências:

T1-T6(2+4=6) ou

T1-T2-T5 (2+3+1=6) ou

T4-T3-T5 (4+1+1=6).

Em qualquer dos casos, corresponde a uma duração total de 6.
Repare que, neste exemplo, a tarefa T4 não tem qualquer dependência, apesar de estar colocada mais à direita do que T1

Nota: *O exemplo que se segue não é tão direto como os anteriores. Pressupõe alguns raciocínios interessantes na sua resolução.*

Exemplo

Para a execução de um determinado projeto são necessárias 8 tarefas T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7 e T8.
Sabemos que T1, T2 e T3 não têm qualquer dependência; T4 depende de T1 e de T2;

T6 depende de T1, T2 e T3; T5 depende de T4 e de T6; T7 depende de T4 e de T6.

T8 depende de T5 e de T7.

A duração (em dias) de T1 é 18. A duração de T2 é 8 e a duração de T3 é 10.

T7 demora mais um dia do que T5.

T6 demora mais um dia do que T4.

T6 demora mais 5 dias do que T7

Sabemos que a soma das durações de T4 e T5 é 29 dias.

Sabemos ainda que o tempo mínimo para concluir o projeto é 60 dias.

Apresente o dígrafo correspondente e determine a duração das tarefas T4, T5, T6, T7 e T8. Apresente todos os cálculos e/ou justificações. Se apenas apresentar o resultado sem qualquer justificação, será considerado errado.

Resolução:

