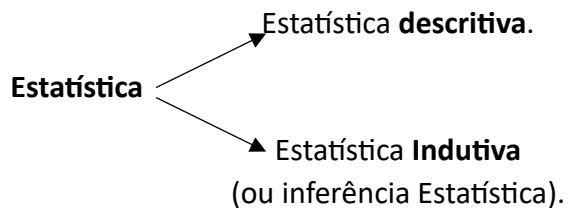


3.1-Noções básicas, tabelas e gráficos.

(Noções gerais e Interpretação de tabelas e gráficos, Tabelas de frequências;
Gráficos estatísticos-Caule e folhas, circulares, pictogramas, barras, histogramas.)

Introdução.



A **Estatística Descritiva** envolve métodos de recolha, organização e apresentação dos dados, procurando descrever as características principais de uma amostra.

Exemplo: Estudar as alturas dos alunos de uma escola. Conhecer os mais altos, os mais baixos, a média, separar as alturas das raparigas das alturas dos rapazes, etc

A **Estatística Indutiva** tem por finalidade inferir para uma população, as propriedades verificadas na amostra.

Exemplo:

Quando estamos próximo de umas eleições, é costume recolhermos uma amostra de eleitores, isto é, apenas uma parte dos eleitores, e fazemos um estudo para sabermos antecipadamente quais são as intenções de voto. A partir dessa amostra, estimamos valores para toda a população.

Nota: A Estatística Indutiva ou Inferência Estatística será aprofundada no 11º ano.

Estudo estatístico (fases)

1ª fase — Identificação do objeto do estudo estatístico. Nesta fase decide-se qual o objeto no nosso estudo e a variável ou variáveis a estudar.

Exemplo: alturas dos alunos da Escola M.

2ª fase — Recolha de dados: Esta recolha pode ser realizada através de inquéritos, observações, consulta de documentos ou entrevistas (por exemplo, telefónicas).

Exemplo: Medir as alturas dos alunos da Escola M.

3ª fase — Organização e apresentação de dados: Consiste em reduzir os dados obtidos e organizá-los em tabelas e/ou gráficos.

Exemplo: Pegar nas alturas recolhidas na fase anterior e organizar os seus valores em gráficos e tabelas e também calcular a média e outras medidas que nos pareçam relevantes.

4ª fase — Análise e interpretação de resultados: É a fase em que se obtém as conclusões relativamente ao objetivo que nos havíamos proposto estudar.

Exemplo:

A partir da fase anterior, tirar conclusões tais como: “o aluno mais alto mede...”; “o aluno mais baixo mede...”; “a média de todas as alturas é...”; “a comparação entre a média das alturas dos rapazes e a média das alturas das raparigas”; etc.

População ou universo estatístico é um conjunto de elementos, que podem ser pessoas, animais, resultados experimentais, etc. , com pelo menos uma característica comum, que se pretende analisar.

Ex: alunos de uma Escola.

Variável ou caráter estatístico é uma característica ou propriedade da população em estudo à qual se possa atribuir um número ou uma categoria.

Ex: altura de cada aluno.

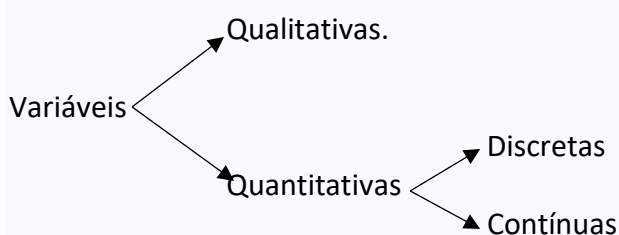
Unidade estatística é cada um dos elementos da população.

Exemplo: cada um dos alunos.

Efetivo ou **dimensão da população** é o número de elementos da população.

Amostra é um subconjunto finito da população.

Censo é um estudo estatístico que incide sobre todos os elementos de uma população.
Sondagem é um estudo estatístico em que se utiliza apenas uma amostra da população.



Qualitativas – são atributos que, por se relacionarem com qualidades, não se podem traduzir numericamente.

Por **exemplo**, a cor dos olhos, a profissão, o sexo e a nacionalidade.

Quantitativas – são atributos que se podem traduzir numericamente, quer através de uma contagem, quer através de uma medição.

Por **exemplo**, a duração de um tema musical, a distância de casa à escola e o número de irmãos.

Dentro das variáveis quantitativas podemos distinguir:

Discretas – a variável só toma valores isolados.

Por **exemplo**, o número de irmãos e o número de mensagens recebidas por dia.

Contínuas – a variável toma qualquer valor de um dado intervalo.

Por **exemplo**, a altura exata e a temperatura exata.

Interpretação de tabelas e gráficos.

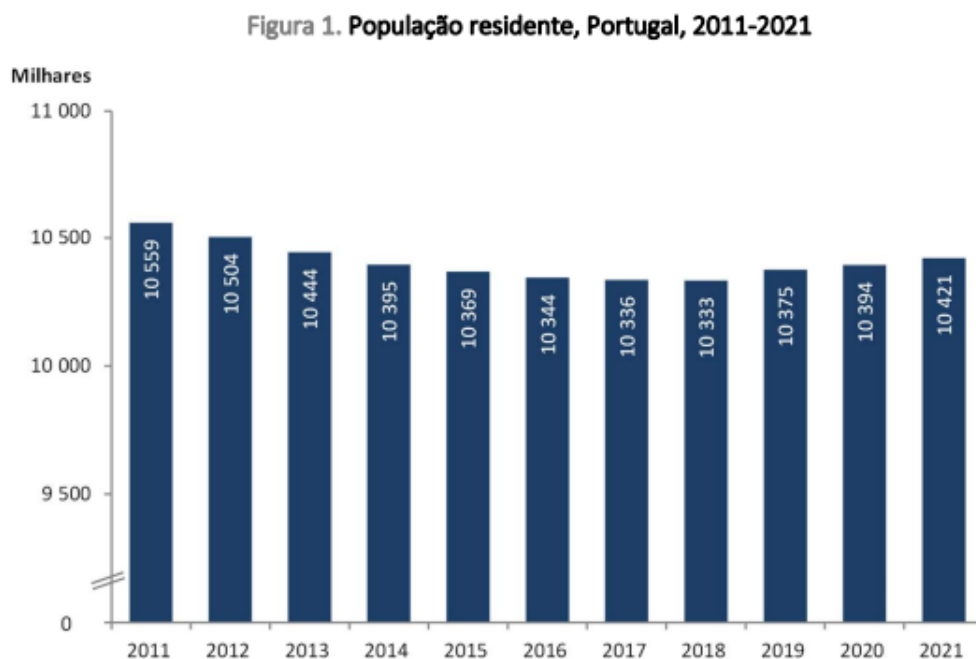
Vejamos alguns dados que nos parecem significativos acerca das estatísticas do nosso país:

Exemplo 1

Evolução da população portuguesa entre 2011 e 2021.

Vamos interpretar a informação apresentada e tirar algumas conclusões.

Fonte: INE:



Fonte: INE, Estimativas anuais de população residente e Indicadores Demográficos.

Devemos começar por observar que os valores estão em milhares, logo, em 2021 a população era de aproximadamente $10421 \times 1000 = 10\,421\,000$.

Podemos ver ainda que, entre 2011 e 2021, temos $10421 - 10559 = -138$.

Houve uma diminuição de 138 milhares de habitantes.

Em termos percentuais,

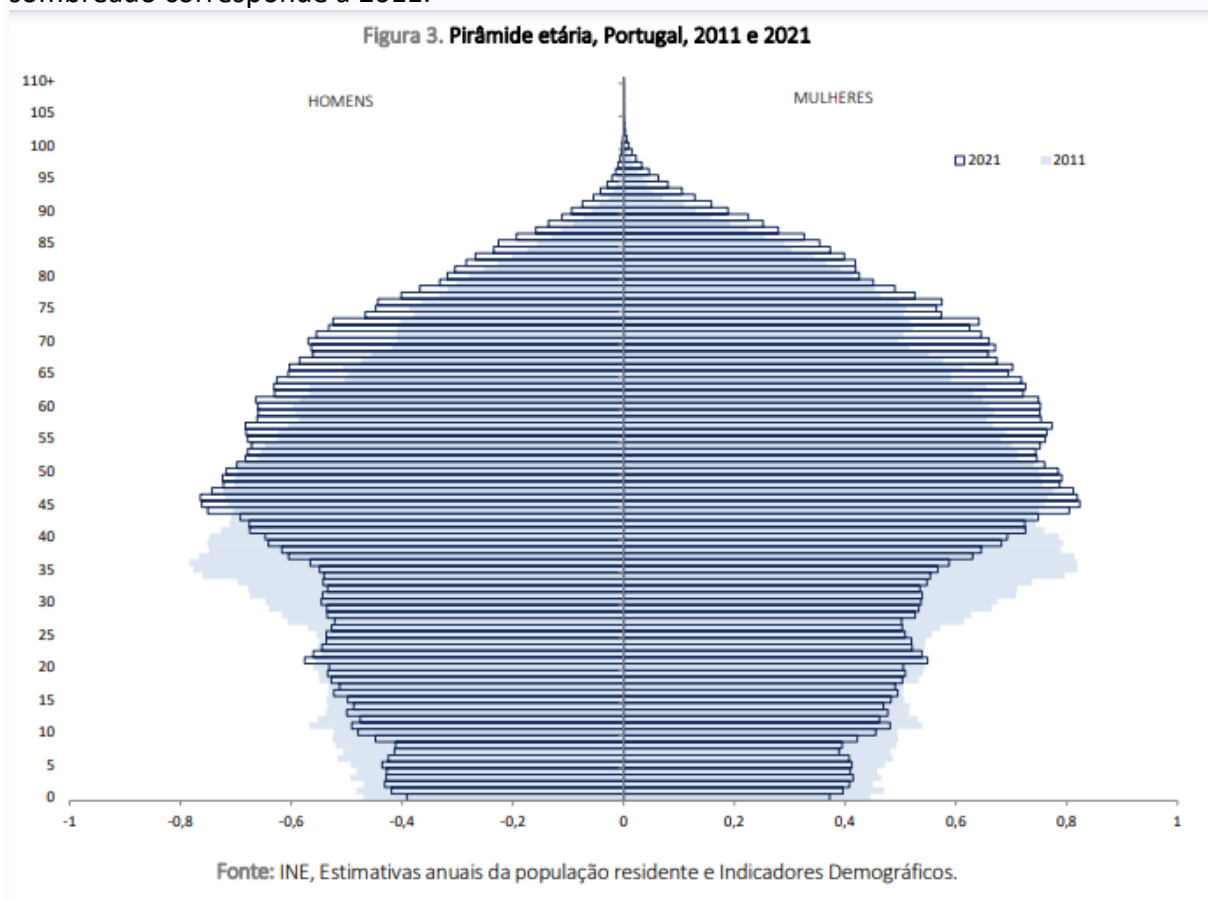
$$\frac{138}{10559} \times 100\% \approx 1.31\%$$

corresponde a uma diminuição de 1.31%. Isto revela que as alterações existem, mas não são muito significativas.

Exemplo 2

Pirâmide etária em Portugal 2011/ 2021.

Observe com muita atenção a legenda. O traço mais visível corresponde a 2021 e o sombreado corresponde a 2011.



Nota-se que a faixa mais populosa era em 2011 próxima dos 35 anos e em 2021 passou a ser a dos 45 anos.

Podemos ver ainda que as idades mais jovens, abaixo de 20 anos têm pouca população, apenas equiparada aos habitantes com mais de 60.

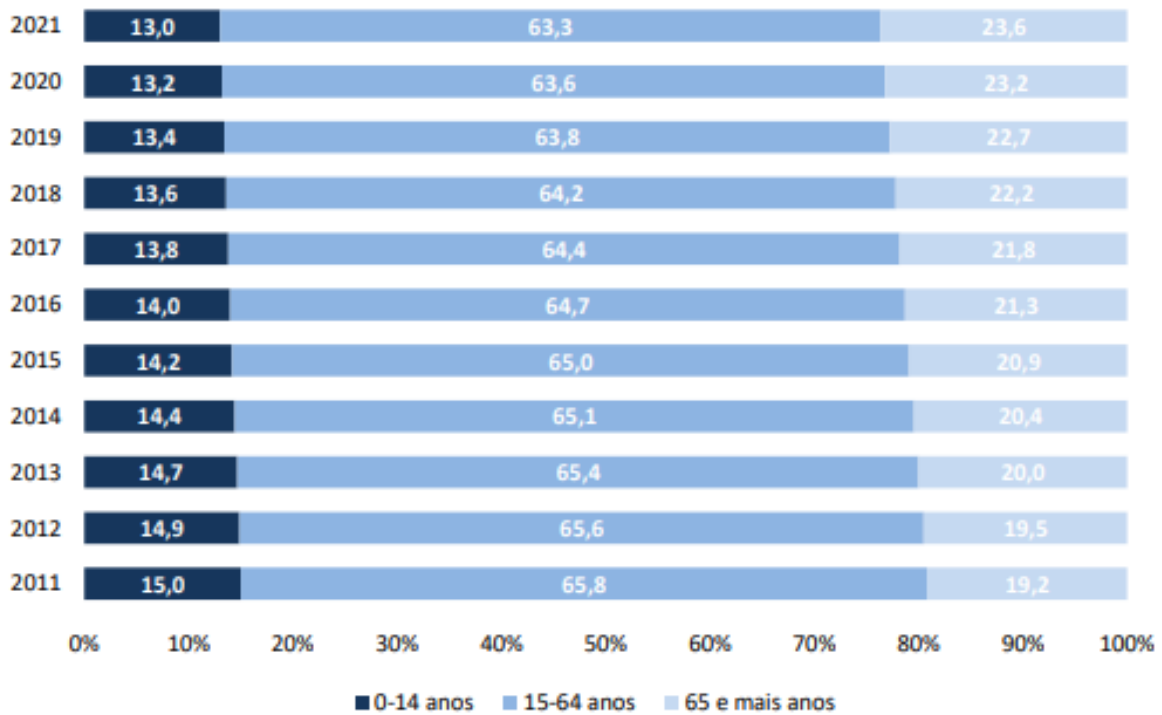
Podemos ainda observar que, a partir dos 70 anos, há claramente mais mulheres do que homens.

Sugestão: tire outras conclusões que lhe pareçam pertinentes.

Exemplo 3

Comparações de 3 faixas etárias: 0-14 anos, 15-64 anos e 65 ou mais anos.

Figura 4. Distribuição da população por grupos etários (%), Portugal, 2011-2021



Fonte: INE, Estimativas anuais de população residente e Indicadores Demográficos.

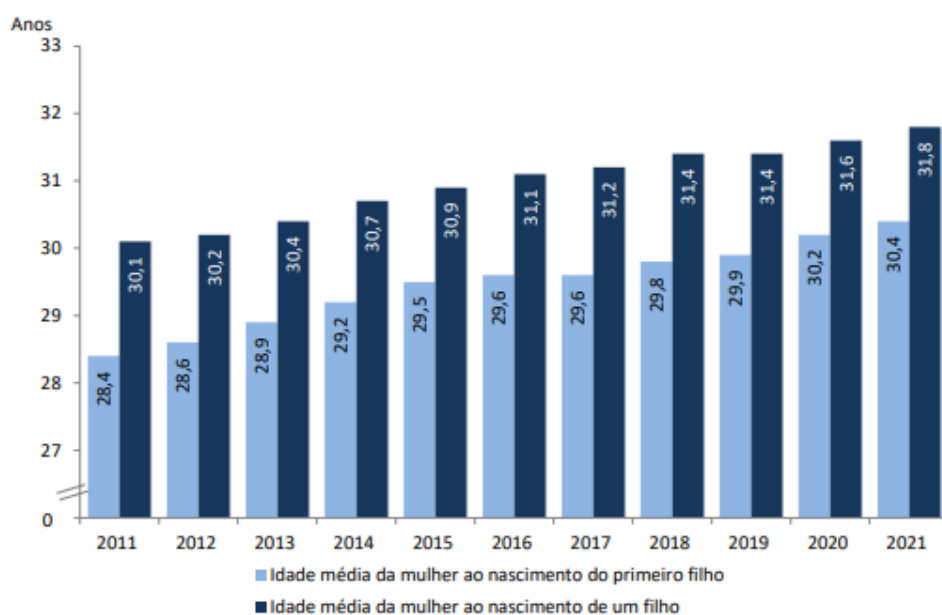
Ao longo dos anos, a faixa mais jovem(0-14) tem vindo a diminuir e a faixa dos mais idosos (65ou mais), tem vindo a aumentar.

Exemplo 4

A idade média das mulheres que têm o seu primeiro filho era, em 2011 de 28.4 anos e, em 2021 passou para 30.4, como podemos ver no gráfico que se segue (a azul-claro).

Consulte a legenda. Podemos constatar que, ao longo dos anos, as mulheres têm o seu primeiro filho cada vez mais tarde. E de um modo mais geral, as idades das mães tem vindo a aumentar(a azul-escuro).

Figura 8. Idade média das mulheres ao nascimento de um filho e do primeiro filho (anos), Portugal, 2011-2021

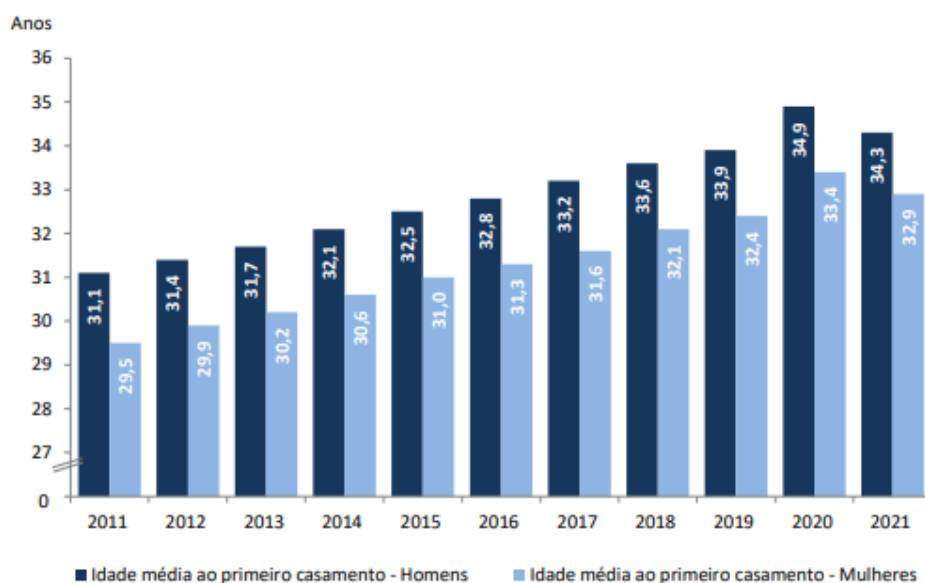


Fonte: INE, Indicadores Demográficos.

Exemplo 5

As idades das pessoas no seu primeiro casamento têm vindo a aumentar em Portugal. Em particular, a idade média dos homens aquando do seu primeiro casamento era em 2011 de 31.1 anos (a azul-escuro) e a das mulheres era de 29.5 anos(a azul-claro). Em 2021, estes valores subiram para ambos os sexos. Podemos obter outras conclusões a partir do gráfico abaixo.

Figura 13. Idade média ao primeiro casamento (anos) por sexo, Portugal, 2011-2021



Fonte: INE, Indicadores Demográficos.

em www.ine.pt

Exemplo 6 (Dados: PORDATA.)

A tabela seguinte indica o número de alunos a frequentarem o ensino secundários em Portugal entre 2014 e 2023:

Ano	
2023	394.964
2022	397.100
2021	393.689
2020	393.340
2019	399.386
2018	401.050
2017	399.775
2016	391.538
2015	393.618
2014	385.210

Podemos constatar que existem oscilações entre os valores.

Por exemplo, entre 2014 e 2015 houve um aumento, mas entre 2015 e 2016 diminuiu.

O ano 2018 registou o valor mais alto.

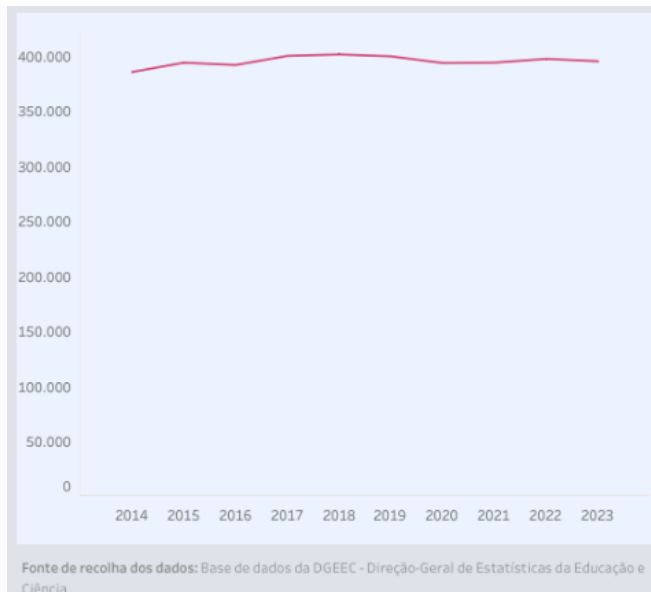
Estas alterações não são significativas.

Por exemplo, determinemos o aumento, em percentagem, entre 2021 e 2022:

$$\frac{397100 - 393689}{393689} \times 100\% \approx 0.8\%.$$

Existiu um aumento entre 2021 e 2022, mas foi pouco significativo.

O respetivo gráfico mostra a pouca variação entre 2014 e 2023



Sugestão: Para mais informações, consulte

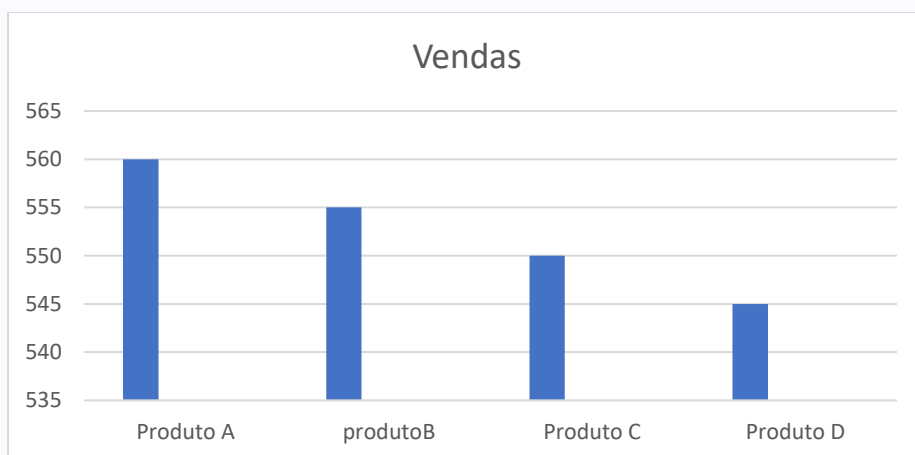
<https://www.pordata.pt/pt>

Mentir com a estatística.

Nota: Por vezes, a forma como apresentamos a informação pode induzir o leitor em erro. Essa situação pode acontecer por mero lapso, ou de forma intencional, para iludir o leitor.

Exemplo 1

Observemos uma tabela as vendas de quatro produtos A, B, C e C: Repare que as diferenças entre as vendas são muito pequenas. As diferenças, em termos percentuais entre A e B são inferiores a 1%, mas, se apresentarmos o gráfico da seguinte forma:	Produto A	560
	ProdutoB	555
	Produto C	550
	Produto D	545

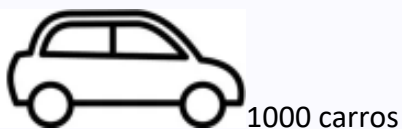


Parecem diferenças muito significativas.

Repare que este gráfico não começa no zero, começa em 535, e deste modo apresenta uma imagem matematicamente distorcida da realidade.

Exemplo 2

Se numa vila, em 1980 existiam em circulação 500 carros e em 2020 passassem a existir 1000 carros, e se representarmos por um desenho parecido, mas com o dobro do comprimento e o dobro da largura:



O desenho sugere um aumento muito maior do que aquele que se verificou na realidade. Por outro lado, o facto de se terem passado 40 anos, também tem de ser levado em conta, para evitar conclusões precipitadas.

Exemplo 3

Por vezes, surgem notícias do tipo:

“O partido A teve um aumento de 100% no número de deputados.”

Por vezes, pode significar apenas que, inicialmente tinha “1” deputado, embora tivesse um número de votos que lhe permitisse estar próximo de obter o segundo deputado.

Numa outra eleição, tendo obtido um ligeiro aumento no número de votos obtidos, por exemplo um aumento de 5% dos votos, podia chegar aos 2 deputados. Repare que este aumento de 100% no número de deputados é verdadeiro, mas não corresponde a um aumento muito significativo do número de votos.

Exemplo 4

Por vezes aparecem notícias com títulos tais como

“Ordenado médio real sobe 66% em Portugal.”

e, só algumas linhas depois e com letras muito pequenas é esclarecido que foi ao longo de 50 anos.

Planeamento e aquisição de dados.

Tipologias de estudos estatísticos:

Censo ou **recenseamento** é um estudo estatístico que incide sobre todos os elementos de uma população.

Sondagem é um estudo estatístico em que se utiliza apenas uma amostra da população.

Nota: Dado que a população tem todos os elementos, as amostras só são utilizadas quando não é viável ou não é prático usar todos os elementos da população.

Exemplo

Suponha que tem um grupo de 1 000 pessoas e precisava escolher aleatoriamente um grupo de 50 para formar uma amostra. Uma possibilidade era escrever os mil nomes em papélinhos, misturá-los cuidadosamente e retirar 50 de forma aleatória.

Outro modo mais prático seria numerar todas essas 1000 pessoas de 1 a 1000 e pedir ao computador ou à calculadora gráfica para gerar 50 números aleatórios entre 1 e 1000.

CG: Gerar aleatoriamente 50 números inteiros entre 1 e 1000

O comando fundamental é "random".

Casio:

Tecla **OPTN**/ PROB/RAND/Int.

RanInt#(1,1000,50)

Texas:

Tecla **MATH**/ PROB/randInt (inteiro)

randint(1, 1000, 50) ou introduzir por esta ordem...

Nota: Os métodos de amostragem serão estudados no 11º ano.

Tabelas de frequências.

Frequência **absoluta**. (f_i) de um valor da variável é o número de vezes que esse valor ocorre nos dados.

Frequência **relativa**. (fr_i) de um valor da variável é o quociente entre a sua frequência absoluta e o número total de dados.

Exemplo

Consideremos as idades dos alunos de uma escola do 2º ciclo, com 200 alunos em que 5 alunos têm 9 anos, 75 alunos têm 10 anos, 70 alunos têm 11 anos, 40 alunos têm 12 anos e 10 alunos têm 13 anos.

A tabela da **frequência absoluta (f)** é dada por:

Idade	f
9	5
10	75
11	70
12	40
13	10
Total:	200

Para calcularmos a **frequência relativa (fr)**, basta dividir a frequência absoluta pelo número total.

Por exemplo, para 9 anos são 5 alunos, fazemos $5/200 = 0.025$. Se quisermos convertermos em porcentagem basta multiplicar por 100, $0.025 \times 100 = 2.5$, isto é, 2.5%.

Pode ser mais prático fazer as contas de uma vez:

$$\text{"9 anos"} \quad \frac{5}{200} \times 100\% = 2.5\%$$

$$\text{"10 anos"} \quad \frac{75}{200} \times 100\% = 37.5\%$$

$$\text{"11 anos"} \quad \frac{70}{200} \times 100\% = 35\%$$

$$\text{"12 anos"} \quad \frac{40}{200} \times 100\% = 20\%$$

$$\text{"13 anos"} \quad \frac{10}{200} \times 100\% = 5\%$$

Obtemos:

Idade	f	$fr(\%)$
9	5	2.5%
10	75	37.5%
11	70	35%
12	40	20%
13	10	5%
Total:	200	100%

Frequência absoluta acumulada (F_i) de um valor da variável é a soma das frequências absolutas simples correspondentes aos valores inferiores ou iguais ao valor da variável dado.

Exemplo:

No exemplo anterior, a frequência absoluta acumulada, F , seria calculada a partir da frequência absoluta f .

Para a idade de 9 anos, o valor é o mesmo. Para 10 anos, será $5+75=80$, e assim sucessivamente:

Idade	f	F
9	5	5
10	75	$5+75=80$
11	70	$80+70=150$
12	40	$150+40=190$
13	10	$190+10=200$
Total:	200	-----

Repare que, na última classe a frequência acumulada é igual ao número total, 200.

Frequência relativa acumulada (Fr_i) de um valor da variável é a soma das frequências relativas simples correspondentes aos valores inferiores ou iguais ao valor da variável dado.

Exemplo

Retomando os exemplos anteriores, a frequência relativa acumulada, **Fr(%)** resulta de acumular as frequências relativas simples.

Idade	<i>fr(%)</i>	<i>Fr(%)</i>
9	2.5%	2.5%
10	37.5%	2.5%+37.5%=40%
11	35%	40%+35%=75%
12	20	75%+20%=95%
13	5%	95%+5%=100%
Total:	100%	-----

Repare que, na última classe a frequência relativa acumulada é igual a 100%.

Nota: outra forma seria pegar nas frequências absolutas acumuladas e dividir pelo total de elementos(200).

A tabela completa das frequências ficará:

Idade	<i>f</i>	<i>F</i>	<i>fr(%)</i>	<i>Fr(%)</i>
9	5	5	2.5%	2.5%
10	75	80	37.5%	40%
11	70	150	35%	75%
12	40	190	20	95%
13	10	200	5%	100%
Total:	200	-----	100%	-----

Tabelas de frequências na calculadora gráfica.

Nota: Podemos usar a calculadora gráfica para ajudar a construir a tabela de frequências de forma mais rápida:

Calculadora gráfica: Tabelas de frequências.

Vamos usar listas da estatística.

Na lista 1, colocamos os valores da variável: 9; 10; 11;(…)

Na lista 2, colocamos as frequências absolutas: 5; 75; 70;(…)

Lista 3-Frequências absolutas acumuladas.

Lista 4- Frequências relativas.

Lista 5- Frequências relativas acumuladas.

Casio:

Na lista1, na linha “SUB” pode escrever XI e na lista 2 “FA”.

Para a lista 3, vamos colocar o cursor sobre “List3” e OPTN, LIST, e procurar até encontrar

Cumul. Depois, completamos:

Cumul List 2 (EXE).

Para a lista 4, vamos colocar o cursor sobre “List4” e OPTN, LIST, e procurar até encontrar

“%”. Depois, completamos:

Percent List 2 (EXE).

Para a lista 5, vamos colocar o cursor sobre “List 5” e OPTN, LIST, e procurar até encontrar

Cumul. Depois, completamos: Cumul List 4 (EXE).

Texas:

Comece por completar as duas primeiras listas com os valores da variável e as frequências absolutas respetivamente.

Para obter as frequências absolutas acumuladas:

Coloque o cursor sobre L3 e: |2nd |STAT | OPS|6-cumSum

(ou soma cumulativa)

L3=cumSum(L2) (enter)

Para obter as percentagens, pode colocar o cursor sobre L4 e $L4=(L2/200)*100$

Para L5, repita o procedimentos cumulativo, aplicado a L4.

TNspire

procure em:

<https://pedronoia.net/nspire10.htm>

ou, especificamente:

<https://pedronoia.net/nspire/10li102ex1.pdf>

Nota: Não é costume construir tabelas com frequências **acumuladas**, para variáveis qualitativas, exceto se estas tiverem alguma ordenação implícita.

Exemplo: Ensino pré escolar-Básico 1º ciclo-Básico 2º ciclo- Básico 3º ciclo- Secundário-Superior. Neste caso, quando acumulamos interpretamos como “alunos que frequentam um determinado nível, ou algum nível abaixo”.

Se forem variáveis tais como “cor do olhos”, não faz sentido acumular.

Dados agrupados em classes.

Questão: Se tivermos uma variedade muito grande de valores, é costume agruparmos em classes para podermos estudar convenientemente os dados.

Exemplo

Imagine, que estávamos num centro comercial e que estávamos a estudar as idades de todas as pessoas presentes. Suponha que existia uma variedade de idades, que correspondia a mais de 70 idades diferentes.

Não seria prático apresentar uma tabela com mais de 70 classes diferentes, nem desenhar um gráfico com mais de 70 barras.

Seria mais prudente agrupar, por exemplo em classes de 10 anos, do tipo [1, 10[; [10, 20[; ... [70, 80[... e indicar quantos elementos caberiam em cada classe.

Questão: Em quantas classes devemos dividir?

Sugestão: uma regra prática e mito utilizada e a que se segue.

Regra: “ Número de classes”

Para uma amostra de dimensão n , o número de classes a considerar é k , onde k é o menor número inteiro tal que $2^k > n$.

Exemplo

Se tivéssemos um grupo com 62 elementos, e quiséssemos descobrir qual o número de classes a subdividir, podíamos experimentar potências de 2, até ultrapassar o 62.

$$2^0 = 1; \quad 2^1 = 2; \quad 2^2 = 4; \quad 2^3 = 8; \quad 2^4 = 16; \quad 2^5 = 32 \quad 2^6 = 64 > 62$$

Resposta: 6 classes.

Nota: Uma vez obtido o número de classes, dividimos a amplitude total por esse valor a fim de construirmos os valores das várias classes. Depois é só contar quantos elementos ficam em cada uma das classes. É frequente as classes terem intervalo fechado à esquerda e intervalo aberto à direita, tipo $[1, 10[$, $[10, 20[$ (...) indicando que o número 1 pertence à primeira classe, mas o 10 não pertence à primeira classe, já pertence à segunda classe.

Exemplo

Os pesos das pessoas que se pesaram na balança de uma farmácia num determinado dia foram os seguintes:

41 43 49 51 51 51 55 58 60 60 60 61 65 68 69 74 75 76 76 77 78 79
79 86 87 88 88 89 90 90 95 95 35 39

Vamos agrupar em classes de acordo com a regra indicada.

Podemos contar, ao todo são 34 elementos.

Assim, fazemos

$$2^5 = 32 \quad 2^6 = 64 \text{ ao todo serão 6 classes.}$$

O valor mais baixo é 35 e o mais alto é 95.

$95 - 35 = 60$ a amplitude total é 60.

Dividimos por 6 classes $60/6 = 10$. Cada classe terá amplitude 10.

A primeira classe começa em 35 e vai até $35 + 10 = 45$, será $[35; 45[$

A segunda classe irá de 45 a 55, será $[45; 55[$

e assim sucessivamente.

A última irá de 85 a 95, mas, neste caso o intervalo será fechado para incluir o último número que é 95. Será $[85; 95]$

Organizada a tabela, vamos colocando cada elemento na sua classe. Podemos começar com risquinhos "|".

Por exemplo, 41 está na classe [35, 45[colocamos um risco na coluna da contagem. Fazemos isso para todos os elementos. Depois é só contar e colocar na lista das frequências absolutas.

Repare que o 55 não fica na classe [45; 55[, pois este intervalo está aberto no 55: Fica na classe [55; 65[porque o intervalo está fechado em 55.

41 43 49 51 51 51 55 58 60 60 60 61 65 68 69 74 75 76 76 77 78 79
79 86 87 88 88 89 90 90 95 95 35 39

Organizamos numa tabela:

Classes	Contagem	Frequência absoluta (f_i)
[35; 45[4
[45; 55[4
[55; 65[6
[65; 75[4
[75; 85[7
[85; 95]		9
Total		34

Nota: Em algumas situações, as classes já são sugeridas à partida e não precisamos fazer cálculos.

Representações gráficas.

Diagrama de Caule e folhas.

Procedimentos:

Traça-se uma linha vertical.

Lado esquerdo, o dígito (ou os dígitos) da ordem de maior grandeza.

Lado direito, o dígito ou dígitos (folhas) imediatamente a seguir ao(s) colocado(s) no caule.

Por fim, devemos colocar por ordem crescente as folhas de cada caule.

Exemplo.

Os pesos das pessoas que se pesaram na balança de uma farmácia num determinado dia foram os seguintes:

41 43 49 51 51 51 55 58 60 60 60 61 65 68 69 74 75 76 76 77 78 79
79 86 87 88 88 89 90 90 95 95 35 39

Representemos os dados num diagrama de caule e folhas.

Observamos os dados identificando o menor 35 e o maior, 95.

Escrevemos do lado esquerdo da linha vertical as dezenas 3; 4; ...9.

3
4
5
6
7
8
9

Agora vamos colocando os valores nas linhas correspondentes. Começando pelo início, temos 41, que é o "1" na linha do 4. Do mesmo modo para o 43 e 49. Depois, o 51 já corresponde à linha do "5"...

3
4 | 1 3 9
5 | 1
6
7
8
9

Vamos preenchendo todos os números. Depois de preenchidos, temos de colocar em cada uma das linhas por ordem crescente, até obtermos o resultado final.

3 | 5 9
4 | 1 3 9
5 | 1 1 1 5 8
6 | 0 0 0 1 5 8 9
7 | 4 5 6 6 7 8 9 9
8 | 6 7 8 8 9
9 | 0 0 5 5

Gráficos circulares.

Num círculo, indicamos as várias classes, de modo que os respectivos ângulos sejam proporcionais às respectivas frequências.

Deve ter a legenda e a percentagem (ou frequência absoluta) de cada setor;

A área de cada setor é proporcional à frequência; deve ter um título.

Amplitude do ângulo: $f_i \times 360^\circ$, [ou $(f_i/n) \times 360^\circ$].

(ou regra dos 3 simples com $100\% \rightarrow 360^\circ$)

Exemplo:

Num grupo com 90 alunos, as idades destes são 15, 16, 17 e 18 anos. Sabemos que 19 alunos têm 15 anos, 45 alunos têm 16 anos, 11 alunos têm 17 anos e 15 alunos têm 18 anos. Pretendemos desenhar o diagrama circular correspondente.

Calculemos as amplitudes dos ângulos para cada uma das idades.

15 anos:

$$90 \rightarrow 360^\circ$$

$$19 \rightarrow x \quad \text{obtemos } x = 19 \times 360 / 90 \quad \Leftrightarrow \quad x = 76^\circ \quad \text{o ângulo é de 76 graus.}$$

16 anos:

$$90 \rightarrow 360^\circ$$

$$45 \rightarrow x \quad \text{obtemos } x = 45 \times 360 / 90 \quad \Leftrightarrow \quad x = 180^\circ \quad \text{o ângulo é de 180 graus.}$$

17 anos:

$$90 \rightarrow 360^\circ$$

$$11 \rightarrow x^\circ \quad \text{obtemos } x = 11 \times 360 / 90 \quad \Leftrightarrow \quad x = 44^\circ \quad \text{o ângulo é de 44 Graus.}$$

18 anos:

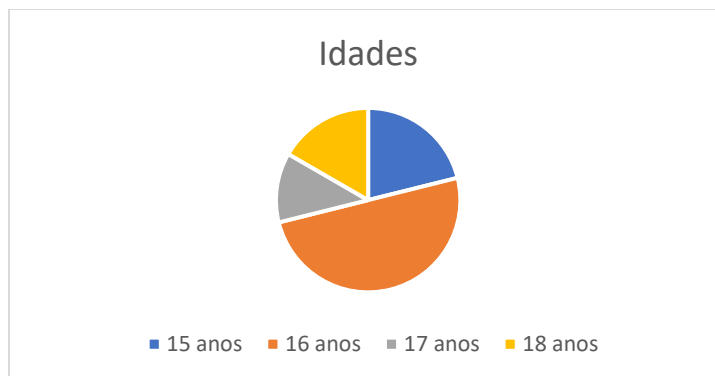
$$90 \rightarrow 360^\circ$$

$$15 \rightarrow x^\circ \quad \text{obtemos } x = 15 \times 360 / 90 \quad \Leftrightarrow \quad x = 60^\circ \quad \text{o ângulo é de 60 graus.}$$

Note: só para confirmar, a soma de todos os ângulos deverá dar 360 graus, vejamos:

$$76 + 180 + 44 + 60 = 360.$$

Passando para o desenho, usamos um transferidor e fazemos:



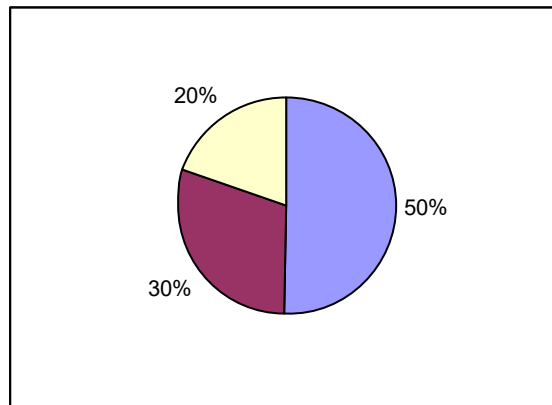
Exemplo

As idades dos alunos de uma turma do 10º ano são, em percentagem, as que estão indicadas no diagrama circular:

Sabemos que as idades são 15, 16 e 17 anos.

A idade mais frequente é 15 anos e a menos frequente é 17 anos.

Sabemos ainda que 6 alunos têm 16 anos.



- .1) Indique o ângulo correspondente a cada um dos sectores do gráfico circular.
- .2) Determine quantos alunos tem a turma, quantos têm 15 anos e quantos têm 17 anos.

Resolução:

- .1) Basta fazer a correspondência com a regra de 3 simples:

15 anos (mais frequente)

100% → 360 graus

$$50\% \rightarrow x \text{ graus } x = \frac{50 \times 360}{100} = 180 \text{ graus.}$$

17 anos (menos frequente)

100% → 360 graus

$$20\% \rightarrow x \text{ graus } x = \frac{20 \times 360}{100} = 72 \text{ graus.}$$

16 anos (a restante)

100% → 360 graus

$$30\% \rightarrow x \text{ graus } x = \frac{30 \times 360}{100} = 108 \text{ graus.}$$

Repare que a soma das 3 amplitudes dá 360 graus (180+72+108=360).

- .2) Como 6 têm 16 anos e corresponde a 30%, vejamos o total:

30% → 6

$$100\% \rightarrow x \quad x = \frac{100 \times 6}{30} = 20 \text{ alunos ao todo.}$$

Como ao todo são 20 alunos, os que têm 17 anos são 20% de 20, isto é, $0,2 \times 20 = 4$.

O que têm 15 anos são 50% de 20, isto é, $0,5 \times 20 = 10$

Resposta: Ao todo são 20 alunos. 10 têm 15 anos, 6 têm 16 anos e 4 têm 17 anos.

Pictogramas.

Neste tipo de gráfico, usamos imagens que costumam estar relacionadas com a variável que estamos a estudar.

Deve ter em conta que no gráfico:

Tem de ter um título.

-Tem de existir a legenda, a explicitar o significado de cada símbolo;

-o símbolo deve estar relacionado com a característica em estudo e deve poder dividir-se segundo eixos de simetria.

-o número de símbolos é proporcional à frequência;

-os símbolos podem ser desenhados em linhas ou em colunas;

Exemplo

Imagine que este desenho representa 10 casas.



Então para representar 5 casas seria :



E para representar 25 casas seria:



Exemplo.

Numa vila existiam 10 casas no ano 2000. Em 2002 passou para 30 casas e em 2004 passou para 45.

Evolução do número de casas na vila A



10 casas

Ano:	
2000	
2002	
2004	

Gráficos de barras.

A altura é proporcional às frequências (absolutas ou relativas).
As barras devem ficar igualmente distanciadas umas das outras.

Exemplo

Num grupo com 90 alunos, as idades destes são 15, 16, 17 e 18 anos. Sabemos que 19 alunos têm 15 anos, 45 alunos têm 16 anos, 11 alunos têm 17 anos e 15 alunos têm 18 anos. Pretendemos representar estes valores através de um gráfico de barras.



Gráficos de linhas.

São segmentos de reta que unem pontos isolados.
É utilizado para representar dados que evoluem ao longo do tempo.

Exemplo

Evolução do número de alunos numa escola ao longo dos anos 2021 a 2024:

Ano	Número de alunos
2021	850
2022	790
2023	810
2024	870



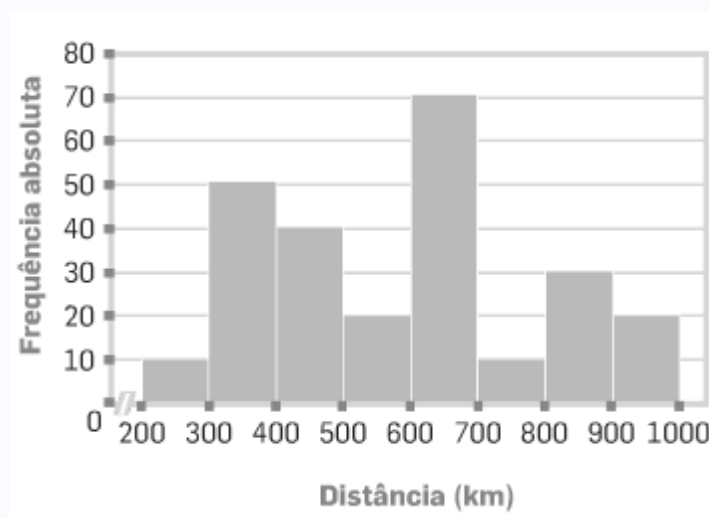
Histogramas.

Os histogramas são usados para variáveis contínuas com dados agrupados em classes. As barras ficam juntas.

A área de cada barra é proporcional à respectiva frequência.

Exemplo

O seguinte histograma indica-nos a distância percorrida por 250 pessoas durante as últimas férias de Verão:



Pela leitura do gráfico, podemos constatar que:

10 pessoas percorreram uma distância entre 200 km e 300km.

50 pessoas percorreram uma distância entre 300 km e 400km.

70 pessoas percorreram uma distância entre 600 km e 700km.

Etc.

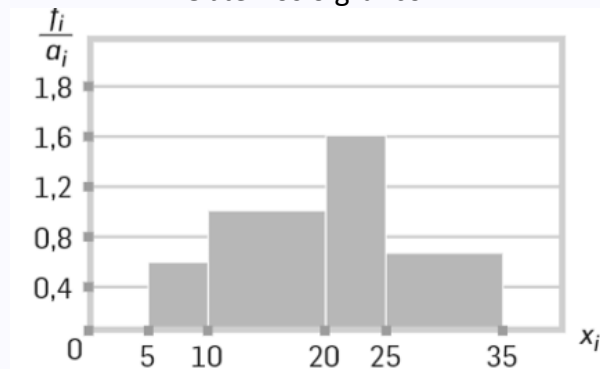
Nota: Quando as classes **não têm a mesma amplitude**, a frequência é igual à área do respetivo retângulo. Assim, a altura é igual à frequência a dividir pela amplitude do intervalo, como no exemplo que se segue:

Classes	[5, 10[[10, 20[[20, 25[[25, 35[
f_i	3	10	8	7

Calculemos as alturas das barras:

Classes	f_i	Amplitudes (a_i)	Altura das barras ($\frac{f_i}{a_i}$)
[5, 10[3	5	$\frac{3}{5} = 0,6$ (*)
[10, 20[10	10	$\frac{10}{10} = 1$
[20, 25[8	5	$\frac{8}{5} = 1,6$
[25, 35[7	10	$\frac{7}{10} = 0,7$

Obtemos o gráfico:



Muito importante: estes cálculos só se aplicam quando as amplitudes dos intervalos não são todas iguais (o que é raro aparecer !...)

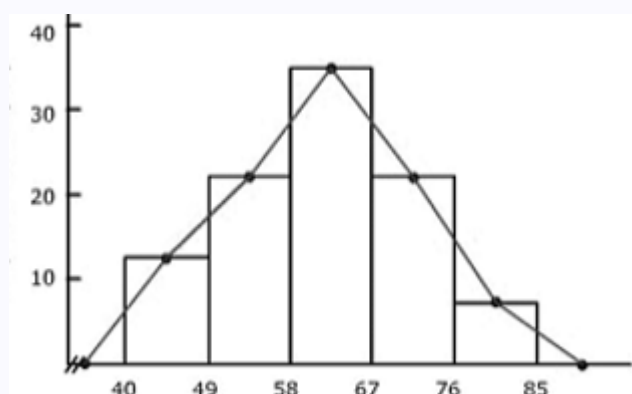
Polígonos de frequências.

Polígono de frequências simples:

Este resulta da união sucessiva, com segmentos de reta, dos pontos médios das bases superiores dos diferentes retângulos.

Marcamos uma classe vazia antes da primeira e outra depois da última.

Exemplo:



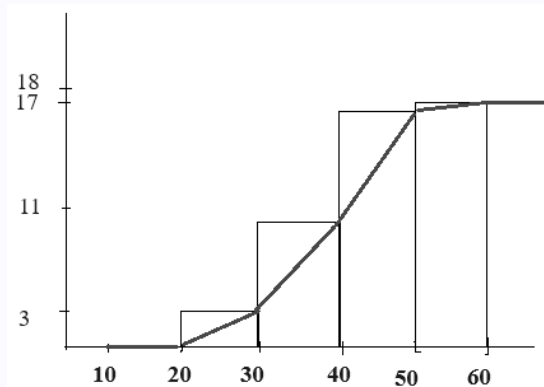
Polígono de frequências acumuladas:

À esquerda da primeira classe é zero.

À direita da última classe é igual ao último valor.

Unimos, com segmentos de reta, os pontos mais à direita de cada retângulo.

Exemplo:



Sugestão-Calculadora gráfica- Gráficos.

Podemos obter um gráfico de linhas a partir da calculadora gráfica.

Na secção estatística(STAT), podemos colocar na lista 1: [25; 35; 45; 55; 65; 75; 85] e na lista 2: [0; 2; 3; 15; 8; 2; 0].

Casio: GRAPH(F1),
SET(F6) (para definir o tipo de gráfico)
Graph Type:
xyLine(F2) EXE
e
Graph 1.

Texas:
STAT PLOT (2nd Y=)
1: On Type escolher o segundo.
Xlist: L1
YList: L2
Tecla: Graph
Sugestão: tecla Zoom/ ZoomStat

TI-Nspire... procure em:
<https://pedronoia.net/nspire10.htm>
<https://pedronoia.net/nspire/10li112ex8.pdf>