1.1-Sistemas de votação.

(Maioritário, Pluralidade, Run-off, Coobs, Borda, Condorcet, representação Triangular, Aprovação, ...)

Eleitores- Todos os que podem votar.

Votantes- Os eleitores que que votaram.

Abstenção- Os eleitores que não votaram.

Os **votos** podem ser: **nulos**, **brancos** ou **validamente expressos**.

Nota: deve haver sempre um critério previsto para desempatar, em caso de empate.

Exemplo
Suponhamos que estavam inscritos 800 eleitores para uma eleição onde apenas concorriam dois partidos A e B. Sabemos que:
200 votaram no partido A,
150 votaram no partido B,
20 votaram em branco e 50 votaram nulo.
Neste caso, o número de votantes foi 200+150+20+50=420.

A abstenção foi de 800 - 420=380.

A taxa de abstenção foi de $\frac{380}{800} \times 100\% = 47.5\%$

O número de votos validamente expressos foi 200+150=350.

Método da maioria simples ou relativa-Vence o candidato com maior número de votos.

Método da maioria absoluta-Vence a opção que com mais de 50% da totalidade dos votos.

Nota: Neste método, quando nenhum candidato obtém maioria absoluta, é costume realizar uma segunda volta apenas com os dois candidatos mais votados.

Exemplo 1- Maioria simples.
Numa eleição com 4 candidatos, A, B, C e D, votaram 100 eleitores e os resultados foram os seguintes:
A-28 B-30 C-22 D- 20.

O vencedor foi "B" com 30 votos. Venceu com maioria simples. Para vencer com maioria absoluta, precisaria de ter mais de metade dos votos, isto é, pelo menos 51 votos.

Exemplo 2- Maioria absoluta
Admitindo que a eleição anterior era pelo sistema de "maioria absoluta a duas voltas", haveria uma segunda ronda apenas com os dois candidatos mais votados: "A" e "B". Se, nessa segunda volta, os resultados fossem: A-52 B-48, o vencedor seria "A".

"A" teria maioria absoluta, pois 52 é mais de metade do total, 100.

Nota: Os resultados de uma votação podem ser diferentes se os sistemas de votação utilizados não forem os mesmos.

Nos dois exemplos, se seguíssemos o método da maioria simples, o vencedor seria "B", mas se usássemos a maioria absoluta, o vencedor seria "A".

Nota: Em algumas situações extremamente importantes, há votações onde se exige mais do que maioria absoluta. Por exemplo, para mudar as regras de funcionamento de uma associação.

Maioria qualificada- é uma maioria superior a 50% dos votos. Em alguns casos, pode corresponder a 2/3 dos votos. Também pode ser outra percentagem, como 60%, 75%, 80%, etc…

Exemplo
Um dos exemplos mais conhecidos é a eleição do Papa, onde se exige uma maioria qualificada de 2/3 dos votos. Para a eleição do Papa em 2025, o número de cardeais que podiam votar, ou cardeais eleitores, era 133. Para que fosse eleito Papa, era necessário que algum cardeal obtivesse, pelo menos,

$$133\times(2/3) \approx 89 \text{ votos.}$$

Exemplo
Admita que, para mudar as regras de uma determinada associação era necessário, pelo menos 70 por cento de votos favoráveis. Se existissem 200 votantes, seriam necessários, pelo menos 0.7*200= 140 votos favoráveis,

No **sistema preferencial**, o votante não escolhe apenas um candidato, mas expressa a sua ordem de preferências relativamente aos vários candidatos.

Exemplo

Numa eleição, existem quatro candidatos que representaremos por A, B, C e D. Os votantes votam por ordem de preferência. Os resultados estão na tabela.

1º lugar	A	B
2º lugar	B	C
3º lugar	C	D
4º lugar	D	A
Votos:	**34**	**10**

Podemos ler:
34 votantes colocaram A em primeiro lugar, B em segundo, C em terceiro e D em quarto.
10 votantes colocaram B em primeiro, C em segundo, D em terceiro e A em quarto.

Método da pluralidade

No **método da pluralidade**, vence o candidato com maior número de primeiros lugares.

Exemplo:

No exemplo apresentado na tabela:

1º lugar	A	B
2º lugar	B	C
3º lugar	C	D
4º lugar	D	A
Votos:	34	10

O candidato “A” obtém 34 votos em primeiro lugar, “B” obtém 10 votos em primeiro lugar. “C” e “D” têm zero votos em primeiro lugar.

“A” é o vencedor pelo método da pluralidade.

Eliminação run-off simples:

1º) Faz-se a contagem do número de primeiras preferências de cada candidato. Se algum deles obtém maioria absoluta, este é o vencedor, caso contrário, vamos para o passo seguinte.
2º) São eliminados todos os candidatos à exceção dos dois que reúnem maior número de primeiras preferências e reorganizamos os esquemas, mantendo a ordem relativa dos restantes candidatos.
3º) Faz-se a contagem do número de primeiras preferências de cada candidato e vence o candidato que obtiver maior número de votos em primeiro lugar.

Exemplo

Os sócios de um pequeno clube vão eleger um novo presidente. Existem quatro candidatos que representaremos por A, B, C e D.

Os sócios votam por ordem de preferência. Os resultados estão na tabela

1º lugar	A	B	C	D
2º lugar	B	C	B	B
3º lugar	C	D	D	C
4º lugar	D	A	A	A
Votos:	9	30	20	42

Determinemos o vencedor usando o método Run-off simples.

Resolução

Começamos por contar o número total de votos: 9+30+20+42= 101.
Para obter maioria absoluta seriam necessários, pelo menos, 51 votos em primeiro lugar.
Vamos agora contar os primeiros lugares de cada candidato:

A: 9 B: 30 C: 20 D: 42

Nenhum obteve maioria absoluta.
Vamos eliminar os candidatos com menos primeiros lugares, “A” e “C” e reescrever a tabela:

1º lugar	B	B	B	D
2º lugar	D	D	D	B
Votos:	9	30	20	42

Contando agora os primeiros lugares:

B: 9+30+20=59 D:42   Ganha B

Eliminação run-off sequencial

1º) Faz-se a contagem do número de primeiras preferências de cada candidato. Se algum deles obtém maioria absoluta, este é o vencedor, caso contrário, vamos para o passo seguinte.
2º) Eliminamos o candidato com menor número de primeiras preferências e reorganizamos os esquemas. Em caso de empate, eliminamos os vários empatados com menor número de primeiras preferências.
3º) Fazemos novamente a contagem do número de primeiras preferências de cada candidato. Se algum deles obtém maioria absoluta, este é o vencedor, caso contrário, voltamos ao 2º passo e vamos repetindo o procedimento até encontrarmos o vencedor.

Exemplo
Retomando o exemplo anterior:

1º lugar	A	B	C	D
2º lugar	B	C	B	B
3º lugar	C	D	D	C
4º lugar	D	A	A	A
Votos:	9	30	20	42

Começamos por contar o número total de votos: 9+30+20+42= 101.

Vamos agora contar os primeiros lugares de cada candidato:

A: 9 B: 30 C: 20 D: 42

Nenhum obteve maioria absoluta, pois seriam necessários 51 votos.

Vamos eliminar o candidato com menos primeiros lugares, "A" e reescrever a tabela:

1º lugar	B	B	C	D
2º lugar	C	C	B	B
3º lugar	D	D	D	C
Votos:	9	30	20	42

Vamos contar novamente o número de primeiros lugares de cada candidato:

B: 9+30=39 C: 20 D: 42 nenhum obteve maioria absoluta.

Vamos eliminar o candidato com menos primeiros lugares: "C" e reorganizar a tabela:

1º lugar	B	B	B	D
2º lugar	D	D	D	B
Votos:	9	30	20	42

Contamos novamente o número de primeiros lugares de cada candidato:

B: 9+30+20=59 D: 42 Vence B

Método de Coombs

1º) Faz-se a contagem do número de primeiras preferências de cada candidato. Se algum deles obtém maioria absoluta, este é o vencedor, caso contrário, vamos para o passo seguinte.
2º) Eliminamos o candidato com maior número de últimas preferências e reorganizamos os esquemas. Em caso de empate, eliminamos os vários empatados com maior número de últimas preferências.
3º) Fazemos novamente a contagem do número de primeiras preferências de cada candidato. Se algum deles obtém maioria absoluta, este é o vencedor, caso contrário, voltamos ao 2º passo e vamos repetindo o procedimento até encontrarmos o vencedor.

Exemplo

Retomando o exemplo anterior:

1º lugar	A	B	C	D
2º lugar	B	C	B	B
3º lugar	C	D	D	C
4º lugar	D	A	A	A
Votos:	9	30	20	42

Começamos por contar o número total de votos: 9+30+20+42= 101.

Vamos agora contar os primeiros lugares de cada candidato:

A: 9 B: 30 C: 20 D: 42

Nenhum obteve maioria absoluta.

Neste método olhamos para os votos em último, neste caso 4º lugar.

Últimos lugares: A: 20+20+42=92 B: 0 C: 0 D: 9

O candidato com mais últimos lugares é o "A", pelo que será o primeiro a ser eliminado.

Reorganizamos a tabela:

1º lugar	B	B	C	D
2º lugar	C	C	B	B
3º lugar	D	D	D	C
Votos:	9	30	20	42

Vamos contar novamente o número de primeiros lugares de cada candidato:

B: 9+30=39+ C: 20 D: 42 nenhum obteve maioria absoluta.

Contamos novamente os últimos lugares de cada candidato:

B: 0 C: 42 D: 9+30+20=59. "D" é o que apresenta maior número de últimos lugares, pelo que será eliminado.

Reorganizamos a tabela:

1º lugar	B	B	C	B
2º lugar	C	C	B	C
Votos:	9	30	20	42

Contamos novamente o número de primeiros lugares:

B: 9+30+42=81 C: 20 Ganha B.

Método de Borda

1º) Consideremos N alternativas (candidatos). O último recebe 1 ponto, o penúltimo recebe 2 pontos, e assim sucessivamente. O segundo recebe N – 1 pontos e o primeiro recebe N pontos.

2º) A alternativa (candidato) vencedora será a que contabilizar o maior número de pontos.

Nota: Quando nada é dito em contrário, as pontuações são exatamente as que estão indicadas no 1º passo, mas por vezes podem ser definidas no próprio enunciado. Por exemplo, podemos definir 5 pontos para o primeiro, 3 para o segundo 2 para o terceiro e 1 para o quarto...ou outra variante.

Exemplo
Retomando o exemplo anterior:

1º lugar	A	B	C	D
2º lugar	B	C	B	B
3º lugar	C	D	D	C
4º lugar	D	A	A	A
Votos:	9	30	20	42

Vamos atribuir 4 pontos por cada voto em primeiro lugar, 3 para cada segundo, 2 para cada terceiro e 1 por cada quarto.

O candidato "A" tem 9 votos em primeiro lugar, e 30+20+42=92 votos em quarto lugar, pelo que terá pontuações $9\times4 + 92\times1=128$.

Do mesmo modo, calculamos as pontuações dos restantes candidatos:

A: $9\times4 + 30\times1+20\times1+42\times1=128$

B: $9\times3 + 30\times4+20\times3+42\times3=333$

C: $9\times2 + 30\times3+20\times4+42\times2=272$

D: $9\times1 + 30\times2+20\times2+42\times4=277$

Vence B porque totaliza maior número de pontos: 333.

Método de Condorcet.

1º) Confrontamos os candidatos dois a dois. Em cada confronto, vence o candidato que obtiver maior números de votos à frente do outro.

2º) O candidato que vence mais confrontos diretos é o vencedor.

Exemplo.
Pegando no exemplo:

1º lugar	A	B	C	D
2º lugar	B	C	B	B
3º lugar	C	D	D	C
4º lugar	D	A	A	A
Votos:	9	30	20	42

Vamos apresentar todos os confrontos dois a dois.

Comecemos pelo confronto "A com B".

Na primeira coluna, com 9 votos, o “A” está melhor classificado que o “B”, pelo que receberá esses 9 votos.
Na segunda coluna, com 30 votos, o “B” está mais bem posicionado que o “A”, pelo que receberá esses 30 votos. Do mesmo modo, nas outras duas colunas, o “B” tem melhor posição que o “A”.

Uma forma de representar este confronto podia ser, reescrevendo a tabela inicial, apenas com A e B que ficaria:

1º lugar	A	B	B	B
2º lugar	B	A	A	A
Votos:	9	30	20	42

Ficando A com nove votos e B com 30+20+42= 92 votos.

Alternativamente, podemos representar o confronto entre A e B pode ser representado por:
A e B

A: 9

B: 30+20+42= 92 B vence o confronto entre A e B.

Do mesmo modo para os restantes:
A e C

A: 9

C: 30+20+42= 92 C vence o confronto entre A e C.

A e D

A: 9

D: 30+20+42= 92 D vence o confronto entre A e D.

B e C

B: 9+30+42= 81

C: 20 B vence o confronto entre B e C.

B eD

B: 9+30+20=59

D: 42 B vence o confronto entre B e D.

C e D

C: 9+30+20=59

D: 42 C vence o confronto entre C e D.

Como foi o “B” que venceu mais confrontos, “B” é o vencedor.

Como B venceu <u>todos</u> os confrontos em que entrou, dizemos que B é o <u>vencedor de Condorcet.</u>

Um candidato diz-se **vencedor de Condorcet** se vence todos os outros candidatos em confronto direto

Notas:
1) Muitas vezes não há vencedor de Condorcet, isto é, nenhum vence todos os outros.
2) Por vezes surge a seguinte situação inesperada: “A vence B”, “ B vence C”, mas “C vence A”. Esta situação é designada **Paradoxo de Condorcet.**

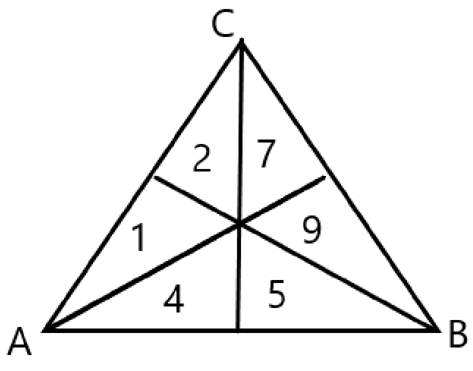
Nota: Perante métodos diferentes, os vencedores podem ser diferentes. Por esta razão, antes de qualquer votação, deve ser explicado com muito rigor, qual o método a utilizar.

Representação triangular.

Quando temos listas de preferências com 3 possibilidade, em vez de as representarmos numa tabela, podemos representar na forma de um triângulo.

Exemplo(extra). Sejam os candidatos A, B e C.

Começamos por colocar o primeiro (A) em baixo à esquerda, o segundo (B) em baixo à direita e o terceiro (C) em cima.



Esta representação indica que:

“**1”** votante coloca em primeiro o A, pois é o que está mais próximo do 1, em segundo o C, pois é o segundo mais próximo do 1 e em terceiro o B, pois é o que está mais afastado do 1.

“4” votantes colocam em primeiro o A, pois é o que está mais próximo do 4, em segundo o B, pois é o segundo mais próximo do 4 e em terceiro o C, pois é o que está mais afastado do 4.

Do mesmo modo, **5** votantes escolhem a sequência (B; A; C) (...**)** O mesmo raciocínio para os restantes.

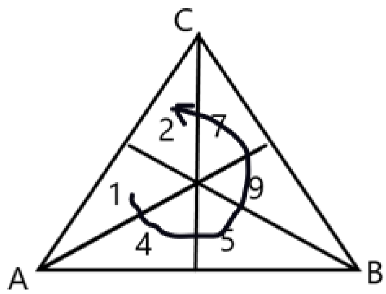
Resumindo numa tabela:

1	**4**	**5**	**9**	**7**	**2**
A	A	B	B	C	C
C	B	A	C	B	A
B	C	C	A	A	B

Se começarmos no primeiro número de A, podemos escrever o perfil (**p**) :

p=(1, 4, 5, 9, 7, 2)

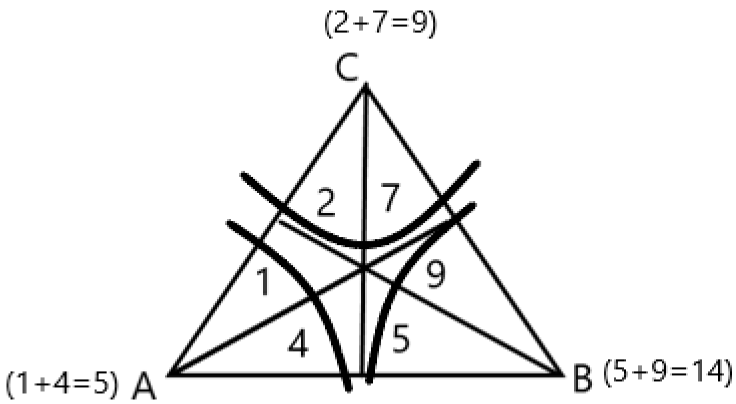
Começamos no primeiro do “A” e seguimos no sentido contrário aos ponteiros do relógio



Nota: A representação triangular pode facilitar alguns métodos eleitorais.

Pluralidade:

Os primeiros lugares de um candidato são os que estão junto do respetivo vértice.

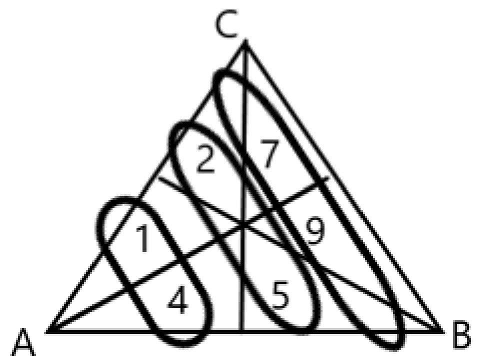


Primeiros lugares A: 5   B: 14   C: 9

Borda

Admitindo que o primeiro lugar corresponde a 3 pontos, o segundo a 2 e o terceiro a 1, podemos visualizar estas pontuações pela proximidade dos vértices.

Por exemplo, para A, teremos:



Pontos do A: (1+4)×3 + (2+5)×2 + (7+9)×1= 45

Usamos o mesmo raciocínio para os restantes.

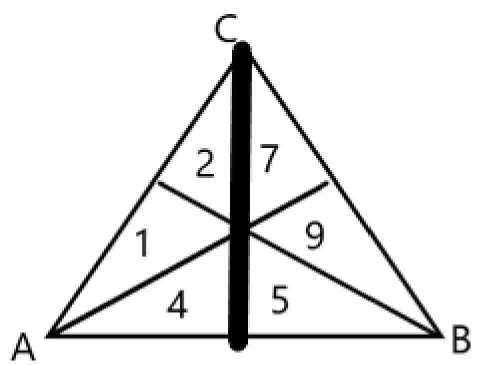
Sugestão: complete pontos do B: (5+9)×3 + (...+...)×2 + (...+...)×1= ...

pontos do C: (...+...)×3 + (...+...)×2 + (...+...)×1= ...

Condorcet.

Para os confrontos dois a dois, facilmente visualizamos os votos que estão mais favoráveis a cada um dos candidatos.

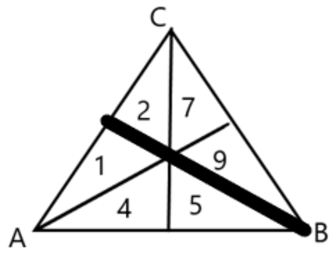
Por exemplo, para o confronto A-B, usamos a altura do triângulo que passa no ponto médio do segmento [AB]:



Favoráveis a A- os que estão do lado esquerdo do traço grosso: 4+1+2=7

Favoráveis a B- Os que estão do lado direito: 5+9+7=21   Ganha B

Para o confronto A-C, usamos:



A: 1+4+5= 10   C: 9+7+2= 18 Ganha C

Sugestão: Obtenha o confronto B-C. (resposta B:18 C:10)

Critérios de justiça e o teorema de Arrow

Teorema de Arrow ou da impossibilidade

Em eleições com três ou mais candidatos, é impossível constituir um sistema de votação democrático que obedeça a condições básicas que se espera que sejam verificadas numa democracia.

1. Critério da maioria: se, numa eleição, um candidato obtém a maioria absoluta dos votos em primeira preferência, esse candidato deve ser o vencedor.

Exemplo. Consideremos uma votação com 3 candidatos A, B e C. O número total de votos é 11. Para obter maioria absoluta são necessários, pelo menos, 6 votos.

6	5
A	B
B	C
C	A

O candidato "A" é o vencedor pelo método da pluralidade e tem maioria absoluta de votos na primeira preferência.

Se aplicarmos o método de borda, obtemos:

A: $6\times3 + 5\times1= 23$ B: $5\times3+6\times2=27$ C: $5\times2+6\times1=16$ vence "B".

Nota: Pelo exemplo anterior, concluímos que o método de Borda pode não verificar o critério da maioria.

2. Critério de Condorcet: se, numa eleição, um candidato é o vencedor em confronto direto, a pares, com cada um dos outros candidatos (vencedor de Condorcet), então esse candidato deve ser o vencedor.

3. Critério da monotonia: se, numa primeira eleição, um candidato é o vencedor e se, numa segunda eleição, as únicas alterações nas preferências são a favor desse candidato (sem alterar as ordens relativas dos restantes candidatos), então este deverá continuar a ser o vencedor.

4. Critério da independência das alternativas irrelevantes: se, numa eleição, o candidato X vence o candidato Y, a inclusão ou eliminação de um ou mais candidatos (que não X nem Y) não pode conduzir à vitória de Y sobre X.

Nota: Em qualquer método eleitoral para 3 ou mais candidatos, é sempre possível encontrar exemplos onde algum critério de justiça falha.

Segundo o **teorema da impossibilidade de Arrow,** não existem sistemas eleitorais perfeitos. Em eleições com três ou mais candidatos, é impossível constituir um sistema de votação democrático que obedeça a condições básicas que se espera que sejam verificadas numa democracia.

Sistema de aprovação.

1º) Os eleitores podem votar e tantos candidatos quantos queiram. Cada candidato recebe um voto (ou aprovação).

2º) Vence o candidato com mais votos(ou aprovações).

Nota: No sistema de aprovação, podemos escolher mais do que um candidato, o que é bom para quem está indeciso entre dois candidatos. Vota em ambos!

Exemplo

Foi feita uma votação para eleger o presidente de uma associação cultural e ficou decidido utilizar o método de aprovação. Apresentaram-se quatro candidatos que designaremos pelas letras "A", "B", "C" e "D".

Os 50 votantes escolheram de acordo com os seguintes resultados:

18 votaram A, B, C;
5 votaram B e C;
5 votaram em nenhum;
5 votaram C e D;
4 votaram em todos os candidatos, e os restantes
13 votaram apenas em D.

Calcule o número de votos que cada um dos candidatos obteve. Basta somar:

A:	18+4=22
B:	18+5+4=27
C:	18+5+5+4=32
D:	5+4+13=22

Vende o C com maior número de votos.