

Pág. 140

- 1.1. Este tipo de estudos – as sondagens eleitorais – têm como objetivo aferir o sentido de voto dos eleitores. Isto permite, não só uma monitorização da realidade política e social, mas também que as forças políticas e os candidatos a cargos políticos possam avaliar a eficiência das estratégias de campanha que estão a seguir, o seu próprio desempenho político e a popularidade.
- 1.2. Devido à dimensão da população, a inquirição de todos os elementos que a constituem, para além de demorar muito tempo, também envolveria certamente custos muito avultados. Tudo isto tornaria o processo impraticável. Nesta situação particular, toda a população será inquirida, salvo as abstenções, no dia das eleições, ou seja, em vez de uma sondagem estaríamos perante o próprio ato eleitoral em si. Obviamente que os resultados apresentados na sondagem podem ser diferentes daqueles que na realidade irão produzir-se, sendo que a qualidade da sondagem dependerá da forma como ela foi construída e realizada, assumindo a escolha da amostra um papel fulcral.

- 1.3. Selecionaria uma amostra aleatória e representativa dos alunos da escola, utilizando os métodos de amostragem estudados no 10.º ano. Por exemplo, seriam selecionados, aleatoriamente e de forma proporcional ao que ocorre na população, alunos de ambos os sexos e de todos os anos de escolaridade. Aos alunos selecionados seria então aplicado o inquérito ou pergunta.

2.1. $\mu = 0,25 \times 0 + 0,40 \times 1 + 0,28 \times 2 + 0,05 \times 3 + 0,02 \times 4 = 1,19$
 Interpretação: O guarda-redes sofre, em média, 1,19 golo por jogo.

2.2. $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0,28 + 0,05 + 0,02 = 0,35$

A probabilidade pedida é 0,35 (ou 35%).

2.3. $\sigma^2 = (0 - 1,19)^2 \times 0,25 + (1 - 1,19)^2 \times 0,40 + (2 - 1,19)^2 \times 0,28 + (3 - 1,19)^2 \times 0,05 + (4 - 1,19)^2 \times 0,02$

$$\sigma = \sqrt{0,2975 + 0,0144 + 0,1837 + 0,1638 + 0,1579} = 0,9348$$

$$]1,19 - 0,9348; 1,19 + 0,9348[=]0,2552; 2,1248[$$

$$P(0,2552 < X < 2,1248) = P(X = 1) + P(X = 2) =$$

$$= 0,40 + 0,28 = 0,68$$

$$0,68 \times 50 = 34$$

Em 34 jogos.

Repare que, se admitirmos que a distribuição é normal obtemos um resultado igual uma vez que sabemos que:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

Consequentemente, $0,6827 \times 50 \approx 34$ jogos.

Pág. 143

- 1.1. População: todos os alunos da escola.
- 1.2. Proporção de alunos da escola que se revelam muito satisfeitos com as condições da biblioteca.
- 1.3. Proporção de alunos da amostra que se revelam muito satisfeitos com as condições da biblioteca.

Valor da estatística: $\frac{42}{60} = \frac{7}{10} = 0,7 = 70\%$

- 1.4. Podemos utilizar a estatística para prever/estimar que 70% dos alunos da escola revelam-se muito satisfeitos com as condições da biblioteca.

Assim, $0,70 \times 450 = 315$.

Prevê-se que 315 alunos da escola se revelem muito satisfeitos com as condições da biblioteca.

Pág. 148

- 2.1. $5^2 = 25$ amostras de dois elementos.

2.2.

	30	28	24	32	26
30	(30, 30)	(30, 28)	(30, 24)	(30, 32)	(30, 26)
28	(28, 30)	(28, 28)	(28, 24)	(28, 32)	(28, 26)
24	(24, 30)	(24, 28)	(24, 24)	(24, 32)	(24, 26)
32	(32, 30)	(32, 28)	(32, 24)	(32, 32)	(32, 26)
26	(26, 30)	(26, 28)	(26, 24)	(26, 32)	(26, 26)

Médias	30	28	24	32	26
30	30	29	27	31	28
28	29	28	26	30	27
24	27	26	24	28	25
32	31	30	28	32	29
26	28	27	25	29	26

x_i	24	25	26	27	28
$P(\bar{X} = x_i)$	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{5}$

x_i	29	30	31	32
$P(\bar{X} = x_i)$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$

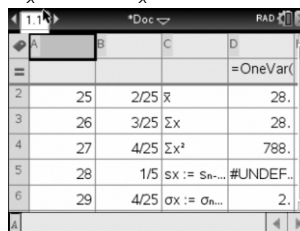
2.3. $\mu = \frac{30 + 28 + 24 + 32 + 26}{5} = 28$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(30 - 28)^2 + (28 - 28)^2 + (24 - 28)^2 + (32 - 28)^2 + (26 - 28)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{8}$$

Recorrendo à calculadora gráfica obtemos:

$\mu_{\bar{X}} = 28$ e $\sigma_{\bar{X}} = 2$



Note-se que: $\sigma_{\bar{X}} = 2 = \sqrt{4} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

Conclusão: $\mu_{\bar{X}} = \mu$ e $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Pág. 149

3. Pretendemos obter uma estimativa para o valor médio, logo basta determinar a média da amostra recolhida.

$$\bar{x} = \frac{2 \times 0 + 2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 3 + 9 \times 4 + 3 \times 5 + 5 \times 6 + 5 \times 7 + 3 \times 8}{36}$$

$$\approx 4,4$$

Estima-se que são comunicadas, em média, cerca de 4,4 avarias por dia.

Pág. 150

- 4.1. Tendo em conta o teorema do limite central, espera-se que possa ser modelada por uma distribuição normal com valor

médio $\mu = 48$ kg e desvio-padrão $\sigma = \frac{12}{\sqrt{100}} = 1,2$ kg.

Podemos escrever que $\bar{X} \sim N(48; 1,2)$.

- 4.2. Pretende-se determinar $P(50 < \bar{X} < 60)$.

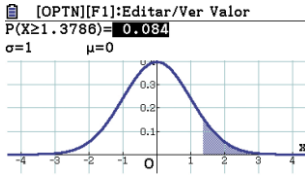
Tendo em conta que $\bar{X} \sim N(48; 1,2)$, recorrendo à calculadora gráfica, obtém-se $P(50 < \bar{X} < 60) = 0,048$.

A probabilidade pedida é, aproximadamente, 4,8%.

5. X – vencimento bruto mensal
 $X \sim N(650, \sigma)$ e $P(X > 700) = 0,084$

$$Z = \frac{X - 650}{\sigma}; Z \sim N(0,1)$$

$$P(X > 700) = P\left(\frac{X - 650}{\sigma} > \frac{700 - 650}{\sigma}\right) = P\left(Z > \frac{50}{\sigma}\right) = 0,084$$



Então $\frac{50}{\sigma} = 1,38 \Leftrightarrow \sigma = \frac{50}{1,38}; \sigma \approx 36,23$

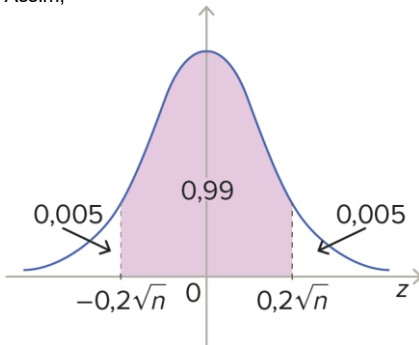
Resposta: 36,23

6. X – peso dos pacotes de farinha
 Pretendemos descobrir o valor de n para o qual

$$P(0,98 < \bar{X} < 1,02) = 0,99, \text{ sabendo que } \bar{X} \sim N\left(1; \frac{0,1}{\sqrt{n}}\right).$$

$$Z = \frac{\bar{X} - 1}{\frac{0,1}{\sqrt{n}}} \Leftrightarrow \frac{0,1}{\sqrt{n}} Z = \bar{X} - 1 \Leftrightarrow \bar{X} = \frac{0,1}{\sqrt{n}} Z + 1; Z \sim N(0,1)$$

Assim,

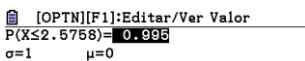


$$P(0,98 < \bar{X} < 1,02) = 0,99 \Leftrightarrow P\left(0,98 < \frac{0,1}{\sqrt{n}} Z + 1 < 1,02\right) = 0,99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P\left(-0,02 < \frac{0,1}{\sqrt{n}} Z < 0,02\right) = 0,99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P\left(\frac{-0,02\sqrt{n}}{0,1} < Z < \frac{0,02\sqrt{n}}{0,1}\right) = 0,99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(-0,2\sqrt{n} < Z < 0,2\sqrt{n}) = 0,99 \Leftrightarrow P(Z < 0,2\sqrt{n}) = 0,995$$



Então, $0,2\sqrt{n} = 2,576 \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{2,576}{0,2} \Leftrightarrow \sqrt{n} = 12,88; n \approx 166$

Resposta: 166 pacotes.

7.1. Admitamos que X representa a mesada, em euros, dos adolescentes. Sabe-se que $\bar{X} \sim N(16,55; 7,50)$.

O teorema do limite central garante que $\bar{X} \sim N\left(16,55; \frac{7,50}{\sqrt{25}}\right)$,

ou seja, $\bar{X} \sim N(16,55; 1,50)$.

Recorrendo à calculadora gráfica calculamos:

$$P(\bar{X} > 20) = 0,5 - P(16,55 < \bar{X} < 20) = 0,5 - 0,489 = 0,011 = 1,1\%$$

A probabilidade pedida é, aproximadamente, 1,1%.

7.2. Pretende-se determinar $P(|\bar{X} - \mu| \leq 0,50)$.

Seja $Z \sim N(0,1)$, então $Z = \frac{\bar{X} - 16,55}{1,50} \Leftrightarrow \bar{X} = 1,50Z + 16,55$

Assim:

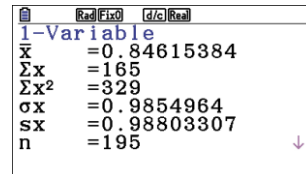
$$P(|\bar{X} - \mu| \leq 0,50) = P(|1,50Z + 16,55 - 16,55| \leq 0,50) =$$

$$= P(|1,50Z| \leq 0,50) = P\left(-\frac{0,5}{1,50} \leq Z \leq \frac{0,50}{1,50}\right) \approx 0,2611$$

A probabilidade pedida é, aproximadamente, 0,2611.

Resposta: 26,11%

1. Recorrendo ao menu estatístico da calculadora temos:



Assim, $\mu \approx 0,846$ e $\sigma \approx 0,985$.

$$p = \frac{50 + 26 + 17 + 10}{195} \approx 0,528 = 52,8\%$$

Para determinar o número de elementos da amostra vamos utilizar a regra de três simples.

Número total de raparigas: 92

$$x = \frac{5 \times 20}{92} \approx 1$$

Resposta: I – c), II – b), III – c) e IV – b)

2.1. A dimensão da amostra é 30, ou seja, verifica a condição do TLC que diz que $n \geq 30$, logo, a afirmação I é falsa.

Pelo TLC, o desvio-padrão é $\frac{10}{\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{30}}{3}$, logo a afirmação II

é verdadeira.

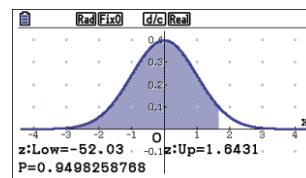
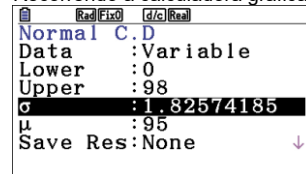
Pelo TLC, $\mu_{\bar{x}} = \mu$, logo a afirmação III é verdadeira.

Resposta certa: (C)

2.2. De acordo com o TLC temos $\bar{X} \sim N\left(95, \frac{\sqrt{30}}{3}\right)$

$$P(\bar{X} > 98) = 1 - P(0 \leq \bar{X} \leq 98)$$

Recorrendo à calculadora gráfica temos:



$$P(\bar{X} > 98) \approx 1 - 0,9498 = 0,0502 = 5,02\%$$

Resposta certa: (D)

1.1. A população em estudo são todos os alunos do 11.º da disciplina de MACS que obtiveram classificação CIF.

1.2. Os parâmetros valor médio da CIF dos alunos inscritos a MACS e a proporção de níveis inferiores a 10 na CIF desses alunos.

1.3. A média e a proporção amostral. $\bar{x} = 13,6$ valores e $\hat{p} = 14\%$.

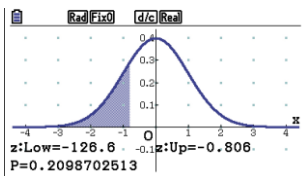
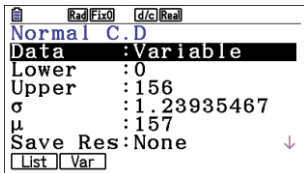
1.4. Utiliza-se a estatística proporção amostral para determinar a proporção populacional, logo, $100\% - \hat{p} = 100\% - 14\% = 86\%$. Assim, prevê-se que 86% dos alunos tenham CIF positiva na disciplina de MACS.

2.1. $X \sim N(157; 4,8)$

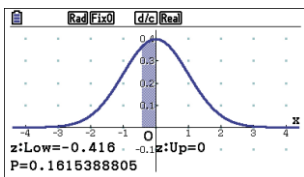
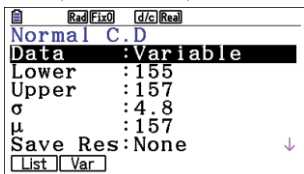
$n = 15$ e $\bar{X} \sim N\left(157; \frac{4,8}{\sqrt{15}}\right)$

2.2.

a) $P(\bar{X} < 156) \approx 20,99\%$



b) $P(155 \leq X \leq 157) \approx 16,15\%$



2.3. Pretendemos determinar $P(|\bar{X} - \mu| < 2,1)$

Pela alínea 2.1. temos que $\bar{X} \sim N\left(157; \frac{4,8}{\sqrt{15}}\right)$

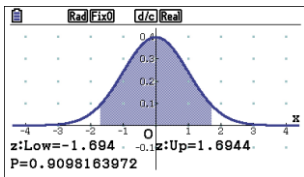
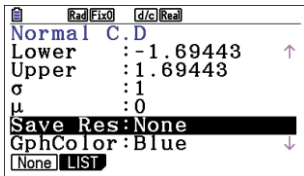
1.º Processo: Estandardizar a variável.

Seja $Z \sim N(0,1)$, então $Z = \frac{\bar{X} - 157}{\frac{4,8}{\sqrt{15}}} \Leftrightarrow \frac{4,8}{\sqrt{15}}Z + 157 = \bar{X}$

Assim, temos $P(|\bar{X} - \mu| < 2,1) = P\left(\left|\frac{4,8}{\sqrt{15}}Z + 157 - 157\right| < 2,1\right) =$

$P\left(-2,1 < \frac{4,8}{\sqrt{15}}Z < 2,1\right) = P\left(-2,1 \frac{\sqrt{15}}{4,8} < Z < \frac{\sqrt{15}}{4,8} 2,1\right) =$

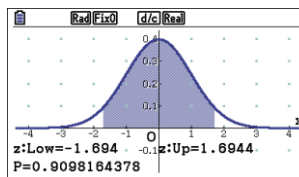
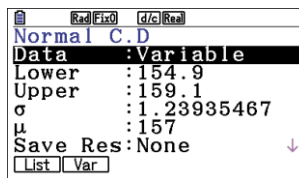
$P(-1,69443 < Z < 1,69443) \approx 90,98\%$



2.º Processo:

$P(|\bar{X} - \mu| < 2,1) = P(|\bar{X} - 157| < 2,1) = P(-2,1 < \bar{X} - 157 < 2,1) =$

$P(-2,1 + 157 < \bar{X} < 2,1 + 157) = P(154,9 < \bar{X} < 159,1) \approx 90,98\%$



2.4. Pretendemos descobrir o valor de n tal que $\bar{X} \sim N\left(157; \frac{4,8}{\sqrt{n}}\right)$

e $P(154 < \bar{X} < 160) = 90\%$.

Temos de estandardizar a variável.

Seja $Z \sim N(0,1)$, então $Z = \frac{\bar{X} - 157}{\frac{4,8}{\sqrt{n}}} \Leftrightarrow \frac{4,8}{\sqrt{n}}Z + 157 = \bar{X}$

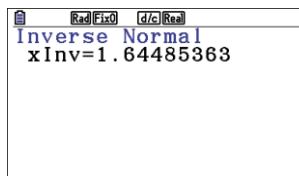
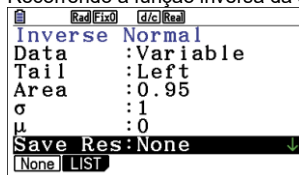
$P\left(154 < \frac{4,8}{\sqrt{n}}Z + 157 < 160\right) = 0,9 \Leftrightarrow$

$P\left(154 - 157 < \frac{4,8}{\sqrt{n}}Z < 160 - 157\right) = 0,9 \Leftrightarrow$

$P\left(-3 \frac{\sqrt{n}}{4,8} < Z < 3 \frac{\sqrt{n}}{4,8}\right) = 0,9 \Leftrightarrow$

$P\left(Z < 3 \frac{\sqrt{n}}{4,8}\right) = 0,95 \Leftrightarrow$

Recorrendo à função inversa da calculadora temos:



Logo, $P(Z < 1,64485) = 0,95$

Assim, $3 \frac{\sqrt{n}}{4,8} = 1,64485 \Leftrightarrow n = (1,64485 \times 4,8 : 3)^2 \approx 7$

A amostra deverá ser constituída por 7 elementos.

3.1. Como venderam 100 rifas, para obter os 750 € o preço médio

de cada rifa deveria ser $\frac{750}{100} = 7,50€$

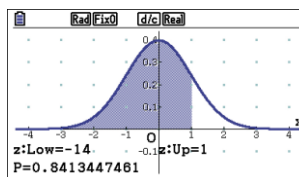
Como $n = 100 \geq 30$, podemos aplicar o TLC, sendo

$\bar{X} \sim N(7; 0,5)$

$\sigma_{\bar{X}} = \frac{5}{\sqrt{100}} = 0,5$

$P(\bar{X} \geq 7,5) = 1 - P(0 \leq \bar{X} \leq 7,5)$

Recorrendo à calculadora gráfica, temos:



Logo, $P(\bar{X} \geq 7,5) = 1 - 0,8413 = 0,1587 = 15,87\%$

- 3.2. Queremos determinar o número de rifas (n) tal que a probabilidade de a soma dos valores das rifas ser maior ou igual a 750 € seja 50%.
Isso significa que o valor médio de cada rifa vendida deve ser igual ao valor médio da população (7€), pois na distribuição normal, a probabilidade de estar acima ou abaixo do valor médio é de 50%.

$$\text{Assim, temos } \frac{750}{n} = 7 \Leftrightarrow n = \frac{750}{7} \approx 107,1 \approx 108$$

Logo, para que a probabilidade de atingir o objetivo seja 50%, os alunos teriam de vender pelo menos 108 rifas.

- 3.3. Por exemplo:
- Os alunos podem aumentar um pouco o valor de cada rifa, não muito pois deixarão de ter possíveis compradores;
 - Terão de tentar vender mais rifas, com esses valores teriam de vender cerca de 200 rifas;
 - Oferecer prémios mais aliciantes para o público-alvo.

Pág. 158

1. $\bar{x} = \frac{29,829}{30} \approx 0,9943$ kg

As médias das quatro amostras são ligeiramente diferentes isto demonstra a variabilidade amostral. Mesmo que os pacotes sejam embalados pela mesma máquina, as amostras aleatórias apresentarão sempre pequenas variações.

2. Usar apenas uma das médias para estimar o verdadeiro peso médio de todos os pacotes seria impreciso. Não temos como saber qual das médias está mais próxima do valor real. Será melhor usar outra forma que tenha em atenção a variabilidade amostral.
3. $s \approx 0,0071$
4. $[0,9956; 1,0024]$
5. 5 intervalos.

Pág. 161

8. $\left[25 - 1,960 \times \frac{\sigma}{\sqrt{256}}; 25 + 1,960 \times \frac{\sigma}{\sqrt{256}} \right] = [24,39; 25,61]$

Raio do intervalo: $1,960 \times \frac{\sigma}{\sqrt{256}}$

Como $\frac{25,61 - 24,39}{2} = 0,61$, então

$$1,960 \times \frac{\sigma}{\sqrt{256}} = 0,61 \Leftrightarrow 1,960 \times \frac{\sigma}{16} = 0,61 \Leftrightarrow \sigma = \frac{16 \times 0,61}{1,960}$$

Assim, $\sigma \approx 4,98$.

Pág. 163

9. $\left[1,70 - 1,960 \times \frac{0,40}{\sqrt{80}}; 1,70 + 1,960 \times \frac{0,40}{\sqrt{80}} \right] = [1,61; 1,79]$

Como o valor 1,50 € não pertence ao intervalo, podemos concluir que o Arlindo não tem razão.

Pág. 164

10. \bar{x} é o ponto médio do intervalo de confiança, então

$$\bar{x} = \frac{25,03 + 32,56}{2} = 28,795$$

Como $\bar{x} + z \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 32,56$, então

$$28,795 + 2,576 \times \frac{s}{\sqrt{50}} = 32,56 \Leftrightarrow 2,576 \times \frac{s}{\sqrt{50}} = 3,765 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s = \frac{3,765 \times \sqrt{50}}{2,576}$$

Logo $s \approx 10,335$.

Resposta: $\bar{x} \approx 28,795$; $s \approx 10,335$

Pág. 165

11. \bar{x} = média, $s = 1,2$, $z = 1,960$ e

amplitude do intervalo = 0,5803.

A amplitude do intervalo, em função de n é dada

$$\bar{x} + 1,960 \times \frac{1,2}{\sqrt{n}} - \left(\bar{x} - 1,960 \times \frac{1,2}{\sqrt{n}} \right) = 2 \times 1,960 \times \frac{1,2}{\sqrt{n}} = \frac{4,704}{\sqrt{n}}$$

Assim:

$$\frac{4,704}{\sqrt{n}} = 0,5803 \Leftrightarrow n = \frac{4,704^2}{0,5803^2} \text{ . Logo } n \approx 65,71 \text{ .}$$

Para garantir o que se pretende, a amostra teria de ter dimensão de pelo menos 66.

12. Como $\bar{x} + z \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 63,06$, então

$$62,5 + 1,960 \times \frac{s}{\sqrt{64}} = 63,06 \Leftrightarrow 1,960 \times \frac{s}{8} = 0,56 \Leftrightarrow s = \frac{0,56 \times 8}{1,960}$$

Logo $s \approx 2,3$.

Pág. 166

1.1. $\frac{31,05 - 25,83}{2} = 2,61$

- 1.2. I - b), II - c) e III - b)

I. O nível de confiança associado a um intervalo de confiança a 95% é $z = 1,960$.

II. $2 \times z \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 2 \times 1,960 \times \frac{5,9}{\sqrt{n}} = \frac{23,128}{\sqrt{n}}$

III. $\frac{23,128}{\sqrt{n}} = 0,923 \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{23,128}{0,923} \Rightarrow n = \left(\frac{23,128}{0,923} \right)^2$, então $n \approx 628$.

2. $2 \times z \times \frac{10}{\sqrt{30}} = 7,158 \Leftrightarrow z = \frac{7,158 \times \sqrt{30}}{2 \times 10}$

Então $z \approx 1,960$

Resposta: 95%

Pág. 167

1. $\left[25 - 2,576 \times \frac{5}{\sqrt{81}}; 25 + 2,576 \times \frac{5}{\sqrt{81}} \right]$, ou seja, $[23,57; 26,43]$

2. $\left[520 - 1,960 \times \frac{120}{\sqrt{200}}; 520 + 1,960 \times \frac{120}{\sqrt{200}} \right]$, ou seja,

$[503,37; 536,63]$. O António é um cliente cujos gastos na alimentação não estão dentro do intervalo, pois 620€ não pertence a este.

3. $2 \times 1,960 \times \frac{s}{\sqrt{64}} = 43,78 - 38,22 \Leftrightarrow 3,92 \times \frac{s}{8} = 5,56 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow s = \frac{5,56 \times 8}{3,92}$$

Então, $s \approx 11$.

Pág. 168

- 1.1. População: todos os clientes do restaurante; Amostra: os 120 clientes do restaurante selecionados aleatoriamente.

1.2. $\hat{p} = \frac{28 + 35}{15 + 42 + 28 + 35} = 0,525 = 52,5\%$.

Estima-se que cerca de 52,5% dos clientes tenha mais de 22 anos.

Pág. 171

- 13.1. Proporção de alunos com menos de 10 valores nos exames de Biologia: $p = 0,20$

Uma vez que a dimensão da amostra é no mínimo 30, o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem da proporção pode ser aproximada por um modelo normal de valor médio $p = 0,20$ e desvio-padrão

$$\sqrt{\frac{0,20(1-0,20)}{75}} \approx 0,046$$

Assim, a proporção amostral, \hat{p} , segue, aproximadamente, um modelo normal $N(0,20;0,046)$.

13.2. Atendendo a que $\hat{p} \sim N(0,20;0,046)$:

$$P(\hat{p} \leq 0,18) = 0,5 - P(0,18 \leq \hat{p} \leq 0,20) \approx 0,5 - 0,17 = 0,33$$

A probabilidade pedida é, aproximadamente, 33%.

Pág. 173

14.1. Proporção amostral: $\hat{p} = \frac{125}{250} = 0,5$

Intervalo de confiança:

$$\left[0,5 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{250}}; 0,5 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{250}} \right] \approx [0,44; 0,56]$$

14.2. $\left[0,5 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{400}}; 0,5 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{400}} \right] \approx [0,45; 0,55]$

14.3. Amplitude do intervalo do exercício 14.: $0,56 - 0,4 = 0,12$

Amplitude do intervalo do exercício 15.1.: $0,55 - 0,45 = 0,10$

Podemos concluir que aumentando a dimensão da amostra, e mantendo o grau de confiança, a amplitude do intervalo diminui (o intervalo de valores é mais "restrito").

Pág. 174

15. $\hat{p} = \frac{500}{10000} = 0,05$

$$2 \times z \times \sqrt{\frac{0,05(1-0,05)}{10000}} = 0,008547 \Leftrightarrow z = \frac{0,008547}{2 \times \sqrt{\frac{0,05(1-0,05)}{10000}}}$$

Então, $z \approx 1,96$.

Resposta: 95%

Pág. 175

16. $\hat{p} = \frac{177+183}{1200} = 0,3$

$$\left[0,3 - 2,576 \times \sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{1200}}; 0,3 + 2,576 \times \sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{1200}} \right], \text{ ou seja, } [0,27; 0,33].$$

Pág. 176

1.1. I - b), II - c) e III - b)

I. $\hat{p} = \frac{260}{650} = 0,4$

III. $2 \times z \times \sqrt{\frac{0,4(1-0,4)}{650}} = 0,075324 \Leftrightarrow z = \frac{0,075324}{2 \times \sqrt{\frac{0,4(1-0,4)}{650}}}$

Então, $z \approx 1,96$.

1.2. $\hat{p} = \frac{65}{650} = 0,1$

$$\left[0,1 - 1,645 \times \sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{650}}; 0,1 + 1,645 \times \sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{650}} \right], \text{ ou seja,}$$

$$[8,1\%; 11,9\%]; E = 1,645 \times \sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{650}} \approx 0,019 = 1,9\%$$

Pág. 177

1. $\hat{p} = \frac{150-45}{150} = 0,7$

$$\left[0,7 - 2,576 \times \sqrt{\frac{0,7(1-0,7)}{150}}; 0,7 + 2,576 \times \sqrt{\frac{0,7(1-0,7)}{150}} \right], \text{ ou seja, } [0,604; 0,796].$$

2.1. $\hat{p} = \frac{216}{216+206+108+108+82} = 0,3$.

$$2 \times z \times \sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{720}} = 0,087987 \Leftrightarrow z = \frac{0,087987}{2 \times \sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{720}}}$$

Então, $z \approx 2,576$.

Nível de confiança: 99%

2.2. $\hat{p} = \frac{206+82}{720} = 0,4$

$$\left[0,4 - 1,960 \times \sqrt{\frac{0,4(1-0,4)}{720}}; 0,4 + 1,960 \times \sqrt{\frac{0,4(1-0,4)}{720}} \right], \text{ ou seja, } [0,36; 0,44].$$

Pág. 181

17.1. Intervalo de confiança:

$$\left[48,5 - 1,645 \times \frac{4,3}{\sqrt{70}}; 48,5 + 1,645 \times \frac{4,3}{\sqrt{70}} \right] \approx [47,7; 49,3]$$

Margem de erro: $E = 1,645 \times \frac{4,3}{\sqrt{70}} \approx 0,8$

17.2. Pretende-se determinar o valor de n tal que:

$$1,645 \times \frac{4,3}{\sqrt{n}} = 0,5 \Leftrightarrow 1,645 \times 4,3 = 0,5\sqrt{n} \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{1,645 \times 4,3}{0,5}$$

Assim, $n = \left(\frac{1,645 \times 4,3}{0,5} \right)^2 \approx 200,138$.

A amostra deverá ter pelo menos 201 funcionários.

Pág. 182

18. $2,576 \times \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{n}} = 0,025 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{n}} = \frac{0,025}{2,576}$
 $\Rightarrow \frac{0,15(1-0,15)}{n} = \left(\frac{0,025}{2,576} \right)^2 \Leftrightarrow n = \frac{0,15(1-0,15)}{\left(\frac{0,025}{2,576} \right)^2}$

Então $n \approx 1353,7$.

Devem ser inquiridas 1354 pessoas.

Pág. 183

19. $\frac{0,15}{2} = 0,075$

$$1,960 \times \sqrt{\frac{0,20(1-0,20)}{n}} = 0,075 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,20(1-0,20)}{n}} = \frac{0,075}{1,960}$$

$$\Rightarrow \frac{0,20(1-0,20)}{n} = \left(\frac{0,075}{1,960} \right)^2 \Leftrightarrow n = \frac{0,20(1-0,20)}{\left(\frac{0,075}{1,960} \right)^2}$$

Então $n \approx 109,3$.

Resposta: $n \geq 110$

20. $2 \times 2,576 \times \frac{0,143}{\sqrt{n}} = 0,0998 \Leftrightarrow \frac{0,143}{\sqrt{n}} = \frac{0,0998}{2 \times 2,576}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{0,143}{\frac{0,0998}{2 \times 2,576}} \Rightarrow n = \left(\frac{0,143}{\frac{0,0998}{2 \times 2,576}} \right)^2$$

Então, $n \approx 54,5$.

Dimensão da amostra: 55

Pág. 184

1. I - a), II - c), III - b) e IV - b)

I. $\hat{p} = \frac{15+9}{80} = 0,3$

II. $\left[0,3 - 1,645 \times \sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{80}} ; 0,3 + 1,645 \times \sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{80}} \right]$, ou

seja, $[0,21572; 0,38428]$.

III. $1,645 \times \sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{80}} \approx 0,0843 = 8,43\%$

2. $\left[96 - 2,576 \times \frac{1,5}{\sqrt{144}} ; 96 + 2,576 \times \frac{1,5}{\sqrt{144}} \right]$, ou seja, $[95,68; 96,32]$. O filho informou que o valor 100 g não pertencia ao intervalo.

Pág. 185

1. $\hat{p} = 0,61$
 $2 \times 1,960 \times \sqrt{\frac{0,61 \times (1-0,61)}{n}} = 0,25 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,61 \times (1-0,61)}{n}} = \frac{0,25}{2 \times 1,960}$
 $\Rightarrow \frac{0,61 \times (1-0,61)}{n} = \left(\frac{0,25}{2 \times 1,960} \right)^2 \Leftrightarrow n = \frac{0,61 \times (1-0,61)}{\left(\frac{0,25}{2 \times 1,960} \right)^2}$

Então $n \approx 58,49$.

Assim, para que a amplitude máxima seja 0,25, a amostra deverá ter, no mínimo, dimensão 59.

2. $2 \times 1,645 \times \frac{1,5}{\sqrt{n}} = 0,32124 \Leftrightarrow \frac{1,5}{\sqrt{n}} = \frac{0,32124}{2 \times 1,645} \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{1,5}{\frac{0,32124}{2 \times 1,645}}$

$\Rightarrow n = \left(\frac{1,5}{\frac{0,32124}{2 \times 1,645}} \right)^2$

Então $n = 236$.

3. Opção correta: (C)

Pág. 190

- 1.1. Os jovens entre os 9 os 17 anos do distrito de Faro.
 1.2. O valor médio das horas passadas nas redes sociais.
 1.3. A média amostral, $\bar{x} = 2,5$ horas diárias.
 2. I - a), II - b), III - b) e IV - c)

	Rad	Fix0	d/c	Real
1-Variable				
\bar{x}	=	15		
Σx	=	60		
Σx^2	=	920		
σx	=	2.23606797		
sx	=	2.58198889		
n	=	4		

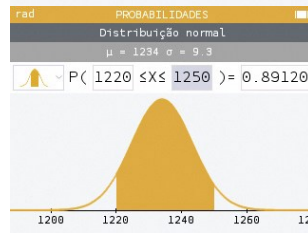
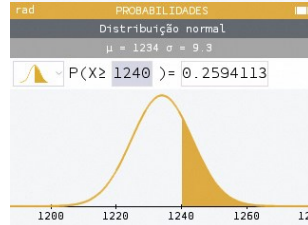
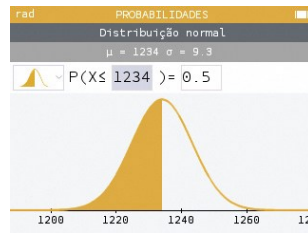
$4^2 = 16$ e $\sigma_{\bar{x}} = \frac{2,2}{\sqrt{2}} \approx 1,6$

- 3.

0,89	0,26	9,30	1234	0,50
			✓	
		✓		
	✓			
				✓
✓				

Um ano tem 52 semanas, $n = 52 \geq 30$, pelo TLC temos:

$\bar{X} \sim N\left(1234; \frac{67}{\sqrt{52}}\right), \sigma_{\bar{x}} \approx 9,3$



Pág. 191

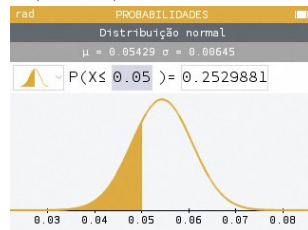
- 4.1. $n = 1234 \geq 30$ e $p = \frac{19}{350} \approx 0,05429$, pelo TLC

$\hat{p} \sim N\left(0,05429; \sqrt{\frac{0,05429(1-0,05429)}{1234}}\right)$, ou seja,

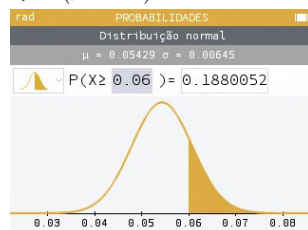
$\hat{p} \sim N(0,05429; 0,00645)$.

- 4.2.

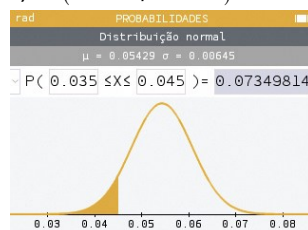
a) $P(\hat{p} < 0,05) \approx 25,299\%$



b) $P(\hat{p} > 0,06) \approx 18,801\%$



c) $P(0,035 < \hat{p} < 0,045) \approx 7,350\%$



4.3. $\hat{p} \sim N\left(0,05429; \sqrt{\frac{0,05134}{n}}\right)$

Queremos determinar n tal que $P(\hat{p} < 0,03) = 0,1$

Vamos estandarizar a variável \hat{p} :

$$Z = \frac{\hat{p} - 0,05429}{\sqrt{\frac{0,05134}{n}}} \Leftrightarrow \hat{p} = Z \sqrt{\frac{0,05134}{n}} + 0,05429, \text{ com}$$

$$Z \sim N(0,1)$$

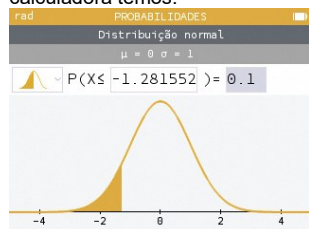
Assim,

$$P(\hat{p} < 0,03) = 0,1 \Leftrightarrow P\left(Z \sqrt{\frac{0,05134}{n}} + 0,05429 < 0,03\right) = 0,1$$

$$\Leftrightarrow P\left(Z < \frac{0,03 - 0,05429}{\sqrt{\frac{0,05134}{n}}}\right) = 0,1$$

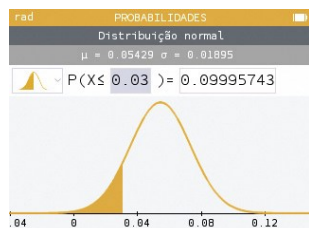
$$\Leftrightarrow P\left(Z < \frac{-0,02429}{\sqrt{\frac{0,05134}{n}}}\right) = 0,1$$

Recorrendo à função inversa da distribuição Normal da calculadora temos:



$$\frac{-0,02429}{\sqrt{\frac{0,05134}{n}}} = -1,28155 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,05134}{n}} = \frac{0,02429}{1,28155}$$

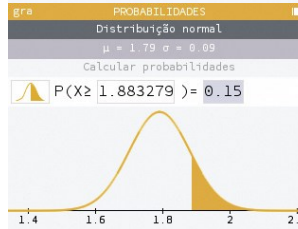
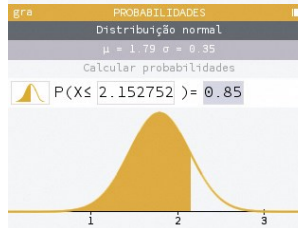
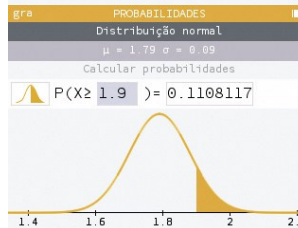
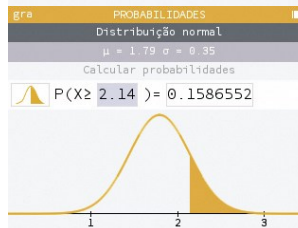
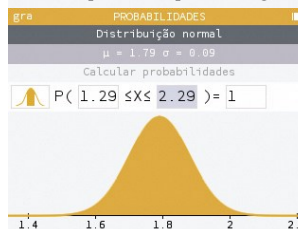
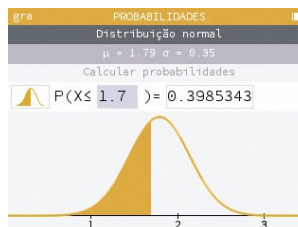
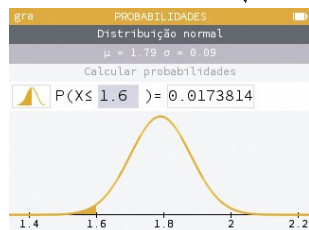
$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{\frac{0,05134}{n}}\right)^2 = \left(\frac{0,02429}{1,28155}\right)^2 \Leftrightarrow n = \frac{0,05134}{\left(\frac{0,02429}{1,28155}\right)^2} \approx 143$$



Assim temos, para $n = 143$, $P(\hat{p} < 0,03) = 0,1$

5. (1) – (E) e (N); (2) – (D); (3) – (L); (4) – (B); (5) – (A); (6) – (G); (7) – (M); (8) – (K); (9) – (J).

$$X \sim N(1,79; 0,35), \sigma_{\bar{x}} = \frac{0,35}{\sqrt{15}} \approx 0,090 \text{ e } \bar{X} \sim N(1,79; 0,09)$$



- 6.1. Consideremos que X representa a classificação dos exames. Então, $X \sim N(11,2; 1,5)$.

Pretendemos determinar o valor a tal que $P(X \leq a) = 0,30$.

Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $a \approx 10,4$.

No máximo obtiveram 10,4 valores no exame.

- 6.2.

- a) Como $n \geq 30$ o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem da média segue uma distribuição, aproximadamente, normal com valor médio 11,2 e

$$\text{desvio-padrão } \frac{1,5}{\sqrt{36}} = 0,25.$$

- b) Recorrendo à calculadora gráfica e sabendo que: $\bar{X} \sim N(11,2; 0,25)$

$$P(11 < X < 12) \approx 78,7\%$$

Resposta: Aproximadamente, 78,7%.

6.3. Para $Z \sim N(0;1)$, $\bar{X} = \frac{1,5}{\sqrt{n}}Z + 11,2$.

Assim:

$$P(10,5 < \bar{X} < 11,9) = 0,99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P\left(10,5 < \frac{1,5}{\sqrt{n}}Z + 11,2 < 11,9\right) = 0,99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P\left(-0,7 < \frac{1,5}{\sqrt{n}}Z < 0,7\right) = 0,99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P\left(-\frac{0,7}{1,5}\sqrt{n} < Z < \frac{0,7}{1,5}\sqrt{n}\right) = 0,99 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P\left(Z < \frac{0,7}{1,5}\sqrt{n}\right) = 0,995$$

Recorrendo à calculadora gráfica sabe-se que:

$$P(Z < 2,58) = 0,995$$

Assim, $\frac{0,7}{1,5}\sqrt{n} = 2,58 \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{3,87}{0,7} \Rightarrow n = \left(\frac{3,87}{0,7}\right)^2$.

Logo $n \approx 31$.

Resposta: A amostra deverá ter 31 alunos.

7.1. Seja X a pontuação obtida pelos candidatos. Como X segue uma distribuição normal $N(82;5)$ então também \bar{X} pode ser aproximada por uma distribuição normal, sendo que $\bar{X} \sim N\left(82, \frac{5}{\sqrt{15}}\right)$, ou seja $\bar{X} \sim N\left(82, \frac{\sqrt{15}}{3}\right)$.

$$P(\bar{X} > 85) = 0,5 - P(82 < \bar{X} < 85) \approx 0,5 - 0,4899 = 0,0101$$

Resposta: A probabilidade pedida é, aproximadamente, 1%.

7.2. $P(|\bar{X} - \mu| < 2) = P\left(\left|\frac{\sqrt{15}}{3}Z + 82 - 82\right| < 2\right) =$
 $= P\left(\left|\frac{\sqrt{15}}{3}Z\right| < 2\right) = P\left(-2 < \frac{\sqrt{15}}{3}Z < 2\right) =$
 $= P\left(-\frac{6}{\sqrt{15}} < Z < \frac{6}{\sqrt{15}}\right) \approx 0,879$

8. Como $n \geq 30$, o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem da média pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio μ e

desvio-padrão $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Assim, o valor médio é 40 cm e o

desvio-padrão $\frac{7}{\sqrt{65}} \approx 0,9$ cm, ou seja, $\bar{X} \sim N(40;0,9)$.

A distribuição de amostragem da média pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio 40 cm e desvio-padrão 0,9 cm.

Pág. 193

9. Pretendemos obter uma estimativa para o valor médio, logo basta determinar a média da amostra recolhida.

$$\bar{x} = \frac{12 \times 0 + 10 \times 1 + 8 \times 2 + 6 \times 3 + 4 \times 4}{40} = 1,5$$

Estima-se que o valor médio do número de defeitos nos *microchips* produzidos pela fábrica seja de 1,5 defeito.

10.1. Como $n \geq 30$, o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem da média pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio μ e

desvio-padrão $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Assim, o valor médio é 8520 e o

desvio-padrão $\frac{180}{\sqrt{36}} = 30$, ou seja, $\bar{X} \sim N(8520;30)$.

Espera-se que a distribuição de amostragem da média possa ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio 8520 e desvio-padrão 30.

10.2. Atendendo a que $\bar{X} \sim N(8520;30)$ e com o recurso à calculadora gráfica:

$$P(\bar{X} > 8490) = 0,5 + P(8490 < \bar{X} < 8520) \approx 0,5 + 0,3413 = 0,8413$$

A probabilidade pedida é, aproximadamente, 84,13%.

11.1. $\bar{x} = \frac{1684}{18} = 84,2$

11.2. Admitamos que X é a variável que representa a pontuação obtida nos testes.

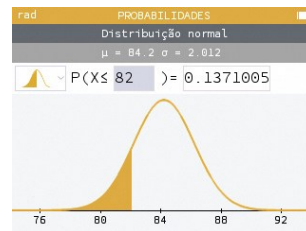
Sabe-se que $X \sim N(\mu;9)$, logo o TLC garante que a distribuição de amostragem da média pode ser aproximada por uma distribuição normal, \bar{X} , com valor médio μ e

desvio-padrão $\frac{9}{\sqrt{20}}$.

Assim, temos: $\bar{X} \sim N\left(\mu; \frac{9\sqrt{5}}{10}\right)$

11.3. Com $\mu = 84,2$ e $\sigma_{\bar{x}} \approx 2,012$, temos: $\bar{X} \sim N(84,2;2,012)$

Recorrendo à calculadora gráfica, temos $P(\bar{X} < 82) \approx 14\%$

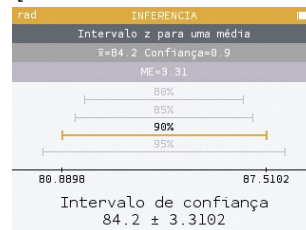


11.4. O valor z para um intervalo de confiança de 90% é, aproximadamente, 1,645.

O intervalo de confiança pedido é do tipo $\left[\bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

$$\left[84,2 - 1,645 \frac{9}{\sqrt{20}}; 84,2 + 1,645 \frac{9}{\sqrt{20}}\right] =$$

$$\left[84,2 - 1,645 \times 2,012; 84,2 + 1,645 \times 2,012\right] = [80,9; 87,5]$$



11.5. Com uma confiança de 90%, estima-se que o intervalo $[80,9; 87,5]$ contenha o valor médio dos pontos.

Pág. 194

12.1. Intervalo de confiança de 90%:

$$\left[17,2 - 1,645 \times \frac{7,5}{\sqrt{40}}; 17,2 + 1,645 \times \frac{7,5}{\sqrt{40}}\right] \approx [15,2; 19,2]$$

Intervalo de confiança de 99%:

$$\left[17,2 - 2,576 \times \frac{7,5}{\sqrt{40}}; 17,2 + 2,576 \times \frac{7,5}{\sqrt{40}}\right] \approx [14,1; 20,3]$$

12.2. Amplitude do intervalo de confiança de 90%: $19,2 - 15,2 = 4$

Amplitude do intervalo de confiança de 99%: $20,3 - 14,1 = 6,2$

Ao aumentar o nível de confiança, de 90% para 99%, a amplitude do respetivo intervalo de confiança também aumenta.

13.1. O intervalo de confiança pedido é do tipo $\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$

$\bar{x} = 15,7$ min, $s = 6,5$ min e $n = 33$.

Intervalo de confiança a 95%, $z = 1,960$

$$\left[15,7 - 1,960 \frac{6,5}{\sqrt{33}}; 15,7 + 1,960 \frac{6,5}{\sqrt{33}}\right] \approx [13,5; 17,9]$$

Intervalo de confiança a 99%, $z = 2,576$

$$\left[15,7 - 2,576 \frac{6,5}{\sqrt{33}}; 15,7 + 2,576 \frac{6,5}{\sqrt{33}}\right] \approx [12,8; 18,6]$$

13.2. Amplitude do intervalo de confiança de 95%: $17,9 - 13,5 = 4,4$

Amplitude do intervalo de confiança de 99%: $18,6 - 12,8 = 5,8$

Ao aumentar o nível de confiança, de 95% para 99%, a amplitude do intervalo também aumenta.

14. I - c), II - a), III - b) e IV - a)

Amplitude: $57 - 45 = 12$

Margem de erro: $12 : 2 = 6$

Pretende-se determinar os valores de \bar{x} e de s tal que:

$$\left[\bar{x} - 2,576 \frac{s}{\sqrt{289}}; \bar{x} + 2,576 \frac{s}{\sqrt{289}} \right] = [45; 57]$$

$$\bar{x} - 6 = 45 \Leftrightarrow \bar{x} = 45 + 6 = 51$$

Como $2,576 \frac{s}{\sqrt{289}} = 2,576 \frac{s}{17}$ e é igual a metade da

amplitude do intervalo, temos:

$$2,576 \frac{s}{17} = 6 \Leftrightarrow s = \frac{6 \times 17}{2,576} \approx 39,596$$

Pág. 195

15. $\bar{x} = 3198$ e $s \approx 356$

Para determinar os valores pedidos podemos aplicar o método que se segue:

$$\bar{x} - 1,645 \frac{s}{\sqrt{55}} + \bar{x} + 1,645 \frac{s}{\sqrt{55}} = 3119,04 + 3276,96 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\bar{x} = 6396 \Leftrightarrow \bar{x} = \frac{6396}{2} \Leftrightarrow \bar{x} = 3198$$

Substituindo num dos extremos do intervalo:

$$3198 + 1,645 \frac{s}{\sqrt{55}} = 3276,96 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,645 \frac{s}{\sqrt{55}} = 3276,96 - 3198 \Leftrightarrow s = \frac{78,96}{1,645} \times \sqrt{55}$$

Assim, temos $\bar{x} = 3198$ e $s \approx 356$.

- 16.1. O intervalo de confiança pedido é do tipo $\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$.

$$\bar{x} = 2,26 \text{min}, \quad s = 0,05 \text{min} \quad \text{e} \quad n = 14$$

Intervalo de confiança de 95%, $z = 1,960$

$$\left[2,26 - 1,960 \frac{0,05}{\sqrt{14}}; 2,26 + 1,960 \frac{0,05}{\sqrt{14}} \right] \approx [2,23; 2,29]$$

Isso significa que temos 95% de confiança de que o verdadeiro valor médio dos tempos de todas as atletas da classe S10 está entre 2,23 e 2,29 minutos.

- 16.2. Intervalo de confiança de 99%, $z = 2,576$

$$2,576 \frac{0,05}{\sqrt{n}} < 0,1 \Leftrightarrow n > \left(\frac{2,576 \times 0,05}{0,1} \right)^2 \Leftrightarrow n > 1,66$$

A dimensão da amostra necessária para que a estimativa para o valor médio, com um grau de confiança de 99%, tenha um erro associado inferior a 0,1 minutos é 2 atletas.

- 16.3. Um tamanho amostral de 2 atletas é extremamente baixo e não recomendável para estudos estatísticos, pois pode não representar adequadamente a população. Um tamanho amostral maior, mesmo que o cálculo indique 2, seria mais apropriado para garantir a fiabilidade da estimativa.

Pág. 196

- 17.1.

Sexo \ Idade	Idade			Total
	Menos de 18 anos	Entre 18 e 60 anos	Mais de 60 anos	
Masculino	25%	15%	15%	55%
Feminino	10%	30%	5%	45%
Total	35%	45%	20%	100%

- 17.2. Seja M o acontecimento "Ser masculino" e A o acontecimento "Ter menos de 18 anos".

A probabilidade pedida é:

$$P(M|A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

- 17.3. Sabe-se que $n=600$.

Para um nível de confiança de 90%, $z = 1,645$.

$$\hat{p} = 20\% = 0,2$$

O intervalo pedido é:

$$\left[0,2 - 1,645 \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{600}}; 0,2 + 1,645 \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{600}} \right] = [0,17; 0,23]$$

- 18.1. $E = \frac{26,2 - 24,7}{2} = 0,75$

Resposta: A margem de erro é 0,75.

- 18.2. $\bar{X} - 0,75 = 24,7 \Leftrightarrow \bar{X} = 24,7 + 0,75 \Leftrightarrow \bar{X} = 25,45$

Resposta: Temperatura média: 25,45 °C.

- 18.3. $z \times \frac{2,7}{\sqrt{50}} = 0,75 \Leftrightarrow z = \frac{0,75 \times \sqrt{50}}{2,7}$

Então $z \approx 1,96$.

Resposta: O nível de confiança é 95%.

- 18.4. Significa que, com uma confiança de 95%, estima-se que o intervalo $[24,7 ; 26,2]$ contenha o valor médio da temperatura, em graus Celsius, na Riviera Maya.

- 18.5. Deve-se aumentar a dimensão da amostra (ou então diminuir o nível de confiança).

Pág. 197

- 19.1. $\hat{p} = 0,16 + 0,22 + 0,13 = 0,51$

$$\left[0,51 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,51(1-0,51)}{200}}; 0,51 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,51(1-0,51)}{200}} \right] \approx [0,44; 0,58]$$

- 19.2. Sabe-se que $\hat{p} = 0,15$.

$$\left[0,15 - 2,576 \times \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{200}}; 0,15 + 2,576 \times \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{200}} \right] \approx [0,08; 0,22]$$

- 19.3. Aplicando a fórmula apresentada no manual, obtém-se:

$$n = \left(\frac{1,96}{0,01} \right)^2 \times 0,51 \times (1 - 0,51) \approx 9600,16$$

Terá de se lançar o dado, pelo menos, 9601 vezes.

- 20.1. Se selecionarmos aleatoriamente várias amostras com a mesma dimensão e construirmos os intervalos de confiança respetivos, cerca de 99% desses intervalos irão conter o parâmetro a estimar (o restante 1% não o conterá). O intervalo $[0,28; 0,40]$ é um intervalo de confiança de 99% para a proporção de empresários que considera que a estabilidade do emprego no setor se manteve no último ano. O que se espera é que este intervalo seja um dos 99% que contém, a proporção que se pretende estimar.

- 20.2. $E = \frac{0,40 - 0,28}{2} = 0,06$

A margem de erro é de 6 pontos percentuais.

- 21.1. Se a dimensão da amostra aumenta, a margem de erro diminui (para um mesmo nível de confiança).

- 21.2. Se a dimensão da amostra aumenta, a margem de erro também aumenta (mantendo a dimensão da amostra).

- 21.3. Se o desvio-padrão aumenta, a margem de erro também aumenta.

- 22.1. $\left[12,50 - 1,96 \times \frac{3,5}{\sqrt{50}}; 12,50 + 1,96 \times \frac{3,5}{\sqrt{50}} \right] \approx [11,53; 13,47]$

Com 95% de confiança, estima-se que os clientes da loja gastem, em média, entre 11,53 € e 13,47 €, aproximadamente.

Margem de erro: $E = 1,96 \times \frac{3,5}{\sqrt{50}} \approx 0,97$

- 22.2. Pretende-se determinar o valor de n tal que:

$$2,576 \times \frac{3,5}{\sqrt{n}} = 1,5 \Leftrightarrow 2,576 \times 3,5 = 1,5 \sqrt{n} \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{2,576 \times 3,5}{1,5}$$

Assim, $n = \left(\frac{2,576 \times 3,5}{1,5} \right)^2 \approx 361$.

Alternativamente, pode-se aplicar diretamente a fórmula apresentada no manual $n = \left(\frac{z \times \sigma}{E}\right)^2$.

A amostra deverá ter dimensão 37.

Pág. 198

1.1. A população é constituída por todos os alunos do 6.º ao 12.º ano do Agrupamento de Escolas de Vivaça e a amostra são 1,7% dos alunos escolhidos aleatoriamente de cada estrato. Número total de alunos: 1858

1.2. Dimensão da amostra: $1858 \times 0,017 \approx 32$

Ano escolar	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º	11.º	12.º
N.º de alunos para a amostra	5	5	6	5	4	3	4

2.1. O parâmetro é o tempo médio, diário, passado nas redes sociais pelos alunos do 6.º ao 12.º ano do agrupamento.

2.2. A estatística é a média do tempo diário, passado nas redes sociais pelos alunos da amostra.

2.3. Recorrendo à calculadora gráfica, obtemos:

$$\bar{x} = \frac{85,9}{32} \approx 2,6844 \text{ e } s \approx 1,2600$$

2.4. Podemos considerar a média da amostra uma estimativa pontual para o valor médio da população. $0,6844 \times 60 \approx 41$

$$2h + 0,6844h \approx 2h \ 41min$$

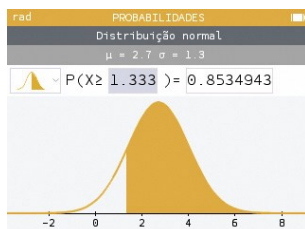
Assim, estima-se que os alunos do agrupamento que constituem a população passem cerca de duas horas e quarenta e um minutos nas redes sociais, diariamente.

2.5. Como $n = 32 \geq 30$, pelo TLC podemos afirmar que

$$\bar{X} \sim N\left(2,7; \frac{1,3}{\sqrt{32}}\right).$$

2.6. $1h \ 20min \approx 1,333h$

$$P(\bar{X} > 1,333) \approx 85\%$$



Resposta certa: (C)

Pág. 199

3.1. $A_1A_2; A_1A_3; A_1B_1; A_1B_2; A_2A_3; A_2B_1; A_2B_2; A_3B_1; A_3B_2; B_1B_2$

10 amostras

3.2.

Proporção de homens na amostra, \hat{p}	0	0,5	1
Probabilidade	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$

3.3. $P(\hat{p}=1) = 10\%$ significa que em 10% dos grupos possíveis com dois elementos diferentes, a proporção de rapazes é 1.

4.1. Sabemos que $p = 0,17$ e $n = 478 > 30$, o TLC garante que a distribuição da amostragem da proporção pode ser aproximada por uma normal de valor médio $p = 0,17$ e

$$\text{desvio-padrão} = \sqrt{\frac{0,17(1-0,17)}{478}} \approx 0,0172.$$

Logo, $\hat{p} \sim N(0,17; 0,0172)$.

4.2. O intervalo de confiança pedido é do tipo

$$\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

$$\hat{p} = 0,17 \text{ e } n = 478$$

Intervalo de confiança de 95%, $z = 1,960$

$$[0,17 - 1,960 \times 0,0172; 0,17 + 2,26 \times 0,0172] \approx [13,6\%; 20,4\%]$$

4.3. Com 95% de confiança, podemos afirmar que a verdadeira proporção de alunos com mais de 14 anos desta escola secundária específica que praticam algum tipo de desporto competitivo regularmente está entre 13,6% e 20,4%. Isto significa que, se repetíssemos o processo de amostragem (seleccionando escolas semelhantes) muitas vezes e calculássemos o intervalo de confiança para cada amostra, 95% desses intervalos conteriam a verdadeira proporção de alunos praticantes de desporto competitivo na escola. É importante notar que este intervalo se aplica especificamente à escola estudada e é baseado na estimativa da proporção nacional.

4.4. A margem de erro (E) é a metade da amplitude do intervalo de confiança. No nosso caso:

$$E = \frac{20,4\% - 13,6\%}{2} = 3,4\%$$

Portanto, a margem de erro do intervalo de confiança a 95% é de aproximadamente 3,4%. Isto significa que a nossa estimativa da proporção de alunos praticantes de desporto competitivo na escola tem uma precisão de $\pm 3,4\%$.

5.1. O intervalo de confiança pedido é do tipo $\left[\bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$

Em que:

$$\bar{x} = 25 \text{ segundos}$$

Para um nível de confiança de 90%, $z = 1,645$

$$\sigma = 15 \text{ segundos}$$

$$n = 67$$

Substituindo os valores:

$$\left[25 - 1,645 \frac{15}{\sqrt{67}}; 25 + 1,645 \frac{15}{\sqrt{67}} \right]$$

Portanto, o intervalo de confiança a 90% é

$$[21,99; 28,01].$$

O processo é semelhante ao anterior, mas com um valor z diferente. Para 99% de confiança, $z = 2,576$.

$$\left[25 - 2,576 \frac{15}{\sqrt{67}}; 25 + 2,576 \frac{15}{\sqrt{67}} \right]$$

Portanto, o intervalo de confiança a 99% é $[20,28; 29,72]$.

5.2. A amplitude do intervalo de confiança a 99% é 9,44, ou seja, é mais amplo que o intervalo a 90%, cuja amplitude é 6,02. Isto é esperado, pois um nível de confiança maior exige um intervalo maior para garantir uma maior probabilidade de conter o valor médio populacional.

5.3. A margem de erro é igual a metade da amplitude do intervalo de confiança.

Para 90%: Margem de erro: 3,01 segundos.

Para 99%: Margem de erro: 4,72 segundos.

A margem de erro para 99% é maior do que para 90%, refletindo a maior certeza pretendida.

5.4. Para diminuir a margem de erro para futuras análises, mantendo o nível de confiança em 90% a empresa pode: Aumentar o tamanho da amostra (n): A fórmula da margem de erro, $E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, mostra que existe uma relação inversa entre

a raiz quadrada do tamanho da amostra e a margem de erro. Ao aumentar o n , o denominador aumenta, diminuindo o valor da fração e, consequentemente, a margem de erro.

Por exemplo, se a empresa aumentar a amostra para 268 elementos (quatro vezes maior), a margem de erro seria reduzida para metade (aproximadamente 1,5 segundos).

$$\text{Pois, } 1,645 \times \frac{15}{\sqrt{268}} \approx 1,645 \times 0,916 \approx 1,5 \text{ segundos.}$$

Pág. 200

1.1. A população é o conjunto de todas as cidades de Portugal e a amostra são as 8 cidades estudadas.

1.2.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	17.2			
2	16.8			
3	18.5			
4	15.1			

GRAPH CALC TEST INTR DIST

```

1Var XList :List1
1Var Freq  :1
2Var XList :List1
2Var YList :List2
2Var Freq  :1
    
```

LIST

```

1-Variável
x̄ = 16.0125
Σx = 128.1
Σx² = 2075.93
σx = 1.75815066
sx = 1.87954211
n = 8
    
```

Resposta: 16,01 °C

1.3. $\hat{p} = \frac{5}{8} = 0,625 = 62,5\%$

1.4. Resposta certa: (B)

1.5. Aumentar o tamanho da amostra, em geral, aumenta a precisão da estimativa pontual.

2. 0,0098; 1,5 ; 95%

Margem de erro: $\frac{1,5098 - 1,4902}{2} = 0,0098$

Média (ponto médio do intervalo): $\frac{1,5098 + 1,4902}{2} = 1,5$

Nível de confiança:

$z \times \frac{0,05}{\sqrt{100}} = 0,0098 \Leftrightarrow z = \frac{0,0098 \times 10}{0,05} \Leftrightarrow z = 1,96$

Pág. 201

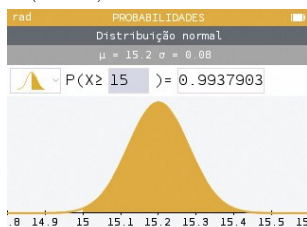
3.1. $\bar{X} \sim N\left(\mu; \frac{0,8}{\sqrt{100}}\right)$, ou seja, $\bar{X} \sim N(\mu; 0,08)$.

3.2. $\left[15,2 - 2,576 \times \frac{0,8}{\sqrt{100}}; 15,2 + 2,576 \times \frac{0,8}{\sqrt{100}}\right]$, ou seja,

$[14,99; 15,41]$. $E = \frac{15,41 - 14,99}{2} = 0,21$ °C

3.3. Aumentando o tamanho da amostra diminui a margem de erro. Podemos aumentar o tamanho da amostra para o quádruplo.

3.4. $P(\bar{X} > 15) = 99,38\%$



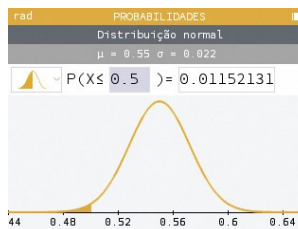
4.1. $\left[0,55 - 1,645 \times \sqrt{\frac{0,55(1-0,55)}{500}}; 0,55 + 1,645 \times \sqrt{\frac{0,55(1-0,55)}{500}}\right]$,

ou seja, $[0,55 - 1,645 \times 0,022; 0,55 + 1,645 \times 0,022] \approx$

$[0,514; 0,586]$. Assim, $[51,4\%; 58,6\%]$.

Caso não se recorra a arredondamentos em cálculos intermédios, obtém-se $[0,513; 0,587]$, ou seja, $[51,3\%; 58,7\%]$.

4.2. $P(\hat{p} < 0,50) = 1,2\%$



4.3. Resposta certa: (B)

5.1. O de 99% de confiança.

5.2. A margem de erro aumenta.

- 5.3. I – Falso
 II – Verdadeiro
 III – Falso
 IV – Verdadeiro

Pág. 202

1.1. Considere os seguintes acontecimentos:

V: "O formando pratica voleibol."

F: "O formando pratica futebol."

Sabe-se que $P(V \cap F) = \frac{50}{330}$ e $P(V|F) = \frac{1}{5}$

$P(V|F) = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{P(V \cap F)}{P(F)} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow P(F) = \frac{P(V \cap F)}{\frac{1}{5}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(F) = \frac{\frac{50}{330}}{\frac{1}{5}} \Leftrightarrow P(F) = \frac{250}{330}$

Então temos que 50 formandos praticavam as duas modalidades e 250 praticavam futebol.

Esquematisando num diagrama de Venn, temos que

$P(V \cap \bar{F}) = \frac{80}{330} \times 100 \approx 24,24\%$

1.2. Considere os seguintes acontecimentos:

V: "O pai do formando praticou voleibol."

F: "O pai do formando praticou futebol."

$P(F) = 0,80$; $P(V) = 0,50$

$P(\bar{F}|V) = \frac{3}{10} \Leftrightarrow \frac{P(\bar{F} \cap V)}{P(V)} = \frac{3}{10} \Leftrightarrow P(\bar{F} \cap V) = \frac{3}{10} \times P(V) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(\bar{F} \cap V) = \frac{3}{10} \times 0,50 \Leftrightarrow P(\bar{F} \cap V) = \frac{3}{20} = 0,15$

Colocando os valores que temos na tabela de contingência temos que:

	F	\bar{F}	Total
V		0,15	0,50
\bar{V}			
Total	0,80		1

Para completarmos a tabela temos ainda que:

$P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - 0,50 = 0,50$

$P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - 0,80 = 0,20$

$P(V \cap F) = P(F) - P(V \cap \bar{F}) = 0,80 - 0,15 = 0,65$

$P(\bar{V} \cap F) = P(F) - P(V \cap F) = 0,80 - 0,65 = 0,15$

Apenas para completar a tabela e confirmar que está bem preenchida: $P(\bar{V} \cap \bar{F}) = P(\bar{V}) - P(\bar{V} \cap F) = 0,50 - 0,15 = 0,35$

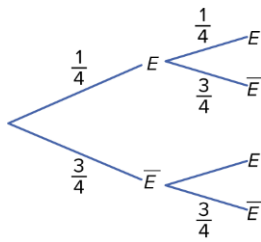
	F	\bar{F}	Total
V	0,65	0,15	0,80
\bar{V}	0,35	0,15	0,50
Total	1,00	0,30	1

Após a tabela preenchida verifica-se que a probabilidade de o pai ter praticado futebol e não ter praticado voleibol ($P(\bar{V} \cap F)$), é de 15%.

2. Considere os seguintes acontecimentos:

E: "O aluno é estrangeiro."

\bar{E} : "O aluno é português."



$$P(E, \bar{E}) + P(\bar{E}, E) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{16} = 0,375$$

A probabilidade, em percentagem, de escolher dois alunos, um português e outro estrangeiro é de $0,375 \times 100 \approx 38\%$.

3. $70\% + 90\% = 160\%$

Logo, 60% das bolas têm as duas cores.

$$80 \times 0,60 = 48$$

Resposta: 48 bolas têm as duas cores.

Pág. 203

4. Considere os seguintes acontecimentos:

P: "O funcionário tem nacionalidade portuguesa."

B: "O funcionário tem nacionalidade brasileira."

$$P(P|B) = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{P(P \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow P(P \cap B) = \frac{1}{5} \times P(B) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{P(P \cap B)}{\frac{1}{5}} = P(B) \Leftrightarrow P(B) = \frac{12}{1} = \frac{60}{461} = \frac{60}{461}$$

Colocando os valores que temos na tabela de contingência temos que:

	P	\bar{P}	Total
B	$\frac{12}{461}$		$\frac{60}{461}$
\bar{B}		$\frac{180}{461}$	
Total			1

Para completarmos a tabela, temos ainda de calcular:

$$P(\bar{P} \cap B) = P(B) - P(B \cap \bar{P}) = \frac{60}{461} - \frac{12}{461} = \frac{48}{461}$$

$$P(\bar{P}) = P(B \cap \bar{P}) + P(\bar{B} \cap \bar{P}) = \frac{48}{461} + \frac{180}{461} = \frac{228}{461}$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{60}{461} = \frac{401}{461}$$

$$P(\bar{B} \cap P) = P(\bar{B}) - P(\bar{B} \cap \bar{P}) = \frac{401}{461} - \frac{180}{461} = \frac{221}{461}$$

$$P(P) = 1 - P(\bar{P}) = 1 - \frac{228}{461} = \frac{233}{461}$$

A tabela completa é a seguinte:

	P	\bar{P}	Total
B	$\frac{12}{461}$	$\frac{48}{461}$	$\frac{60}{461}$
\bar{B}	$\frac{221}{461}$	$\frac{180}{461}$	$\frac{401}{461}$
Total	$\frac{233}{461}$	$\frac{228}{461}$	1

4.1. $P(P) = \frac{233}{461} \times 100 \approx 50,54\%$

- 4.2. A probabilidade pedida é:

$$P(B \cap \bar{P}) + P(\bar{B} \cap \bar{P}) = \left(\frac{48}{461} + \frac{180}{461} \right) \times 100 \approx 49,46\%$$

5. Sejam A e V os acontecimentos:

V: "O aluno já viajou de avião."

A: "O aluno gostaria de visitar os Açores."

$$P(\bar{V}) = 0,75; P(A) = 0,80$$

$$P(\bar{V} | A) = 0,87 \Leftrightarrow \frac{P(\bar{V} \cap A)}{P(A)} = 0,87 \Leftrightarrow P(\bar{V} \cap A) = 0,87 \times P(A) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(\bar{V} \cap A) = 0,87 \times 0,80 \Leftrightarrow P(\bar{V} \cap A) = 0,696$$

Colocando os valores que temos na tabela de contingência temos:

	V	\bar{V}	Total
A		0,696	0,80
\bar{A}			
Total		0,75	1

Para completarmos a tabela, temos ainda de determinar:

$$P(A \cap V) = P(A) - P(A \cap \bar{V}) = 0,80 - 0,696 = 0,104$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{V}) = P(\bar{V}) - P(A \cap \bar{V}) = 0,75 - 0,696 = 0,054$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,80 = 0,20$$

$$P(V) = 1 - P(\bar{V}) = 1 - 0,75 = 0,25$$

$$P(\bar{A} \cap V) = P(V) - P(A \cap V) = 0,25 - 0,104 = 0,146$$

A tabela completa é igual a:

	V	\bar{V}	Total
A	0,104	0,696	0,80
\bar{A}	0,146	0,054	0,20
Total	0,25	0,75	1

Pelo que

I - c) pois $P(V) = 0,25 \times 100 = 25\%$

II - a) pois $P(\bar{V} \cap A) = 0,696 \times 100 = 69,6\%$

III - b) pois $P(\bar{A} \cap V) = 0,146 \times 100 = 14,6\%$

IV - c) pois $P(A|V) = \frac{P(A \cap V)}{P(V)} = \frac{0,104}{0,25} = 0,416 \times 100 = 41,6\%$

Pág. 204

- 6.1.

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10

Temos:

$$P(x=2) = P(x=10) = \frac{1}{24}$$

$$P(x=3) = P(x=9) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

$$P(x=4) = P(x=8) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

Seja X a variável aleatória que representa a soma referida no enunciado.

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$

6.2. $P(\text{soma par}) = P(\text{Clara vencer}) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

Logo, probabilidade de o Diogo vencer é igual à probabilidade

da Clara vencer $\left(\frac{1}{2}\right)$, pelo que o Diogo não tem razão, pois

as probabilidades são iguais.

7. Sejam R e C os acontecimentos:

R: "O aluno gosta de romã."

C: "O aluno gosta de caqui."

$$P(R) = 0,08; P(C \cap R) = 0,30$$

$$P(C|R) = \frac{5}{8} \Leftrightarrow \frac{P(C \cap R)}{P(R)} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow P(C \cap R) = \frac{5}{8} \times P(R) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(C \cap R) = \frac{5}{8} \times 0,08 \Leftrightarrow P(C \cap R) = 0,05$$

Colocando os valores que temos na tabela de contingência obtém-se:

	R	\bar{R}	Total
C	0,05	0,30	
\bar{C}			
Total	0,08		1

Para completarmos a tabela, temos ainda que:

$$P(C) = P(C \cap R) + P(C \cap \bar{R}) = 0,05 + 0,30 = 0,35$$

$$P(\bar{C} \cap R) = P(R) - P(C \cap R) = 0,08 - 0,05 = 0,03$$

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,35 = 0,65$$

$$P(\bar{R}) = 1 - P(R) = 1 - 0,08 = 0,92$$

$$P(\bar{C} \cap \bar{R}) = P(\bar{C}) - P(\bar{C} \cap R) = 0,65 - 0,03 = 0,62$$

A tabela completa é igual a:

	R	\bar{R}	Total
C	0,05	0,30	0,35
\bar{C}	0,03	0,62	0,65
Total	0,08	0,92	1

$$P(C|\bar{R}) = \frac{P(C \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{0,30}{0,92} = \frac{15}{46} \times 100 \approx 32,6\%$$

Pág. 205

8.1. Resposta: (C)

8.2. São 3 casos para as posições dos algarismos do número 26. Depois falta-nos colocar dois números ímpares, existem 5×4 maneiras de distribuir os dois algarismos ímpares. O número de possibilidades para os todos os números do código será $3 \times 1 \times 5 \times 4 = 60$

Resposta: (B)

8.3. O número de casos possíveis para os códigos será 4×60 . O número de casos favoráveis para os códigos será 3, pois o Matias tem 3 tentativas para acertar o código. Logo,

$$P = \frac{3}{4 \times 60} = \frac{3}{240} = \frac{1}{80}$$

9. Sejam G e T os acontecimentos:

G: "O hóspede já participou em torneio de golfe."

T: "O hóspede já participou em torneio de ténis."

$$P(G) = \frac{4}{5}; P(T) = \frac{3}{5}$$

$$P(\bar{G}|T) = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{P(\bar{G} \cap T)}{P(T)} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow P(\bar{G} \cap T) = \frac{1}{5} \times P(T) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(\bar{G} \cap T) = \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} \Leftrightarrow P(\bar{G} \cap T) = \frac{3}{25}$$

Colocando os valores que temos na tabela de contingência temos que:

	G	\bar{G}	Total
T			$\frac{3}{5}$
\bar{T}	$\frac{8}{25}$		
Total	$\frac{4}{5}$		1

Para completarmos a tabela, temos ainda:

$$P(T \cap G) = P(G) - P(\bar{T} \cap G) = \frac{4}{5} - \frac{8}{25} = \frac{12}{25}$$

$$P(\bar{T}) = 1 - P(T) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$P(\bar{G}) = 1 - P(G) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$P(T \cap \bar{G}) = P(T) - P(T \cap G) = \frac{3}{5} - \frac{12}{25} = \frac{3}{25}$$

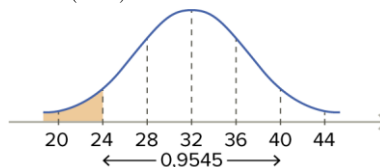
$$P(\bar{T} \cap \bar{G}) = P(\bar{T}) - P(\bar{T} \cap G) = \frac{2}{5} - \frac{8}{25} = \frac{2}{25}$$

A tabela completa é igual a:

	G	\bar{G}	Total
T	$\frac{12}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{3}{5}$
\bar{T}	$\frac{8}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{5}$
Total	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

Pelo que $P(G \cap \bar{T}) = \frac{8}{25}$

10.1. $X \sim N(32, 4)$

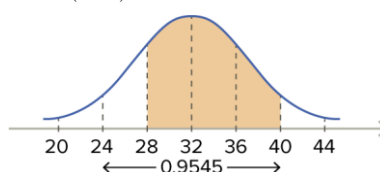


Temos, por definição que,

$$P(24 < X < 40) = P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$\text{Logo } P(X < 14) \approx \frac{1 - 0,9545}{2} \times 100 \approx 2,3\%$$

10.2. $X \sim N(32, 4)$



Temos, por definição que,

$$P(28 < X < 36) = P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

E sabendo que,

$$P(24 < X < 40) = P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

Então:

$$P(28 < X < 40) = P(\mu - \sigma < X < \mu) + P(\mu < X < \mu + 2\sigma) \approx \frac{0,6827}{2} + \frac{0,9545}{2} \approx 0,8186$$

Em percentagem, $P(28 < X < 40) \approx 81,9\%$.

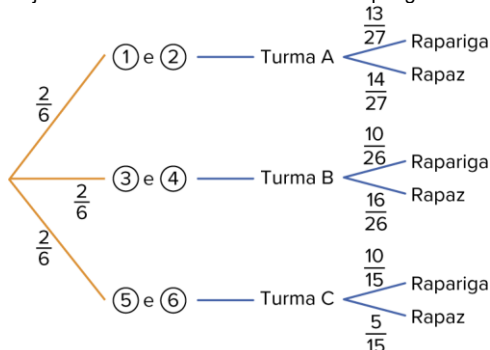
Pág. 206

11.1. Modalidade 1:

$$P(\text{a aluna é rapariga}) = \frac{33}{68} \approx 0,4853$$

Modalidade 2:

Seja D o acontecimento: D: "A aluna é rapariga".



$$P(D) = P(D) \times P(D|A) + P(D) \times P(D|B) + P(D) \times P(D|C) = \frac{2}{6} \times \frac{13}{27} + \frac{2}{6} \times \frac{10}{26} + \frac{2}{6} \times \frac{10}{15} = \frac{538}{1053} \approx 0,5109$$

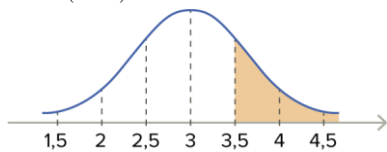
Sim, é mais provável na modalidade 2.

11.2.

a) $P(C) = \frac{1}{3}$

$$b) P(C|D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{2}{6} \times \frac{10}{15}}{\frac{538}{1053}} \approx 0,4349 \times 100 \approx 43\%$$

12. $X \sim N(3; 0,5)$



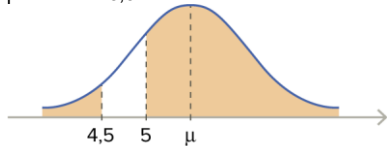
Temos, por definição que,
 $P(2,5 < X < 3,5) = P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$

E sabendo que,

$$P(X > 3,5) = P(X > \mu + \sigma) = \frac{1 - P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)}{2} \approx \frac{1 - 0,6827}{2} \approx 0,16$$

Resposta: (A)

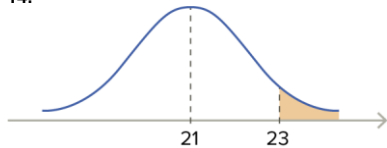
13. Temos, observando a figura, que se $P(X > 5) > P(X < 4,5)$ então o valor médio desta distribuição normal terá de ser um valor superior a 5, pelo que pelas hipóteses apresentadas só poderá ser 5,5.



Resposta: (D)

Pág. 207

14.



Sabemos que:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

Sabendo que $\frac{1 - 0,9545}{2} \approx 0,02275$, então temos que

$$P(X > \mu + 2\sigma) = P(X > 23) \approx 0,02275$$

$$\text{Pelo que } 23 - 21 = 2\sigma \Leftrightarrow 2\sigma = 2 \Leftrightarrow \sigma = 1$$

15.1. Para estimar a proporção populacional podemos recorrer à proporção amostral.

$$\hat{p} = 12\% + 24\% = 36\%$$

Estima-se que 36% dos eleitores se enquadram nos níveis 1 ou 2.

15.2. Resposta: (A)

$$\left[0,08 - 1,645 \times \sqrt{\frac{0,08(1-0,08)}{1010}}; 0,08 + 1,645 \times \sqrt{\frac{0,08(1-0,08)}{1010}} \right] \approx]0,066; 0,094[$$

Com uma confiança de 90%, estima-se que a proporção de eleitores que se consideram muito informados está compreendida entre 6,6% e 9,4%, aproximadamente.

15.3. A margem de erro é igual a metade da amplitude do intervalo de confiança.

Para $\hat{p} = 0,6$, com um nível de confiança de 95%, tem-se:

$$n = 100 \rightarrow \left[0,6 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{100}}; 0,6 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{100}} \right] \approx]0,504; 0,696[$$

$$\text{Margem de erro: } \frac{0,696 - 0,504}{2} = 0,096$$

$$n = 1000 \rightarrow \left[0,6 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{1000}}; 0,6 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{1000}} \right] \approx]0,570; 0,630[$$

$$\text{Margem de erro: } \frac{0,630 - 0,570}{2} = 0,03$$

$$n = 5000 \rightarrow \left[0,6 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{5000}}; 0,6 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{5000}} \right] \approx]0,586; 0,614[$$

$$\text{Margem de erro: } \frac{0,614 - 0,586}{2} = 0,014$$

Como se pode observar, mantendo a confiança, a margem de erro diminui à medida que a dimensão da amostra aumenta.

Pág. 208

16.1. Resposta: (B)

Podemos recorrer à média amostral para estimar o valor médio.

Assim:

$$\bar{x} = \frac{32 \times 0 + 252 \times 1 + 728 \times 2 + 541 \times 3 + 494 \times 4 + 58 \times 5 + 25 \times 6}{2130} \approx 2,7$$

Estima-se que em Portugal existe, em média, 2,7 dispositivos com ligação à internet por habitação.

16.2. Em primeiro lugar temos de determinar o desvio-padrão amostral s .

$$s = \sqrt{\frac{(0-2,7)^2 \times 32 + (1-2,7)^2 \times 252 + \dots + (5-2,7)^2 \times 58 + (6-2,7)^2 \times 25}{2130 - 1}} \approx 1,14289$$

Intervalo de confiança:

$$\left[2,7 - 1,96 \times \frac{1,14289}{\sqrt{2130}}; 2,7 + 1,96 \times \frac{1,14289}{\sqrt{2130}} \right] \approx]2,65; 2,75[$$

Assim, com uma confiança de 95%, estima-se que o número médio de dispositivos com ligação à internet, por habitação, em Portugal, no ano 2015 esteja compreendido entre 2,65 e 2,75, aproximadamente.

Logo, com 95% de confiança, não haverá motivos para duvidar do aumento referido.

Pág. 209

17.1. I - b); II - c); III - b)

Admitamos que X representa o vencimento bruto mensal dos funcionários.

Sabe-se que $X \sim N(1410; 350)$, logo o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem da média pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor

médio μ e desvio-padrão $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

$$\text{Assim, } \bar{X} \sim N\left(1410; \frac{350}{\sqrt{80}}\right), \text{ ou seja, } \bar{X} \sim N(1410; 39,13)$$

Valor médio: 1410 €

Desvio-padrão: 39,13 €

$$P(\bar{X} \leq 1500) = 0,5 + P(1410 \leq \bar{X} \leq 1500) \approx 0,5 + 0,489 = 0,989 = 98,9\%$$

17.2. Pretende-se determinar $P(|\bar{X} - \mu| \leq 90)$.

$$\text{Seja } Z \sim N(0,1), \text{ então } Z = \frac{\bar{X} - 1410}{39,13} \Leftrightarrow \bar{X} = 39,13Z + 1410$$

Assim:

$$P(|\bar{X} - \mu| \leq 90) = P(|39,13Z + 1410 - 1410| \leq 90) = P(-90 \leq 39,13Z \leq 90) = P\left(\frac{-90}{39,13} \leq Z \leq \frac{90}{39,13}\right) \approx 0,9786$$

Probabilidade pedida: aproximadamente 0,9786.