

Ficha 13

- 1.1. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- 1.2. a) $A = \{5\}$. Acontecimento elementar.
 b) $B = \{1, 3, 5, 7\}$. Acontecimento composto.
 c) $C = \{3, 6\}$. Acontecimento composto.
 d) $D = \{ \}$. Acontecimento impossível.
 e) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Acontecimento certo.
- 2.1.
$$S = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \end{array} \right\}$$
- 2.2. $A = \{(5,5)\}$. Acontecimento elementar.
 $B = \{(1,4), (2,2), (4,1)\}$. Acontecimento composto.
 $C = \{ \}$. Acontecimento impossível.
 $D = S$. Acontecimento certo.
 $E = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1)\}$.
 Acontecimento composto.
 $F = \{(3,3), (4,4)\}$. Acontecimento composto.
- 2.3. a) \emptyset
 b) \emptyset
 c) S
 d) \bar{F}
 e) \bar{E}
 f) B
- 2.4. Por exemplo:
 a) G : "A soma das pontuações é superior a 6".
 b) G : "A soma das pontuações é diferente de 10".
3. Resposta certa: **(B)**
- 4.1. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- 4.2. a) $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$
 b) $\bar{B} = \{1, 2, 3\}$
 c) $A \cap B = \{4, 6\}$
 d) $\bar{A} \cap B = \{5\}$
 e) $A \cup \bar{B} = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
 f) $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 3\}$
- 4.3. Por exemplo:
 a) C : "Sair o número 5".
 b) C : "Sair um número menor ou igual a 3".
 c) C : "Sair um número ímpar".
 d) C : "Sair o número 1".

Ficha 14

1. Resposta certa: **(C)**
- 2.1. $a = 1 - 0,5 - 0,3 - 0,15 = 0,05$ e $b = 1 - \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$
- 2.2. $100\% - 23\% - 47\% = 30\%$ logo $c = 20\%$ e $d = 10\%$.
- 2.3. $100\% - 23\% - 47\% = 30\%$ logo $e = 10\%$ e $f = 30\%$.
3. $1 - \frac{1}{6} - 0,3 = 0,13 = 0,13$
 $2a + \frac{a}{2} = 0,37 \Leftrightarrow \frac{5a}{2} = 0,37 \Leftrightarrow a = \frac{0,37 \times 2}{5} \Leftrightarrow a = 0,148$
 Resposta certa: **(B)**
- 4.1. $a + a + \frac{2}{7} + \frac{3}{5} = 1 \Leftrightarrow 2a = 1 - \frac{10}{35} - \frac{21}{35} \Leftrightarrow 2a = \frac{35}{35} - \frac{31}{35} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow a = \frac{4}{35} : 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{35}$

- 4.2. A probabilidade de tirar uma bola número 2 é $\frac{3}{5}$. vamos
 calcular $\frac{3}{5}$ de 150 bolas. Temos assim $\frac{3}{5} \times 150 = 90$.
 Resposta: 90 bolas.

5.

Resultado	Verde	Azul	Branca
Probabilidade	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$

$$P(\text{verde}) = \frac{3}{10}$$

$$P(\text{azul}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{branca}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

6. $P(\text{verde}) + P(\text{amarela}) + P(\text{preta}) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{5} + a + \frac{1}{5} = 1 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow a = 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \Leftrightarrow a = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} \Leftrightarrow a = \frac{3}{5}$

Resposta certa: **(C)**

7.

$$P(\text{ovo amarelo}) + P(\text{ovo vermelho}) + P(\text{ovo cor de laranja}) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{5} + \frac{1}{6} + a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{30}{30} - \frac{12}{30} - \frac{5}{30} \Leftrightarrow a = \frac{13}{30}$$

$$\text{Logo, ovos cor de laranja} = \frac{13}{30} \times 30 = 13$$

Resposta: 13 ovos são cor de laranja.

Ficha 15

- 1.1. $P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
- 1.2. $P = \frac{1}{8}$
- 1.3. $P = \frac{3}{8}$
- 1.4. $P = \frac{1}{8}$
- 1.5. $P = \frac{5}{8}$
- 1.6. $P = 0$
- 2.1. $P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
- 2.2. $P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, pois os números primos que estão na taça são 2, 3, 5 e 7.
- 2.3. $P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
- 2.4. $P = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$, pois só os números 2, 3, 4, 6, 7 e 8 não dividem o número 5.
- 3.1. a) $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
 b) $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 c) $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 d) $P = \frac{5}{6}$
- 3.2. Como $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ e $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, jogo ficou com quatro peças
 vermelhas e duas peças azuis, ou seja, juntou-se uma peça
 vermelha e uma peça azul.
- 4.1. $P = \frac{3}{13}$

4.2. $P = \frac{5}{13}$

4.3. $P = \frac{13}{13} = 1$

4.4. $P = \frac{9}{13}$

5.1. $P = \frac{3}{4} = 75\%$, pois os divisores de 4 são 1, 2 e 4.

5.2.

x	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

$P = \frac{5}{16}$

6.1. $P = \frac{13}{25}$

6.2. $P = \frac{7}{25}$

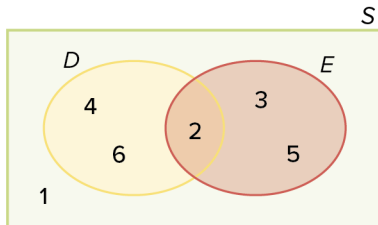
6.3. $P = \frac{3}{25}$

6.4. $P = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

Revisão geral 1

- 1.1. a) disjuntos
b) complementares
c) {1,2,4,6}
d) {1,3,4,5,6}
e) $A \cap C = \{3,5\}$, logo $\overline{A \cap C} = \{1,2,4,6\}$

1.2.



2.1. $S = \{M, A, T, E, I, C\}$; S tem 10 elementos.

- 2.2. Por exemplo:
a) "Sair uma consoante" e "Sair uma vogal".
b) "Sair a letra M" e "Sair uma vogal".

2.3. \bar{A} : "Sair a letra E, ou a letra I ou a letra C".

3.1.

Número	1	2	3	4	5
Probabilidade	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1

3.2. a) $P = 0,2 + 0,2 + 0,1 = 0,5 = \frac{1}{2}$

b) $P = 0,2 + 0,2 = 0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

4.1. a) $P(\text{vermelho}) + P(\text{azul}) + P(\text{verde}) + P(\text{amarelo}) = 1 \Leftrightarrow 0,3 + 0,4 + a + a = 1 \Leftrightarrow 2a = 1 - 0,7 \Leftrightarrow a = 0,15 \Leftrightarrow$

$a = \frac{15}{100} \Leftrightarrow a = \frac{3}{20}$

Resposta: $P = \frac{3}{20}$

b) $P(\text{vermelho}) + P(\text{verde}) = 0,3 + 0,15 = 0,45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

Resposta: $P = \frac{9}{20}$

4.2. $P(\text{azul}) = 0,4$. Logo $88 : 0,4 = 220$.

Resposta: A Joana tem 220 elásticos.

5. $\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$ é a única proporção possível.

Resposta certa: (B)

6. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0,7 = P(A) + 0,1 - 0 \Leftrightarrow P(A) = 0,6$

Resposta certa: (C)

Ficha 16

1. H: "O passageiro é homem".
I: "O passageiro voou para Itália".

	I	\bar{I}	Total
H	0,3575	0,1925	0,55
\bar{H}	0,1125	0,3375	0,45
Total	0,47	0,53	1

$P(H) = 0,55$

$P(\bar{I}|H) = 0,35 \Leftrightarrow \frac{P(\bar{I} \cap H)}{P(H)} = 0,35 \Leftrightarrow P(\bar{I} \cap H) = 0,35 \times 0,55 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(\bar{I} \cap H) = 0,1925$

$P(\bar{H}) = 1 - 0,55 = 0,45$

$P(I|\bar{H}) = 0,25 \Leftrightarrow \frac{P(I \cap \bar{H})}{P(\bar{H})} = 0,25 \Leftrightarrow P(I \cap \bar{H}) = 0,25 \times 0,45 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(I \cap \bar{H}) = 0,1125$

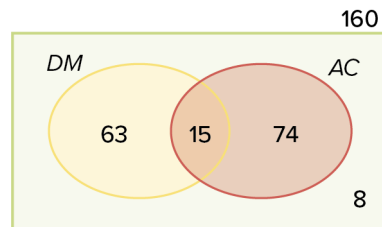
$P(I \cap H) = 1 - 0,55 = 0,3575$

$P(\bar{I} \cap \bar{H}) = 0,45 - 0,1125 = 0,3375$

1.1. $P(H \cap I) = 0,3575 = \frac{143}{400}$

1.2. $P(I|\bar{H}) = \frac{P(I \cap \bar{H})}{P(\bar{H})} = \frac{0,1125}{0,45} = \frac{135}{278}$

2.1.



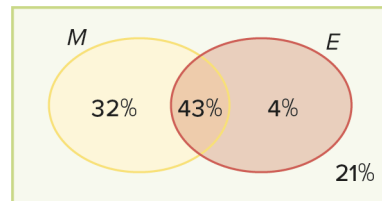
2.2. $P(AC) = \frac{89}{160}$

$P(DM \cap AC) = \frac{15}{160} = \frac{3}{32}$

$P(DM|AC) = \frac{P(DM \cap AC)}{P(AC)} = \frac{15}{89}$

I - c), II - b) e III - a)

3.



3.1. $P(M \cap E) = 43\%$

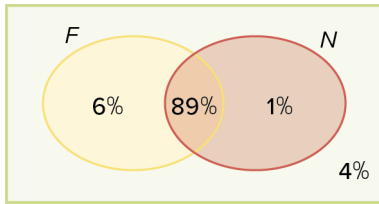
3.2. $P(E) = 4\%$

3.3. $P(M \cup E) = 100\% - 21\% = 79\%$

3.4. $P(M|E) = \frac{P(M \cap E)}{P(E)} = \frac{43}{47} \approx 91\%$

4.1.

	F	\bar{F}	Total
N	89%	1%	90%
\bar{N}	6%	4%	10%
Total	95%	5%	100%



- 4.2. a) $P(N \cap \bar{F}) = 1\%$
 b) $P(N \cap F) = 89\%$
 c) $P(N|F) = \frac{P(N \cap F)}{P(F)} = \frac{89}{95} \approx 94\%$

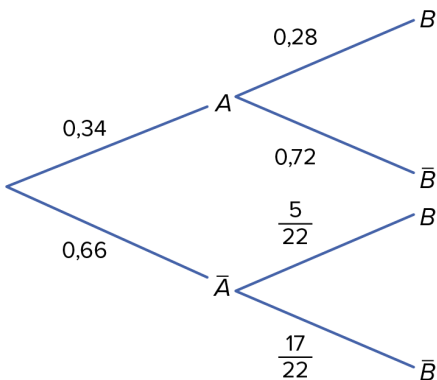
5.1. Resposta certa: (D)

5.2. $P(\bar{A}|B) = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow P(\bar{A} \cap B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{50} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{50} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{20} - \frac{1}{50} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{100}$

- a) $P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
 b) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{20} - \frac{3}{100}\right) = \frac{97}{150}$
 c) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{2}{3} + \frac{1}{20} - \frac{1}{50} = \frac{209}{300}$

Ficha 17

1.1.



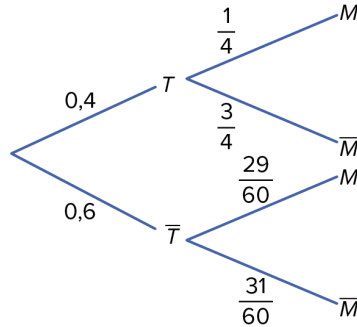
$P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,15}{0,66} = \frac{5}{22}$

- 1.2. a) $p = 0,34 \times 0,28 = \frac{119}{1250}$
 b) $P(\overline{A \cup B}) = P(A \cap \bar{B}) = 0,34 \times 0,72 = \frac{153}{625}$
 c) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,34 \times 0,28}{0,34 \times 0,28 + 0,66 \times \frac{5}{22}} = \frac{0,0952}{0,2452} = \frac{238}{613}$

2.1. Sejam os acontecimentos:

M: "A funcionária é mulher" e T: "O funcionário tem menos de 30 anos".

	T	\bar{T}	Total
M	10%	29%	39%
\bar{M}	30%	31%	61%
Total	40%	60%	100%



- 2.2. a) $P(M \cap T) = 0,4 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$
 b) $P(\bar{T}) = 0,6 = \frac{3}{5}$
 c) $P(\bar{M}|\bar{T}) = \frac{P(\bar{M} \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{31}{60}$
 d) $P(\bar{T}|M) = \frac{P(\bar{T} \cap M)}{P(M)} = \frac{0,6 \times \frac{29}{60}}{0,6 \times \frac{29}{60} + 0,4 \times \frac{1}{4}} = \frac{0,29}{0,39} = \frac{29}{39}$

3. Sejam os acontecimentos:

L: "É um lápis", C: "É uma caneta", V: "É verde" e A: "É azul".

	L	C	Total
V	0,15	0,10	0,25
A	0,45	0,30	0,75
Total	0,60	0,40	1

- 3.2. $P(A|L) = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$
 3.3. $P(A \cap L) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$
 3.4. $P(A \cup B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
 4. I: "Voo para Irlanda";
 C: "Voo para o Canadá";
 M: "O passageiro é masculino".

- 4.1. $P(I) = \frac{47}{100}$
 4.2. $P(M|C) = \frac{77}{212}$

5.1.

	M	F	Total
V	$\frac{483}{1250}$	$\frac{231}{625}$	$\frac{189}{250}$
\bar{V}	$\frac{217}{1250}$	$\frac{44}{625}$	$\frac{61}{250}$
Total	$\frac{14}{25}$	$\frac{11}{25}$	1

5.2. a) $P(\bar{V}|M) = 0,31 \Leftrightarrow \frac{P(\bar{V} \cap M)}{P(M)} = 0,31 \Leftrightarrow P(\bar{V} \cap M) = 0,31 \times \frac{14}{25} = \frac{217}{1250}$

b) $P(\bar{V}) = \frac{217}{1250} + \frac{44}{625} = \frac{61}{250}$

c) $P(F|V) = \frac{P(F \cap V)}{P(V)} = \frac{\frac{231}{625}}{\frac{189}{250}} = \frac{22}{45}$

Ficha 18

- 1.1. A: “Viajar para a praia”;
B: “Viajar para a montanha”.



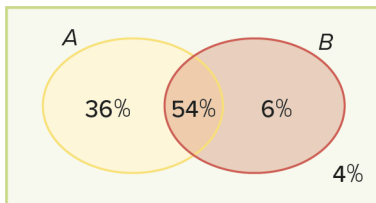
- a) Resposta certa: (B), pois $P(A \cup B) = 40 + 20 + 20 = 80$
- b) Resposta certa: (C), pois $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$

- 1.2. A e B não são independentes, pois $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$, ou seja, $0,20 \neq 0,60 \times 0,40$.

- 2.1. Resposta certa: (C), pois $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{21}{70} = 0,3$.

- 2.2. A e B são independentes, pois $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

3.

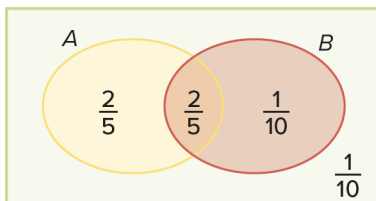


3.1. $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,90 \times 0,60 = \frac{27}{50}$

3.2. $P(A \cup B) = 100\% - 4\% = 96\% = \frac{24}{25}$

3.3. $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{B} \cap \bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{4\%}{10\%} = \frac{2}{5}$

4.



4.1.

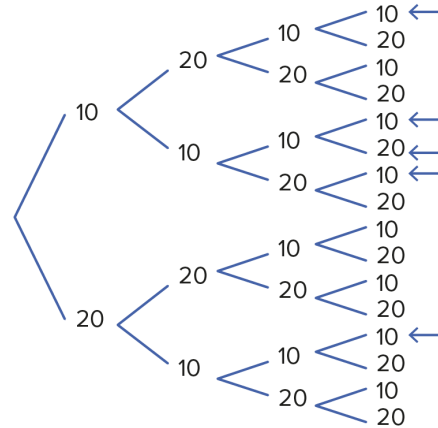
a) $P(A \cap \bar{B}) = \frac{2}{5}$

b) $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{1}{2}$

c) $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{10}$

- 4.2. A e B são independentes, pois $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

5.



- 5.1. a) $P(A) = \frac{7}{8}$
b) $P(B) = \frac{5}{16}$

5.2. a) $P(A|B) = \frac{\frac{4}{16}}{\frac{5}{16}} = \frac{4}{5}$

b) $P(B|A) = \frac{\frac{4}{14}}{\frac{2}{7}} = \frac{2}{7}$

- 5.3. A e B não são independentes, pois $P(B|A) \neq P(B)$.

6.

	A	A	A	V	V
A		(A,A)	(A,A)	(A,V)	(A,V)
A	(A,A)		(A,A)	(A,V)	(A,V)
A	(A,A)	(A,A)		(A,V)	(A,V)
V	(V,A)	(V,A)	(V,A)		(V,V)
V	(V,A)	(V,A)	(V,A)	(V,V)	

6.1. a) $P(A \cap A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

b) $P(V \cap A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

c) $P(V \cap A) + P(A \cap V) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

- 6.2. C e D não são independentes, pois $P(D|C) = \frac{1}{4} \neq P(D) = \frac{2}{5}$.

7. Por exemplo:

A: “Sair um número par no 1.º lançamento” e B: “Sair um número par no 2.º lançamento”.

C: “Sair um número primo no 1.º lançamento” e D: “Sair um número ímpar no 2.º lançamento”.

Ficha 19

1.

+	1	2	3
2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7

Soma obtida	3	4	5	6	7
Probabilidade	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

2. $a = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{16}$

3.1.

x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
$P(X=x_i)$	$\frac{8}{21}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$

$P(P_1) + P(P_2) + P(P_3) + P(P_4) + P(P_5) = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2P(P_3) + \frac{1}{7} + P(P_3) + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = 1 \Leftrightarrow$

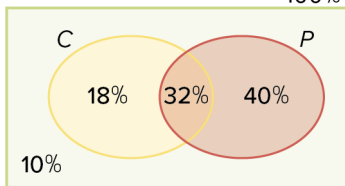
$\Leftrightarrow 3P(P_3) = 1 - \frac{3}{7} \Leftrightarrow P(P_3) = \frac{4}{7} : 3 \Leftrightarrow P(P_3) = \frac{4}{21}$

3.2. $P = 1 - \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{48}{49}$ ou $P = \frac{1}{7} \times \frac{6}{7} \times 2 + \frac{6}{7} \times \frac{6}{7} = \frac{12}{49} + \frac{36}{49} = \frac{48}{49}$

Resposta certa: (B)

4.1. Sejam os acontecimentos:

P: "O pedido inclui pão" e C: "O pedido inclui café".



	P	\bar{P}	Total
C	32%	18%	50%
\bar{C}	40%	10%	50%
Total	72%	28%	100%

4.2. Resposta certa: (D)

4.3. $P(C|\bar{P}) = \frac{P(C \cap \bar{P})}{P(\bar{P})} = \frac{18}{28} \approx 64\%$

4.4.

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	0,031	0,156	0,313

x_i	3	4	5
$P(X=x_i)$	0,313	0,156	0,031

$P(X=0) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} = 0,03125$

$P(X=1) = \binom{5}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \times \frac{1}{32} = 0,15625$

$P(X=2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \times \frac{1}{32} = 0,3125$

$P(X=3) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \times \frac{1}{32} = 0,3125$

$P(X=4) = \binom{5}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \times \frac{1}{32} = 0,15625$

$P(X=5) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} = 0,03125$

5.

+	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

5.1. Resposta certa: (B), pois as somas cujo valor é um múltiplo de 3 são 3 e 6 logo $P = \frac{5}{16}$.

5.2.

x_i	2	3	4	5	6	7	8
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

5.3. I – a), pois há 15 somas superiores a 2 das 16 possíveis.
II – c), pois metade da tabela tem soma par.

III – a), pois $P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

6.1.

y_i	0	1	2
$P(Y=y_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{16}$

6.2. Considerando por exemplo a probabilidade de retirar 2 bolas brancas temos que

$\frac{x}{12} \times \frac{x}{12} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \frac{x^2}{144} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow x^2 = \frac{144}{16} \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$, por isso a caixa tem 3 bolas brancas e 9 bolas pretas.

Revisão geral 2

1.1. Sejam os acontecimentos:

R: "O funcionário mora perto do recinto";

H: "O funcionário é homem".

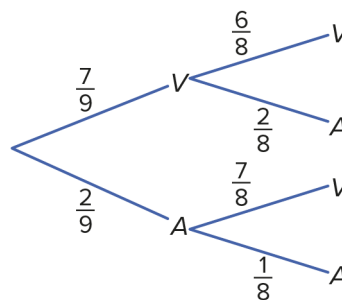
	H	\bar{H}	Total
R	$\frac{25}{102}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{17}$
\bar{R}	$\frac{79}{510}$	$\frac{13}{30}$	$\frac{10}{17}$
Total	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	1

1.2. Resposta certa: (D), pois $P(R|H) = \frac{P(R \cap H)}{P(H)} = \frac{\frac{25}{102}}{\frac{2}{5}} = \frac{125}{204}$.

1.3. Os acontecimentos R e H não são independentes, pois

$P(R \cap H) = \frac{25}{102} \neq \frac{14}{85} = P(R) \times P(H)$.

2.1.



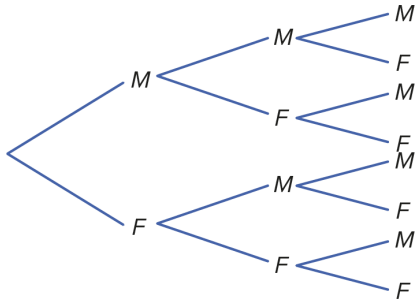
a) $P(V \cap V) = \frac{7}{9} \times \frac{6}{8} = \frac{7}{12}$

b) $P(A \cap A) = \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{36}$

c) $P(A \cap V) + P(V \cap A) = \frac{2}{9} \times \frac{7}{8} + \frac{7}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{18}$

2.2. $P(A|V) = \frac{P(A \cap V)}{P(V)} = \frac{\frac{2}{9} \times \frac{7}{8}}{\frac{7}{9} \times \frac{6}{8} + \frac{2}{9} \times \frac{7}{8}} = \frac{1}{4}$

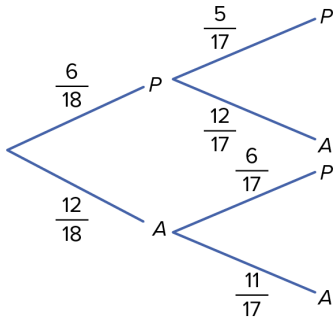
3.



3.1. a) $P(A) = 1 - P(M,M,M) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$
 b) $P(B) = P(M,M,M) + P(F,F,F) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$
 c) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
 d) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{8}} = \frac{1}{7}$

3.2. A e B não são independentes, pois $P(A|B) = \frac{1}{2} \neq P(A) = \frac{7}{8}$.

4.1. Sejam os acontecimentos:
 A: "A bola extraída é preta";
 P: "A bola extraída é azul".



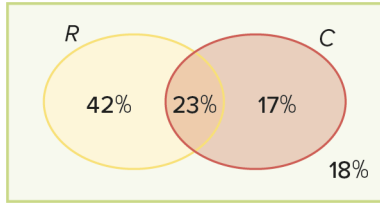
4.2. a) $P(A \cap A) + P(P \cap P) = \frac{12}{18} \times \frac{11}{17} + \frac{6}{18} \times \frac{5}{17} = \frac{9}{17}$
 b) $P(P|A) = \frac{P(P \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{6}{18}}{\frac{12}{18} + \frac{6}{18}} = \frac{6}{17}$

4.3.

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{22}{51}$	$\frac{8}{17}$	$\frac{5}{51}$

$P(X=0) = \frac{12}{18} \times \frac{11}{17} = \frac{22}{51}$
 $P(X=1) = \frac{12}{18} \times \frac{6}{17} + \frac{6}{18} \times \frac{12}{17} = \frac{8}{17}$
 $P(X=2) = \frac{6}{18} \times \frac{5}{17} = \frac{5}{51}$

5.



5.1. Resposta certa: (C), pois $P(R \cup C) = 42\% + 23\% + 17\% = 82\%$

5.2. Resposta certa: (B), pois $P(C|R) = \frac{P(C \cap R)}{P(R)} = \frac{23}{65}$.

5.3. R e C são independentes se e só se $P(C|R) = P(C)$, como $P(C|R) = \frac{23}{65} \neq \frac{2}{5} = P(C)$, então, R e C não são independentes.

5.4. $P = 0,65 \times 0,65 \times 0,65 = \frac{2197}{8000}$

6.

	1	1	1	1	2	2
1						
1	(1,1)					
1	(1,1)	(1,1)				
1	(1,1)	(1,1)	(1,1)			
2	(2,1)	(2,1)	(2,1)	(2,1)		
2	(2,1)	(2,1)	(2,1)	(2,1)	(2,2)	

6.1.

a) $P = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$
 b) $P = \frac{8}{15}$

6.2.

x_i	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$

$P(X=2) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$
 $P(X=3) = \frac{8}{15}$
 $P(X=4) = \frac{1}{15}$

Ficha 20

1. $\mu = 2,2 \Leftrightarrow 0 \times a + 2 \times b + 4 \times 0,3 = 2,2 \Leftrightarrow 2b = 2,2 - 1,2 \Leftrightarrow b = 0,5$
 $a + 0,5 + 0,3 = 1 \Leftrightarrow a = 0,2$

2.

\times	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

2.1. Resposta certa: (A), pois os produtos que são múltiplos de 4 são: 4, 8, 12 e 16 logo $P = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.

2.2.

x_i	1	2	3	4	6
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$

x_i	8	9	12	16
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

2.3. $\mu = 1 \times \frac{1}{16} + 2 \times \frac{1}{8} + 3 \times \frac{1}{8} + 4 \times \frac{3}{16} + 6 \times \frac{1}{8} + 8 \times \frac{1}{8} + 9 \times \frac{1}{16} + 12 \times \frac{1}{8} + 16 \times \frac{1}{16} = \frac{25}{4} = 6,25$

$$\sigma = \sqrt{\left(1 - \frac{25}{4}\right)^2 \times \frac{1}{16} + \left(2 - \frac{25}{4}\right)^2 \times \frac{1}{8} + \left(3 - \frac{25}{4}\right)^2 \times \frac{1}{8} + \left(4 - \frac{25}{4}\right)^2 \times \frac{3}{16} + \left(6 - \frac{25}{4}\right)^2 \times \frac{1}{8} + \left(8 - \frac{25}{4}\right)^2 \times \frac{1}{8} + \left(9 - \frac{25}{4}\right)^2 \times \frac{1}{16} + \left(12 - \frac{25}{4}\right)^2 \times \frac{1}{8} + \left(12 - \frac{25}{4}\right)^2 \times \frac{1}{16}}$$

≈ 4,15

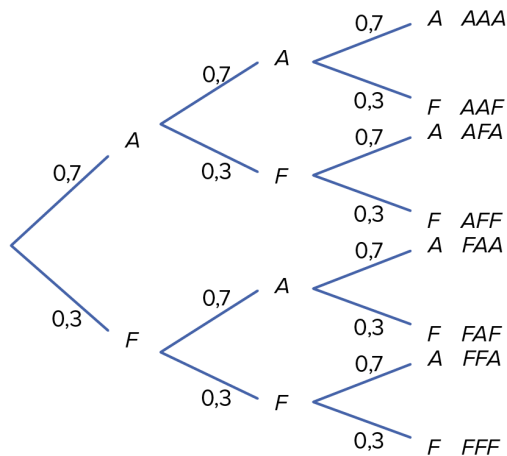
Logo, $\mu = 6,25$ e $\sigma \approx 4,15$.

3.1. Sejam os acontecimentos:

A: "Acerta o lançamento";

F: "Falha o lançamento".

1.º lançamento 2.º lançamento 3.º lançamento



3.2.

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	0,027	0,189	0,441	0,343

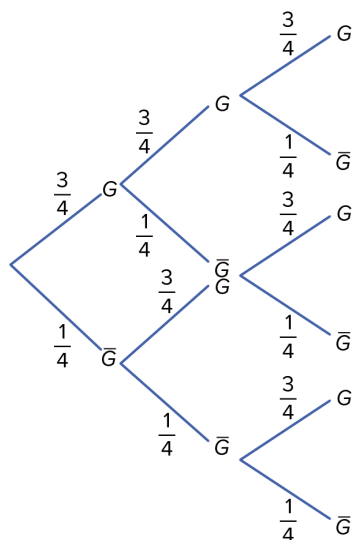
3.3. $\mu = 0 \times 0,027 + 1 \times 0,189 + 2 \times 0,441 + 3 \times 0,343 = 2,1$

$$\sigma^2 \approx (0 - 2,1)^2 \times 0,027 + (1 - 2,1)^2 \times 0,189 +$$

$$+ (2 - 2,1)^2 \times 0,441 + (3 - 2,1)^2 \times 0,343 \approx 0,63$$

$$\sigma = \sqrt{0,63} \approx 0,79$$

4.1. Sejam o acontecimento: G: "Ganhar o ponto".



4.2.

y_i	0	1	2	3
$P(Y=y_i)$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

$$P(y=0) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$$

$$P(y=1) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times 3 = \frac{27}{64}$$

$$P(y=2) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{64}$$

$$P(y=3) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

4.3. Recorrendo à calculadora gráfica, menu estatístico, inserimos os valores nas listas:

Lista 1	0	1	2	3
Lista 2	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

E determinam-se os valores pedidos:

$$\mu = 0,75, \sigma^2 = 0,56 \text{ e } \sigma = 0,75.$$

5.1. São 7 casos favoráveis: (0,0,0), (0,-2,2), (0,2,-2), (2,0,-2), (-2,0,2), (-2,-2,0), (-2,2,0)

$$5.2. a = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + 6 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{27} \text{ e } b = 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

5.3.

a)

y_i	-1	0	2
$P(Y=y_i)$	$\frac{10}{27}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{1}{27}$

b) $\mu \approx -0,30 \text{ €}$ e $\sigma \approx 0,66 \text{ €}$.

c) Um jogo é considerado justo se $\mu = 0$, o que não é o caso.

Assim, o jogador espera perder 0,30 € por cada 3 lançamentos.

Ficha 21

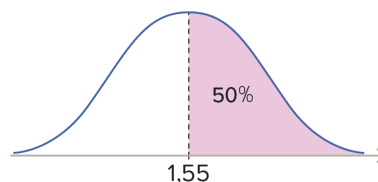
1.1. Resposta certa: (A)

$$P(X > 75) = \frac{1 - P(55 < X < 75)}{2} = \frac{1 - 0,9545}{2} = 0,02275 \approx 2\%$$

1.2. Aproximadamente 82%. Significa que a probabilidade de selecionar, ao acaso, um tripulante de cabine com peso compreendido entre 55 kg e 70 kg é 82%.

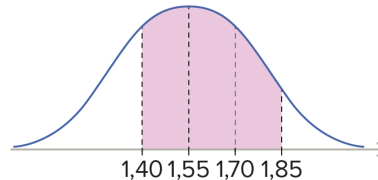
2. $X \sim N(1,55; 0,15)$

2.1. $P(X > 1,55) = 50\%$



Resposta certa: (A)

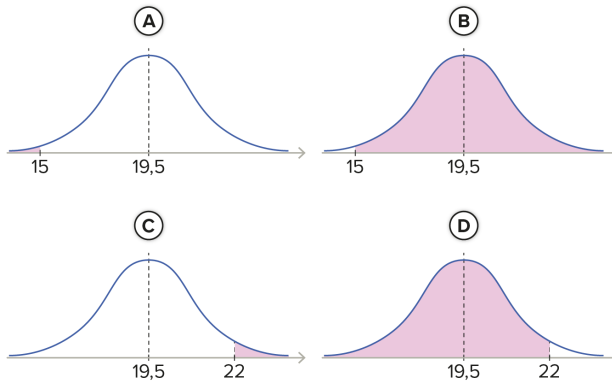
$$2.2. P(1,4 < X < 1,85) = \frac{68,27\%}{2} + \frac{95,45\%}{2} = 81,86\%$$



3. Valor médio igual e quanto maior o desvio-padrão mais achatada é a curva.

Resposta certa: (B)

4. $19,5 + 2,5 = 22$; $19,5 - 2,5 = 17$



A maior área é a da figura B, ou seja, a resposta certa é **(B)**.

5.1. $N(8;3,5)$

$P(X > 8) = P(X > \mu) = 0,5$

Como são 1000 alunos, $1000 \times 0,5 = 500$

Resposta: 500 alunos.

5.2. $P(X < 15) = 0,5 + P(8 \leq x < 15) = 0,9772$

$1000 \times 0,9772 \approx 977$

Resposta: Aproximadamente, 977 alunos.

5.3. $P(4,5 < X < 11,5)$

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0,6827$

$1000 \times 0,6827 \approx 683$

Resposta: Aproximadamente, 683 alunos.

6. $X \sim N(20, \sigma)$

Sabe-se que $P(X < 110) = 0,16$ então $P(X > 130) = 0,16$.

Então:

$P(X < 110) + P(110 < X < 115) + P(115 < X < 130) + P(X > 130) = 1$

Logo,

$0,16 + P(110 < X < 115) + 0,50 + 0,16 = 1 \Leftrightarrow P(110 < X < 115) = 0,18$

$0,18 \times 100 = 180$ peças

Resposta: 180 peças.

7. $P(X < 5) = P(X > 9) = \frac{1 - 0,8}{2} = 0,1$

Diâmetros do ouriço-do-mar	N.º de anos
Menor que 5	$0,10 \times 780 = 78$
Entre 5 e 9	$0,80 \times 780 = 624$
Maior do que 9	$0,10 \times 780 = 78$

$10 \times 78 + m \times 624 + 25 \times 78 = 12750$

$\Leftrightarrow 624m = 12750 - 780 - 1950 \Leftrightarrow m = \frac{10020}{624} \approx 16$

Resposta certa: **(D)**

8. Das 10 horas e 25 minutos até às 10 horas e 43 minutos será 18 minutos.

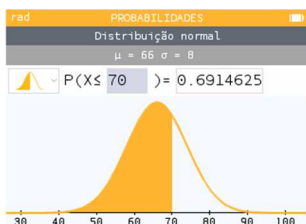
$P(X < 18) = 0,5 + P(15 < X < 18) = 0,5 + \frac{0,6827}{2} \approx 84\%$

Ficha 22

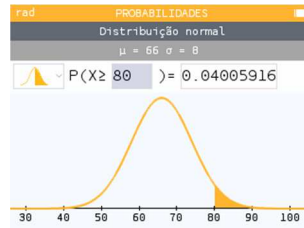
1.1. $X \sim N(66,8)$

Recorrendo à calculadora gráfica temos:

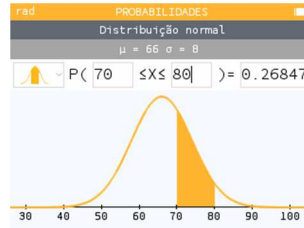
$P(X < 70) \approx 0,69$



1.2. $P(X > 80) \approx 0,04$



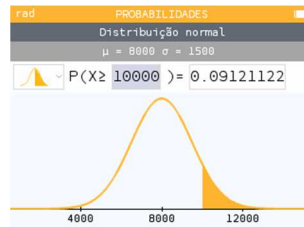
1.3. $P(70 < X < 80) \approx 0,27$



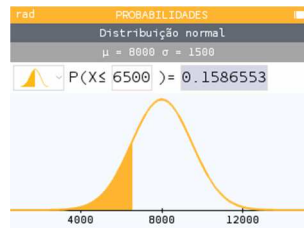
2.1. $X \sim N(8000, 1500)$

Recorrendo à calculadora gráfica temos:

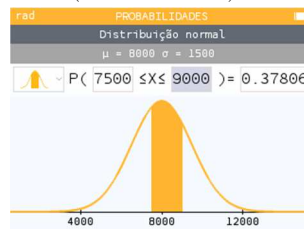
a) $P(X > 10000) \approx 9,1\%$



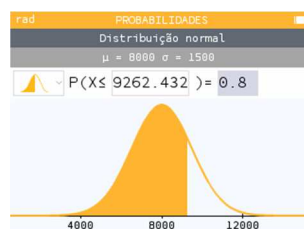
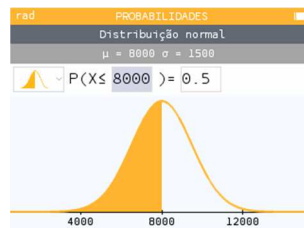
b) $P(X < 6500) \approx 15,9\%$

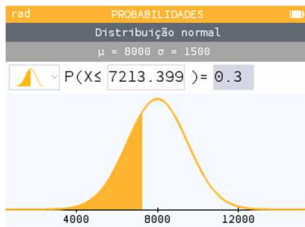


c) $P(7500 < X < 9000) \approx 37,8\%$



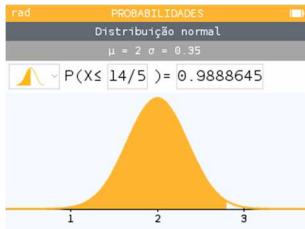
2.2. Recorrendo à calculadora gráfica temos:



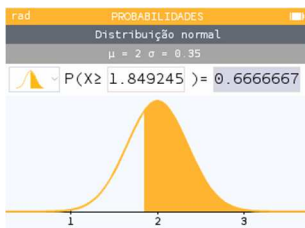


Resposta certa: I – c), II – a) e III – c)

3.1. Resposta certa: (A)



3.2.

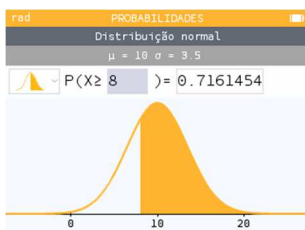


O valor de $a \approx 1,85$ significa que em cerca de 66,7% das vezes, o peso dos resíduos numa papeleira será superior a 1,85 kg.

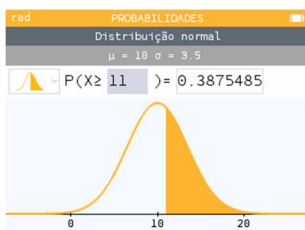
4. $X \sim N(10; 3,5)$

Recorrendo à calculadora gráfica temos:

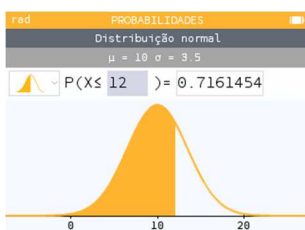
4.1. a) $P(X > 8) = 0,72$



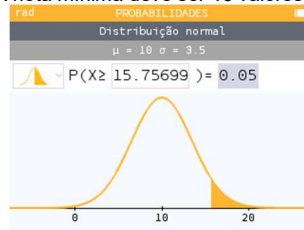
b) $P(X \geq 11) = 0,39$



c) $P(X \leq 12) = 0,72$

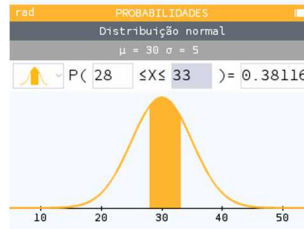
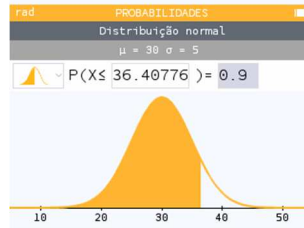
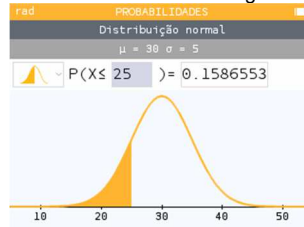


4.2. A nota mínima deve ser 16 valores.



5. $X \sim N(30, 5)$

Recorrendo à calculadora gráfica temos:

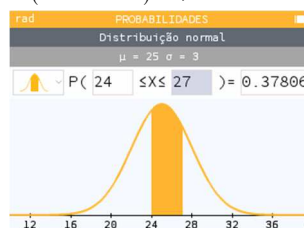


Resposta certa: I – a), II – a) e III – a)

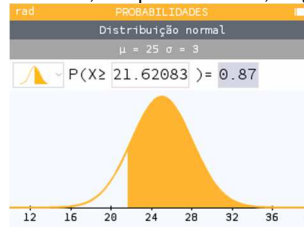
6. $X \sim N(25, 3)$

Recorrendo à calculadora gráfica temos:

6.1. $P(24 < X < 27) \approx 0,378$

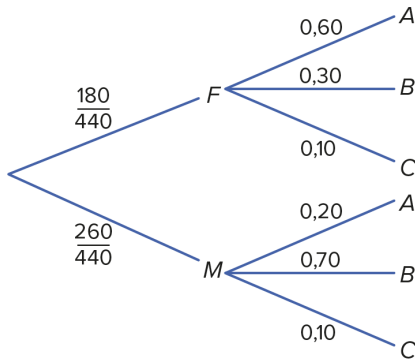


6.2. O valor de $a \approx 21,62$ significa que em cerca de 87% das colmeias, são produzidos 21,62kg de mel.



Revisão geral 3

1. $P = \frac{180}{610} = \frac{18}{61}$



1.2.

a) $P(M|A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{260}{440} \times 0,2}{\frac{180}{440} \times 0,60 + \frac{260}{440} \times 0,2} = \frac{13}{40}$

b) $P(F|C) = \frac{P(F \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{180}{440} \times 0,1}{\frac{180}{440} \times 0,1 + \frac{260}{440} \times 0,1} = \frac{9}{22}$

2.1. $a + b + 3a + a + \frac{2}{9} = 1 \Leftrightarrow 5a + 6a + \frac{2}{9} = 1 \Leftrightarrow 11a = 1 - \frac{2}{9} \Leftrightarrow a = \frac{7}{99}$

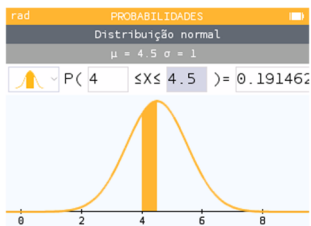
2.2. a) $P(X \geq 1) = a + \frac{2}{9} = \frac{4}{45} + \frac{2}{9} = \frac{14}{45}$

b) $\mu = -2 \times \frac{4}{45} - 1 \times \frac{1}{3} + 0 \times 3 \times \frac{4}{45} + 1 \times \frac{4}{45} + 2 \times \frac{2}{9} \approx 0,022$
e $\sigma \approx 1,291$

3. $P(3,5 < X < 5,5) = P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 68,27\%$
 $\Leftrightarrow 2\sigma = 5,5 - 3,5 \Leftrightarrow \sigma = 1 \text{ kg}$

Logo, $X \sim N(4,5;1)$

Recorrendo à calculadora gráfica temos:

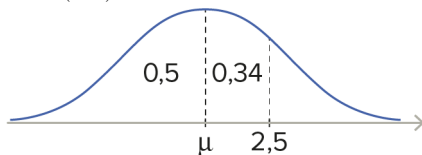


$P(4 < X < 4,5) \approx 0,1915$

$0,1915 \times 1350 \approx 259$

O desvio-padrão é 1 kg e cerca de 259 gatos na amostra pesam ente 4 kg e 4,5 kg.

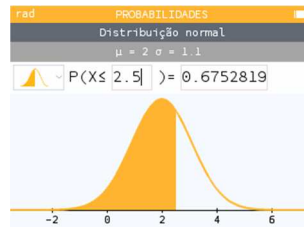
4. $X \sim N(\mu, \sigma)$



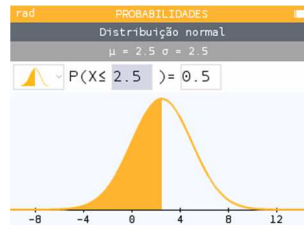
$P(X < 2,5) \approx 0,84$

Testando as opções na calculadora temos:

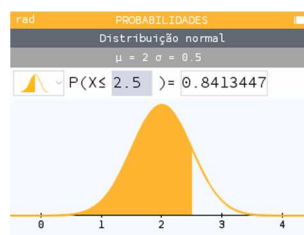
I: Por exemplo, valor médio 2 e desvio-padrão 1,1, é falsa.



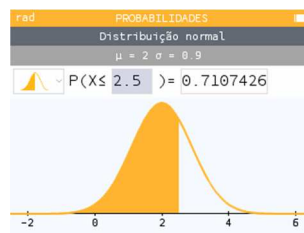
II: Por exemplo, valor médio 2,5 e desvio-padrão 2,5, é falsa.



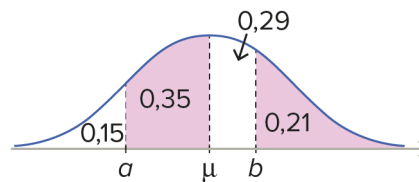
III: $P(X < 2,5) \approx 0,84$ é verdadeira.



IV: $P(X < 2,5) \approx 0,71$ é falsa.



Resposta certa: (D)



$P(a < X < b) = 0,35 + 0,29 = 0,64 = 64\%$

6. $X \sim N(120; \sigma)$



$P(95 < X < 120) = P(X > 95) - P(X > 120) < 50\%$

$P(120 < X < 140) < 50\%$

$P(115 < X < 125) < P(95 < X < 145)$

Como o único par compatível com $P(a < X < b) = 0,91$ então $a = 95$ e $b = 145$.

Resposta certa: (C)