Capítulo 2

Ficha 7

1.1.

n	0	1	2	3	4	5	$\cdots$	10
Número de castanhas	5	8	11	14	17	20	...	35

1.2. $\begin{cases} P_0 = 5 \\ P_n = P_{n-1} + 3,\ n \geq 1 \end{cases}$

1.3. Se o número de castanhas menos 5 for múltiplo de 3, então esse número é um termo da sequência. $58 - 5 = 53$ não é múltiplo de 3, portanto não pode existir um termo desta sequência com 58 castanhas, $128 - 5 = 123$ é múltiplo de 3, logo, existe um termo com 128 castanhas, o termo 41.

1.4. Resposta certa: **(C)**

2.1. $\begin{cases} A_0 = 7 \\ A_n = A_{n-1} + 5, \text{para } n \geq 1 \end{cases}$

2.2. $A_n = 7 + 5n$

3. Resposta certa: **(D)**

4.1.

$300 \to 315 \to 330 \to 345 \to 360$

$+15 \quad +15 \quad +15 \quad +15$

Terá amealhado 360 €.

4.2. $300 + 15n$

4.3. $300 + 15n = 650 \Leftrightarrow 15n = 650 - 300 \Leftrightarrow 15n = 350 \Leftrightarrow$

$n = \dfrac{350}{15}$

Então $n \approx 23{,}3$.

Terá de esperar 24 meses.

5.1.

Ano	Montante no final de cada ano
1.º	$1650\,€ \times 0{,}02 + 1650\,€ = 1683\,€$
2.º	$1650\,€ \times 2 \times 0{,}02 + 1650\,€ = 1716\,€$
3.º	$1650\,€ \times 2 \times 0{,}02 + 1650\,€ = 1749\,€$

Ao final de 3 anos terá 1749 €.

5.2. De ano para ano, aumenta sempre 33 €, assim temos, $C_n = 33n + 1650$ ou ainda $C_n = 1650(1 + 0{,}02n)$

5.3. $1800 = 33n + 1650 \Leftrightarrow 33n = 1800 - 1650 \Leftrightarrow 33n = 150 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n = 150 : 33 \approx 4{,}5$

Ao fim de 5 anos.

6.

Termo	1	2	3	4	5	6	7
N.º de bolas brancas	0	2	6	12	20	30	42
Aumento		+2	+4	+6	+8	+10	+12
N.º de bolas cinzentas	1	2	3	4	5	6	7
Aumento		+1	+1	+1	+1	+1	+1

Termo	8	9	...	100
N.º de bolas brancas	56	72	...	$10000 - 100 = 9900$
Aumento	+14	+16	...	------
N.º de bolas cinzentas	8	9	...	100
Aumento	+1	+1	...	-------

No 100.º termo a diferença entre o número de bolas brancas e cinzentas é $9900 - 100 = 9800$.

$S_{10} = \dfrac{1+10}{2} \times 10 = 55$

Resposta: I – c), II – c), III – a) e IV – b)

Ficha 8

1. $A_0 = 5$ e $r = 1{,}5$

$A_n = 5 \times 1{,}5^n$

2. $r = \dfrac{30}{15} = 2$

$A_0 = \dfrac{30}{2^4} = 1{,}875$

$A_n = 1{,}875 \times 2^n$

Resposta certa: **(A)**

3.1. $A_1 = 3A_0 = 3 \times 1 = 3$

$A_2 = 3A_1 = 3 \times 3 = 9$

$A_3 = 3A_2 = 3 \times 9 = 27$

3.2. Resposta certa: **(C)**

3.3. $A_n = 1 \times 3^n = 3^n$

4. $M_6 = 0{,}16 \times (2{,}25)^6 \approx 20{,}76$

$M_0 = 0{,}16$ e $r = 2{,}25$

$M_1 = 0{,}16 \times 2{,}25 = 0{,}36$

$S_7 = 0{,}16 \times \dfrac{1 - 2{,}25^7}{1 - 2{,}25} \approx 37{,}24$

Resposta: I – c), II – c), III – b) e IV – c)

5.1. Crescente exponencial positivo.

5.2. Ao fim de 1 ano vale: $380 \times 1{,}045 = 397{,}1$ mil euros

Ao fim de 2 anos vale: $397{,}1 \times 1{,}045 = 414{,}9695$ mil euros

Ao fim de 2 anos o apartamento vale 414 969,50 €.

5.3.

$\begin{cases} V_0 = 380\,000 \\ V_n = 1{,}045 V_{n-1},\ n \geq 1 \end{cases}$

5.4. $V_n = 380\,000 \times 1{,}045^n$

6. Ao fim de 1 ano vale: $7800\,€ \times (1 - 0{,}14) = 6708\,€$

Ao fim de 2 anos vale: $6708\,€ \times 0{,}86 = 5768{,}88\,€$

Ao fim de 3 anos vale: $5768{,}88\,€ \times 0{,}86 = 4961{,}24\,€$

Ao fim de 4 anos vale: $4961{,}24\,€ \times 0{,}86 = 4266{,}67\,€$

Ao fim de 5 anos vale: $4266{,}67\,€ \times 0{,}86 = 3669{,}34\,€$

Resposta: I – b), II – c), III – a)

7.1.

Meses decorridos	Número de indivíduos
0	35
1	$35 \times 2 = 70$
2	$70 \times 2 = 140$
3	$140 \times 2 = 280$
4	$280 \times 2 = 560$
5	$560 \times 2 = 1120$
6	$1120 \times 2 = 2240$

Terá 2240 indivíduos.

7.2. $A_n = 35 \times 2^n$

Meses decorridos	Número de indivíduos
7	4480
8	8960
9	17 920
10	35 840

Ao fim de 10 meses.

8.1. $V_n = 5 \times 2^n$

8.2. $V_6 = 5 \times 2^6 = 320$ gramas

8.3. $V_{10} = 5 \times 2^{10} = 5120$ gramas

Resposta certa: **(B)**

9.1. Como o tempo é dado de dois em dois anos temos de dividir n por 2.

$A_n = 10 \times 3^{\left(\frac{n}{2}\right)}$

9.2. $A_n = 10 \times 3^{\left(\frac{6}{2}\right)} = 270$ aviões

9.3. A opção (D) é falsa porque, após 4 anos, a companhia terá 90 aviões.
Resposta certa: **(D)**

Revisão geral 1

1.1. $A_n = 127 + 10n$. Progressão aritmética.

1.2. $B_n = 127 \times 10^n$. Progressão geométrica.

1.3. $P_n = 40 - 5(n-1)$ ou $P_n = 45 - 5n$. Progressão aritmética.

1.4. $T_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$. Progressão geométrica.

2.1. Conta *A*:
$8000 \times 1{,}065 = 8520$ € e $8520 \times 1{,}065 = 9073{,}80$ €
Conta *B*:
$8000 \times 1{,}065 = 8520$ € e $8000 + 520 \times 2 = 9040$ €
Conta *A*: 9073,80 €
Conta *B*: 9040 €

2.2. Conta *A*:
$A_n = 8000 \times 1{,}065^n$
Conta *B*:
$B_n = 8000 + 8000 \times 0{,}65n = 8000(1 + 0{,}065n)$

2.3. Na folha de cálculo da calculadora.

Ano	A	B
0	8000	8000
1	8520,00	8520
2	9073,80	9040
3	9663,60	9560
4	10291,73	10080
5	10960,69	10600
6	11673,14	11120
7	12431,89	11640
8	13239,97	12160
9	14100,56	12680
10	15017,10	13200
11	15993,21	13720
12	**17032,77**	14240
13	18139,90	14760
14	19318,99	15280
15	20574,73	15800
16	21912,09	**16320**

O capital duplica em cada um dos tipos de conta, *A* e *B*, ao fim de 12 e 16 anos respetivamente.

3.1. Representando por (A_n) a sequência que traduz a quantidade de sardinhas assadas que o restaurante vendeu, n dias após o primeiro dia do festival: $A_n = 420 + 36(n-1)$, $n \geq 1$.

3.2. Representando por (E_n) a sequência que traduz a quantidade de pratos de escabeche que o restaurante vendeu, n dias após o segundo dia do festival: $E_n = 3 \times 2^{n-1}$, $n \geq 1$.

3.3. $A_5 = 420 + 36 \times (5-1) = 564$
Como os pratos de escabeche de sardinha só começaram a ser vendidos no 2.º dia do festival, corresponde ao E_4 .
$E_4 = 3 \times 2^{4-1} = 24$
Ou, na folha de cálculo da calculadora.

Dia	E	A
1	3	420
2	6	456
3	12	492
4	**24**	528
5	48	**564**

No 5.º dia foram vendidas 564 sardinhas assadas e 24 pratos de escabeche de sardinha.

3.4. Queremos determinar a soma dos 10 primeiros termos da progressão aritmética (A_n) e a soma dos 9 primeiros termos da progressão geométrica (E_n) .

$$S_{10} = \frac{A_1 + A_{10}}{2} \times 10 = \frac{420 + 744}{2} \times 10 = 5820$$

$$S_9 = 3 \times \frac{1 - 2^9}{1 - 2} = 1533$$

Ou, na folha de cálculo da calculadora.

Dia	E
1	3
2	6
3	12
4	24
5	48
6	96
7	192
8	384
9	768
Total	**1533**

Dia	A
1	420
2	456
3	492
4	528
5	564
6	600
7	636
8	672
9	708
10	744
Total	**5820**

No final dos 10 dias de festival, o restaurante vendeu 5820 sardinhas assadas e 1533 pratos de escabeche de sardinha.

4.1. $T_1 = 100$ e $r = 50$
Resposta certa: **(A)**

4.2. $C_1 = 46$ e $r = -5$
$C_n = -5(n-1) + 46$
$C_6 = -5(6-1) + 46 = 21$
A 6.ª camada tem 21 toros.

4.3.

a) $V_1 = 15$ e $r = 2$
$V_n = 15 \times 2^{n-1}$

b) $V_5 = 15 \times 2^{5-1} = 240$
Cada toro de madeira rara, com 5 anos vale 240 €.
Como venderam 60 desses toros, receberam $60 \times 240€ = 14\,400$ € .

5.1. O número de gatos segue uma progressão geométrica, em que cada geração tem 3 vezes mais gatos que a geração anterior.
$G_0 = 1$, $G_1 = 3$ e $r = 3$
$G_n = 1 \times 3^n$
Resposta certa: **(A)**

5.2. Para calcular o número total de gatos desde a Riscas até à 3ª geração de descendentes, precisamos somar o número de gatos em cada geração.

Riscas	1
1.ª geração	3
2.ª geração	9
3.ª geração	27
Total	40

Portanto, existem 40 gatos no total, desde a Riscas até à 3.ª geração de descendentes.

Ficha 9

1.1. Resposta certa: **(C)**

1.2. Resposta certa: **(A)**

O ano de 2026 corresponde a $x = 6$.

2.1. Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $m \approx 0{,}043$ e $b \approx 1{,}078$.

Modelo linear: $y = 0{,}043x + 1{,}078$

2.2. **a)** O ano de 2035 corresponde a $x = 13{,}5$.

$y = 0{,}043 \times 13{,}5 + 1{,}078 = 1{,}6585$

Projeção: 1 658 500 habitantes.

b) Para $x = 7{,}5$ (ano 1975):

$y = 0{,}043 \times 7{,}5 + 1{,}078 = 1{,}4005$

1 400 500 habitantes.

c) $0{,}043x + 1{,}078 = 1{,}3 \Leftrightarrow 0{,}043x = 1{,}3 - 1{,}078 \Leftrightarrow x = \dfrac{0{,}222}{0{,}043}$

Então, $x \approx 5{,}2$, o que corresponde ao ano 1952.

No ano 1952.

3. Resposta certa: **(D)**

Pois é o único modelo do tipo $y = ax + b$, com $a > 0$.

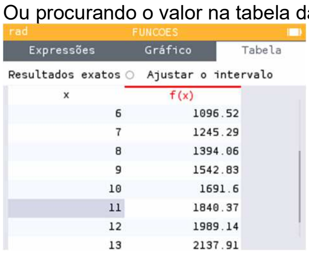
4. Recorrendo à calculadora gráfica e fazendo a regressão linear, obtém-se:

Temos $A(t) = 148{,}77t + 203{,}90$.

O 12.º mês corresponde a $t = 11$

$A(11) = 148{,}77 \times 11 + 203{,}90 \approx 1840$.

Ou procurando o valor na tabela da função.



Logo, a empresa terá 1840 assinantes.

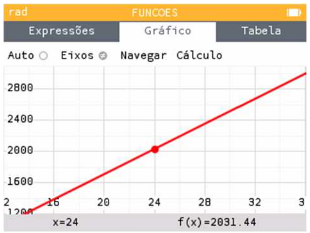
5.1. Temos $P(t) = 80{,}54t + 98{,}48$.

10 meses corresponde a $t = 10$:

$P(10) = 80{,}54 \times 10 + 98{,}48 \approx 904$.

904 pedidos no 10.º mês.

5.2.



ou

$P(24)-P(0)\approx 2031-99=1932$

O número de pedidos recebidos teve um aumento linear positivo ao longo dos 24 meses.
O crescimento foi constante, com um aumento de aproximadamente 81 pedidos por mês.
O número de pedidos no final do estudo foi de, aproximadamente, 1932 unidades maior que no início.

Ficha 10

1.1. Este modelo representa um crescimento exponencial com uma taxa de crescimento de 100% ao dia, dos 3 modelos de crescimento exponencial dados este é o que melhor se aproxima dos dados da tabela.
Resposta certa: **(C)**

1.2. Um modelo de crescimento exponencial é mais adequado para descrever a propagação de um vírus, porque o número de novas infeções tende a aumentar de forma mais lenta inicialmente que vai aumentando progressivamente e de forma muito rápida a partir de um certo momento.
A taxa de crescimento não é constante, como num modelo linear, mas sim exponencial, refletindo a capacidade do vírus de se propagar rapidamente através da população. Num modelo linear, o aumento seria sempre o mesmo a cada dia, o que não reflete a realidade da propagação viral, onde o número de novas infeções tende a aumentar cada vez mais rápido.

1.3. Recorrendo à calculadora gráfica e fazendo a regressão linear, obtém-se:

Assim, temos $N(t)=10{,}02\times 2{,}19^t$.

1.4. $N(7)=10{,}02\times 2{,}19^7\approx 2421$

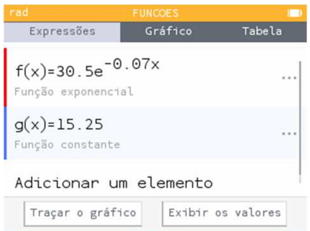
No sétimo dia estima-se que estejam 2421 aves infetadas.

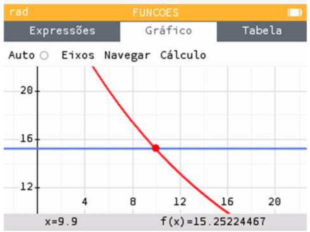
1.5. A taxa de crescimento diário é, aproximadamente, 1,19 $(2{,}19-1)$, ou seja, estima-se que o vírus se propague 119% por dia.

2.1. $H(0)=30{,}5e^{-0{,}7\times 0}$

30 500 habitantes.

2.2. Metade da população inicial é 15 250 habitantes.
Procurando o valor de x no gráfico da função, quando $y=15{,}25$, obtém-se:





$0{,}9\times 12\approx 11$ meses

Ao fim de, aproximadamente, 9 anos e 11 meses.

3. O montante do depósito a prazo, a n anos, com uma taxa de juro composto de 4% ao ano e o capital inicial de 5000 € é dado pelo modelo exponencial:

$C_n=5000\times(1+0{,}04)^n$

Ao fim de 6 anos temos:

$C_6=5000\times(1+0{,}04)^6\approx 6326{,}60$ €

A Ana terá na conta cerca de 6326,60 €.

4.1.

t (anos)	2015	2018	2021	2024
F (número de flamingos)	380	394	409	424

4.2.

t (anos)	2030
F (número de flamingos)	456

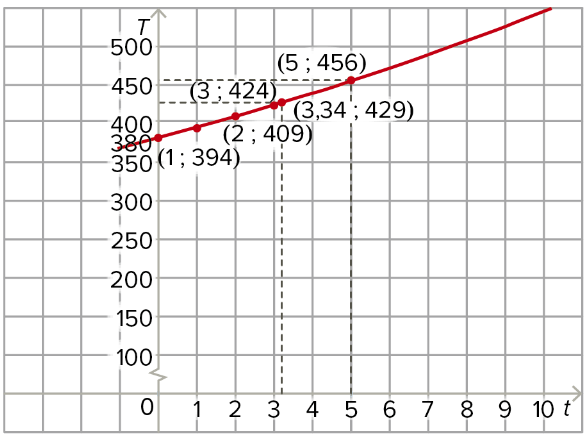
$F(t)=380\times(1+0{,}037)^t$

O ano 2025 corresponde a $t=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$

$F\left(\frac{10}{3}\right)=380\times(1+0{,}037)^{\frac{10}{3}}\approx 429$ flamingos

Resposta certa: I – c), II – a) e III – c)

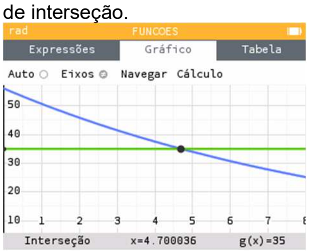
4.3.



5.1. Queremos saber o valor de T quando $t=0$, ou seja,
$T(0)=56e^{-0{,}1\times 0}=56°C$

O molho de chocolate estava a uma temperatura de $56°C$.
Resposta certa: **(A)**

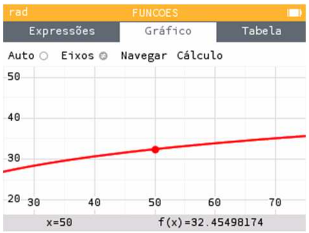
5.2. $y = 56e^{-0,1x}$ e a função $y = 35$ e procurar o valor de x do ponto de interseção.



Tem-se de esperar, aproximadamente, 5 minutos para comer o bolo.

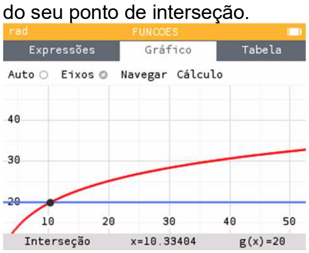
Ficha 11

1.1. Recorrendo ao menu gráfico da calculadora, visualizamos a representação gráfica da função, no intervalo $[1,50]$, e determinamos o valor de y quando $x = 50$.



Ao fim de 50 anos, a árvore atingirá cerca de 32,5 metros de altura.

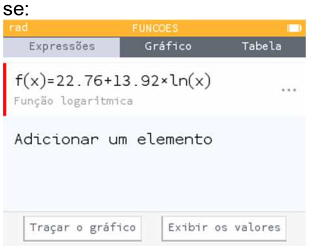
1.2. Recorrendo ao menu gráfico da calculadora, visualizamos as representações gráficas da função e da reta de equação $y = 20$, no intervalo $[1,50]$, e determinamos as coordenadas do seu ponto de interseção.

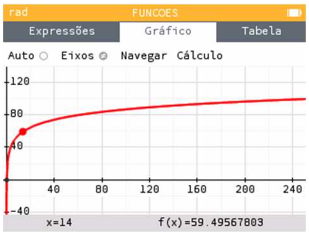


A altura é igual a 20 metros ao fim de, aproximadamente, 10,334 anos.
Como 0,334 anos é igual a $0,334 \times 12$ meses, então essa altura é atingida ao fim de 10 anos e 4 meses, aproximadamente.

2.1. Resposta certa: **(C)**

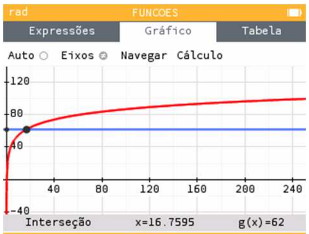
2.2. O ano de 2032 corresponde a $x = 14$. Procurando no gráfico da função obtida na 2.1. o valor de y quando $x = 14$, obtém-se:





Portanto, em 2032 espera-se que o número de utentes seja, aproximadamente, 5950.

2.3. Temos de procurar no gráfico, ou na tabela, o primeiro valor de x quando $y = 62$ centenas.



Assim, a estrada terá de ser repavimentada durante o ano 2034.

3.1. $S(1) = 5480 - 992\ln(1) = 5480$

$S(8) = 5480 - 992\ln(8) = 3417$

$S(8) - S(1) = -2063$

A redução do número de sócios inscritos em 2014 para os inscritos em 2021 foi de 2063.

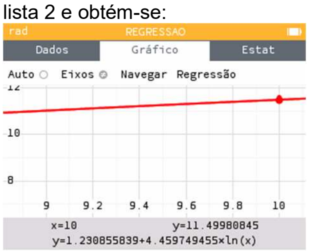
3.2. O ano de 2034 corresponde a $t = 21$.
O ano de 2030 corresponde a $t = 17$.

$S(21) - S(17) = 2459 - 2669 = -210$

A variação será descrita por uma redução de 210 sócios.

3.3. Segundo o modelo S, estima-se que o número de sócios vá sempre diminuindo com o passar dos anos, pois nos primeiros 8 anos houve uma redução do número de sócios e de 2030 para 2034 também. O modelo logarítmico ou é sempre crescente ou é sempre decrescente, logo, neste caso é sempre decrescente como se viu nos valores determinados.

4.1. Recorrendo à calculadora gráfica, inserimos os valores do tempo na lista 1 e os valores da altura correspondentes na lista 2 e obtém-se:

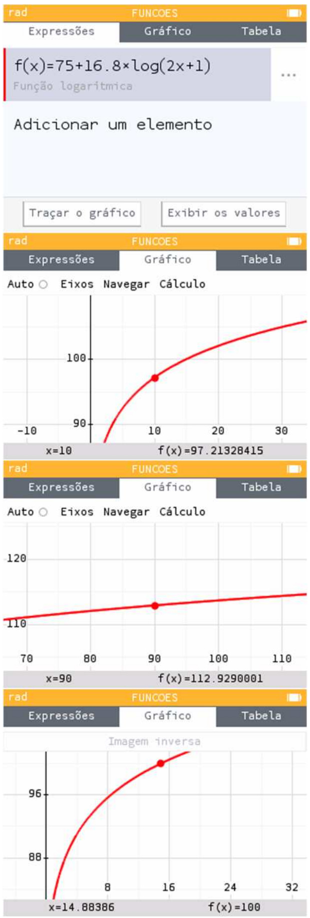


Modelo: $A(t) = 1,23 + 4,46\ln(t), t \geq 1$.

4.2. $A(25) = 1,23 + 4,46\ln(25) \approx 15,6\text{cm}$

Estima-se que a planta tenha uma altura de, aproximadamente, 15,6 cm.
Caso tenhas utilizado o modelo A': 15,4 cm.

5. Inserindo a expressão do modelo no menu gráfico da calculadora, podemos procurar os valores quando $x = 10$ e $x = 90$, pois concerto tem a duração de 90 minutos.
Vamos também procurar o valor de x quando $y = 100$.



Resposta certa: I – b), II – a) e II – b)

Ficha 12

1.1. $H(0) = \dfrac{14310}{1+0{,}5\times e^{-0{,}58\times 0}} = 9540$ habitantes.

Opção correta: **(D)**

1.2. O ano de 2025 corresponde a $t = 4$. O ano de 2026 corresponde a $t = 5$.
Nota: Em calculadoras diferentes pode dar valores diferentes. Depende do processador da calculadora.
Recorrendo ao menu de gráficos da calculadora Numworks, visualizamos a representação gráfica da função e determinamos o valor da função quando $x = 4$ e $x = 5$.

$H(5) - H(4) = 13926 - 13639 = 287$ habitantes

A variação foi um aumento de 287 habitantes.

1.3. O ano de 2060 corresponde a $t = 39$.
Recorrendo ao menu de gráficos da calculadora, visualizamos a representação gráfica da função, por exemplo e determinamos o valor da função quando $x = 39$.

$H(29) = 14310$

Opção correta: **(B)**

2.1. Na calculadora gráfica inserimos os valores de 0 a 7 na lista 1 e na lista 2 vamos colocar o número de nadadores-salvadores correspondentes.

Modelo logístico: $y = \dfrac{40}{1+8{,}66e^{-0{,}44x}}$

2.2. Pretende-se resolver a equação $\dfrac{40}{1+8{,}66e^{-0{,}44x}} = 34$.

Recorrendo à calculadora gráfica, resolve-se graficamente a equação.

Assim, $x = 10$ anos. Isto significa que o número de nadadores-salvadores passou a ser 36 em 2028 (10 anos depois do ano 2018).

3.1. $L(0) = 20$ e $L(11) = 60$

$L(0) = 20 \Leftrightarrow \dfrac{k}{1+ae^{-0{,}4\times 0}} = 20 \Leftrightarrow k = 20 + 20a$

$L(11) = 60 \Leftrightarrow \dfrac{k}{1+ae^{-0{,}4\times 11}} = 60 \Leftrightarrow \dfrac{20+20a}{1+ae^{-4{,}4}} = 60 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 20 + 20a = 60 + 60e^{-4{,}4}a \Leftrightarrow 20a - 60e^{-4{,}4}a = 40 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a\left(20 - 60e^{-4{,}4}\right) = 40 \Leftrightarrow a = \dfrac{40}{20-60e^{-4{,}4}}$

Então, $a \approx 2{,}08$ e $k \approx 20 + 20 \times 2{,}08 = 61{,}6$

Resposta:
$a \approx 2{,}08$ e $k \approx 61{,}6$

3.2. $L(5) = \dfrac{61{,}6}{1+2{,}08e^{-0{,}4\times 5}} \approx 48{,}069$

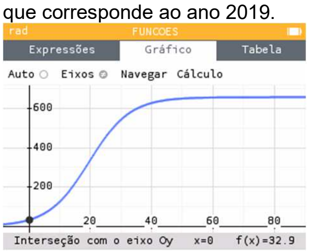
Aproximadamente, 48 069 €.

3.3. Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se:

Ao fim de, aproximadamente, 4 anos.

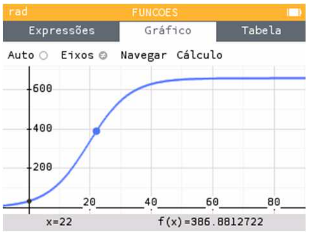
3.4. Pelas características do modelo logístico, com o decorrer do tempo, espera-se obter no máximo, cerca de 61 600 € de lucro.

4.1. Recorrendo ao menu gráfico da calculadora, visualizamos o gráfico da função e procuramos o valor de y quando $x = 0$, que corresponde ao ano 2019.



Em 2019, estima-se que se tenham realizado 32,9 milhares de voos.

O ano 2041 corresponde a $t = 22$, logo temos de procurar no gráfico da função o valor de y quando $x = 22$.



Deste modo, prevê-se que o número de voos em 2041 seja, aproximadamente, 387 milhares.

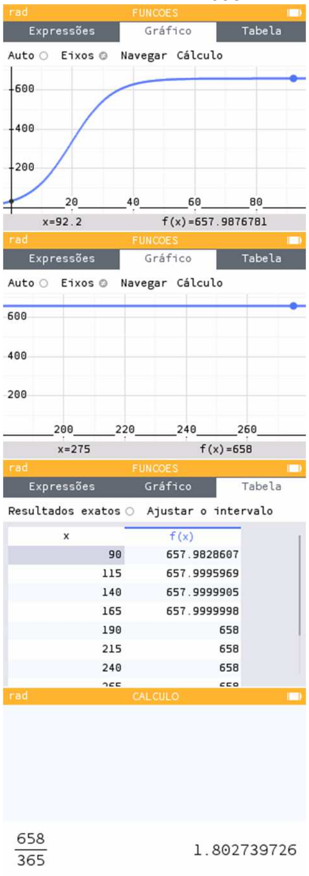
Para obtermos o valor pedido, visualizamos as representações gráficas da função logística e da reta de equação $y = 595$ e determinamos as coordenadas do seu ponto de interseção.

$V(t) > 595 \Leftrightarrow t > 34{,}6$

Deste modo, estima-se que em 2054 o número de voos seja superior a 595 mil voos por ano.

Resposta certa: I – a), II – b) e II – b)

4.2. Aumentando a janela de visualização (eixo Ox), podemos verificar que a partir de um certo ano, o número de voos anual tende a estabilizar nos 658 milhares.



Deste modo, e de acordo com o modelo logístico, podemos afirmar que a capacidade de voos anuais estabiliza perto dos 658 milhares, sendo este o número máximo de voos que o aeroporto suporta anualmente.

Assim, de acordo com este valor, podemos prever que a capacidade de voos diários é, aproximadamente, 1,803 milhares.

Revisão geral 2

1.1. Atendendo a que a população duplica de 25 em 25 anos e que no ano zero a população é de 1 milhão, insere-se na calculadora gráfica os dados constantes da tabela:

Anos decorridos: x	População (em milhões): y
0	1
25	2
50	4
75	8

Obtém-se o modelo de crescimento exponencial:

$y = 1 \times 1{,}0281^x$

Atendendo a que a quantidade de reservas alimentares começa em 1 milhão de unidades e aumenta 1 milhão de 25 em 25 anos (repare que ao fim de 200 anos é 9 e ao fim de 300 anos é 13), insere-se na calculadora gráfica os dados constantes da tabela:

Anos Decorridos: x	Quantidade de reservas alimentares (em milhões de unidades): y
0	1
25	2
50	3
75	4
200	9
300	13

Obtém-se o modelo de crescimento linear: $y = 0{,}44x + 1$

1.2. Quatro séculos: $x = 400$

População: $y = 1 \times 1{,}0281^{400} \approx 65\ 184$

Alimento: $y = 0{,}44 \times 400 + 1 \approx 17$

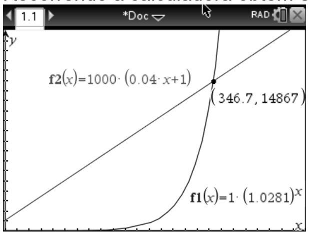
Resposta: 65 184 milhões de habitantes e 17 milhões de unidades de reservas alimentares.

1.3. Como cada 1000 habitantes necessita de 1 unidade de reservas alimentares, então 1000 milhões de habitantes necessitarão de 1 milhão de unidades.

Queremos saber qual o ano em que o número de habitantes seja igual a 1000 vezes a quantidade de reservas alimentares, ou seja, pretende-se determinar x tal que:

$1 \times 1{,}0281^{x} = 1000 \times (0{,}04x + 1)$

Recorrendo à calculadora obtém-se:



Ponto de interseção (aproximadamente): (347, 14 867)

Conclui-se que a população apenas teria reservas alimentares para, aproximadamente, 347 anos (depois do início da contagem).

1.4. Supusemos que tanto a população inicial como as reservas alimentares eram de 1 milhão.

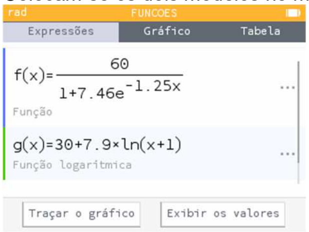
No entanto, pode haver inicialmente pouca população e muitos meios de subsistência o que permitiria, ao fim de muitos anos, a invenção de novos métodos de produção que permitiriam aumentar os meios de subsistência de forma mais rápida.

Por outro lado, a população também pode começar a crescer mais lentamente devido a fatores como casamentos mais tardios, menos filhos por falta de tempo para os criar, catástrofes naturais, guerras, doenças, etc.

Os modelos populacionais são válidos para o intervalo de tempo onde se recolhem os dados e um bom indicador para valores próximos desses.

No entanto, nem sempre são fiáveis para se fazer previsões a longo prazo.

2. Colocam-se os dois modelos no menu gráfico da calculadora.



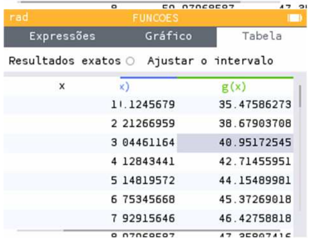
A afirmação I é verdadeira, $B(1) \approx 35{,}476 > A(1) \approx 19{,}125$, em milhares de euros.

x	f(x)	g(x
1	19.1245679	35.4
2	37.21266959	38.6
3	51.04461164	40.9
4	57.12843441	42.7
5	59.14819572	44.1
6	59.75345668	45.3
7	59.92915646	46.4

x	x)	g(x)
1	1.1245679	35.47586273
2	21266959	38.67903708
3	04461164	40.95172545
4	12843441	42.71455951
5	14819572	44.15489981
6	75345668	45.37269018
7	92915646	46.42758818

A afirmação II é falsa, $B(3) \approx 41$ e $A(3) \approx 51$, em milhares de euros, os valores estão trocados na afirmação.

x	f(x)	g(x)
1	19.1245679	35.4
2	37.21266959	38.6
3	51.04461164	40.9
4	57.12843441	42.7
5	59.14819572	44.1
6	59.75345668	45.3
7	59.92915646	46.4



x	x)	g(x)
1	1.1245679	35.47586273
2	21266959	38.67903708
3	04461164	40.95172545
4	12843441	42.71455951
5	14819572	44.15489981
6	75345668	45.37269018
7	92915646	46.42758818

A afirmação III é verdadeira devido às propriedades deste modelo de função logística.

x	f(x)	g(x)
40	60	59.3
41	60	59.5
42	60	59.7
43	60	59.9
44	60	60.0
45	60	60.2

A afirmação IV é falsa, com a proposta *B* nunca ganharia 60 mil euros anuais.

x	x)	g(x)
35	60	58.30979961
36	60	58.52625151
37	60	58.73693066
38	60	58.942137
39	60	59.14214769
40	60	59.33721933

A afirmação V é falsa, pois nos últimos 10 anos com a proposta *A* ganharia sempre 60 mil euros anuais e com a proposta *B* ganharia sempre um valor inferior a 60 mil euros anuais, neste caso ganharia entre 57 128 € e 59 337 €, por ano.

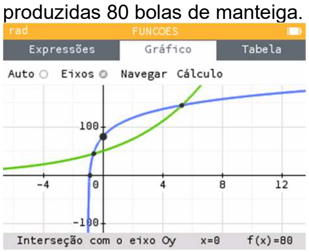
x	x)	g(x)
30	60	57.12849892
31	60	57.37931363
32	60	57.62240974
33	60	57.85824814
34	60	58.08724969
35	60	58.30979961
36	60	58.52625151
37	60	58.73693066

x	x)	g(x)
34	60	58.08724969
35	60	58.30979961
36	60	58.52625151
37	60	58.73693066
38	60	58.942137
39	60	59.14214769
40	60	59.33721933

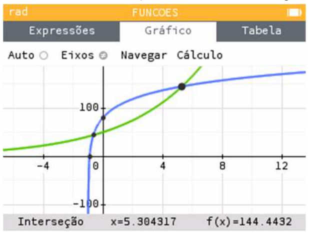
Concluindo, as afirmações I e III são verdadeiras e as afirmações II, IV e V são falsas.

3.1. $B(0)=80+35\ln(0+1)=80$

No primeiro dia da semana, ou seja, na segunda-feira são produzidas 80 bolas de manteiga.



3.2. Procuramos o ponto de interseção, $t \approx 5$, ou seja, no sábado.



Resposta certa: **(C)**

3.3. Ao domingo são vendidos, aproximadamente, 203 cafés e 153 bolas de manteiga.

x	f(x)
1	104.2601513
2	118.4514301
3	128.5203026
4	136.3303269
5	142.7115814
6	148.1068552
7	152.780454

x	g(x)
1	61.07013791
2	74.59123488
3	91.10594002
4	111.2770464
5	135.9140914
6	166.0058461
7	202.7599983