RESOLUÇÕES
manual

Pág. 82

1.1. Os próximos censos realizam-se em 2031.
Porque a realização de um censo é uma tarefa complexa e dispendiosa. Envolve recursos humanos, financeiros e tecnológicos significativos. Além disso, em termos de nascimentos, mortes e migração, as mudanças mais significativas tendem a ocorrer a longo prazo.

1.2. **a)** População residente em Portugal Continental:
9855909
População residente na Região Autónoma da Madeira:
250744
População residente na Região Autónoma dos Açores:
236413

b) O grupo etário com maior população residente é dos 25 aos 64 anos. Sim, essa tendência verifica-se também nas ilhas.

Continente	5225083
R. A. Açores	134512
R. A. Madeira	140557

2.2. Por exemplo:
- Qual é a percentagem de jovens dos 0 aos 14 anos em Portugal Continental?
- Qual é a percentagem de beneficiários do RMG e RSI do sexo masculino?
- Qual é taxa de variação de resíduos urbanos recolhidos seletivamente por habitante entre 2011e 2021?

Pág. 84

1.1. Pordata:

Pág. 85

2. Podemos recorrer a um recenseamento ou censo, por exemplo:
- Para saber o número de animais de estimação por habitação, numa freguesia;
- Para saber o número de jovens dos 0 aos 18 anos, num determinado município.

Podemos recorrer a uma sondagem, por exemplo:
- Para saber a duração de um tipo de velas acesas criadas numa fábrica;
- Em pesquisas da opinião pública sobre um determinado produto.

Pág. 87

3. A amostra escolhida não é representativa da população em estudo porque os participantes auto selecionaram-se para participar no estudo.

Pág. 88

4. Qualquer amostra de dimensão 30, gerada aleatoriamente dos 300 clientes é válida.

Pág. 89

5. Qualquer amostra sistemática de dimensão 40, gerada de forma aleatória sistemática dos 6000 residentes é válida.
$6000 : 40 = 150$; $a_n = a_0 + 150n$
Por exemplo se $a_0 = 35$
35, 185, 335, 485, 635, 785, 935, 1085, 1235, 1385, 1535, 1685, 1835, 1985, 2135, 2285, 2435, 2585, 2735, 2885, 3035, 3185, 3335, 3485, 3635, 3785, 3935, 4085, 4235, 4385, 4535, 4685, 4835, 4985, 5135, 5285, 5435, 5585, 5735, 5885.

Pág. 90

6.

Freguesia	Número de famílias	Percentagem da população	Número de elementos da amostra
A	2000	$\frac{2000}{10000} = 0{,}2 = 20\%$	$0{,}2 \times 100 = 20$
B	3000	$\frac{3000}{10000} = 0{,}3 = 30\%$	$0{,}3 \times 100 = 30$
C	1500	$\frac{1500}{10000} = 0{,}15 = 15\%$	$0{,}15 \times 100 = 15$
D	3500	$\frac{3500}{10000} = 0{,}35 = 35\%$	$0{,}35 \times 100 = 35$
Total	**10 000**	**100%**	**100**

Da freguesia A selecionamos aleatoriamente, por um método aleatório simples ou sistemático, 20 famílias, da freguesia B, 30 famílias, da freguesia C, 15 famílias e da freguesia D, 35 famílias.

Pág. 92

1.1. Todos os queijos da feira.

1.2. Os 50 queijos selecionados.

1.3. 50

2. I: variável qualitativa nominal
II: variável quantitativa discreta
III e IV: quantitativa contínua
Em I e III.

3.

Municipio	N.° de residentes, em 1960
Lisboa	802230
Sintra	76964
Vila Nova de Gaia	157367
Porto	303 424
Cascais	69 617

Destes cinco municípios o número de residentes diminuiu apenas em Lisboa e Porto. Nos restantes municípios verificou-se um aumento muito significativo nos 61 anos que separam os dois estudos.

Pág. 93

1. Resposta correta: **(D)**

2. Resposta correta: **(C)**

3. A percentagem da segunda-feira de manhã é
$100\% - 30\% - 15\% - 20\% = 35\%$
$1000 \times 0{,}35 = 350$
Resposta correta: **(B)**

4. Resposta correta: **(A)**

Pág. 94

1. De modo geral, as projeções aumentam o interesse público nas eleições e promovem a participação cívica e o envolvimento da população no processo político.
As projeções eleitorais após o encerramento da votação, não influenciam o resultado da votação, mas são importantes para fornecer informações, orientações políticas e análises pós-
-eleitorais, contribuindo para uma compreensão mais completa e informada do processo eleitoral.

2. As projeções não são o resultado final e podem estar sujeitas a mudanças. Erros nas projeções podem ocorrer devido a diversos fatores, como mudanças de última hora nas preferências dos eleitores ou métodos desadequados na escolha da amostra e da análise de dados.

Pág. 97

1.1. Variável em estudo: fruta preferida. Variável qualitativa nominal.

1.2. Variável em estudo: número de telemóveis por família dos alunos de MACS. Variável quantitativa discreta.

Pág. 98

1. Variável em estudo: tempo de resposta a uma questão de um *quiz*. Variável quantitativa contínua.

2. I. Quantitativa discreta.
II. Quantitativa contínua.
III. Qualitativa nominal.
IV. Qualitativa ordinal.

3.1. Cada carro que passou na portagem.

3.2. Variável em estudo: classe do veículo. Variável qualitativa nominal.

3.3. Temos: $x = \frac{45}{75} \times 100 = 60\%$

Passaram 60% veículos de classe 1 naquele período.

Pág. 99

1. Resposta correta: **(B)**

2.1. Todas as espécies de tartarugas marinhas

2.2. 30 tartarugas marinhas monitorizadas.

2.3. Variáveis qualitativas nominais: I; II; VII.
Variável quantitativa discreta: IV; VI
Variável quantitativa contínua: III; V

3. Número total de alunos: 90

Turma	A	B	C	D
N.º de alunos selecionados por turma	$\frac{26}{90} \approx 0,29$ $0,29 \times 25 \approx 7$	$\frac{22}{90} \approx 0,24$ $0,24 \times 25 \approx 6$	$\frac{28}{90} \approx 0,31$ $0,31 \times 25 \approx 8$	$\frac{14}{90} \approx 0,16$ $0,16 \times 15 \approx 4$

Pág. 100

1. e **2.**

Tipo de energia	Número de vendas	Vendas (%)
Gasolina	3923	27,9%
PHEV/Gasóleo	214	1,5%
HEV/Gasóleo	288	2,0%
Gasolina/GPL	1252	8,9%
HEV/Gasolina	1611	11,5%
Gasóleo	1726	12,3%
PHEV/Gasolina	2239	15,9%
Elétrico (BEV)	2815	20,0%
	14 068	**100%**

Pág. 102

8. $200 - (120 + 40 + 35) = 5$

Taxas	Frequência absoluta	Frequência relativa
0,85 €	120	$\frac{120}{200} = 0,6 = 60\%$
1,60 €	40	$\frac{40}{200} = 0,2 = 20\%$
2,00 €	35	$\frac{35}{200} = 0,175 = 17,5\%$
2,25 €	5	$\frac{5}{200} = 0,025 = 2,5\%$
Total	**200**	**100%**

Pág. 103

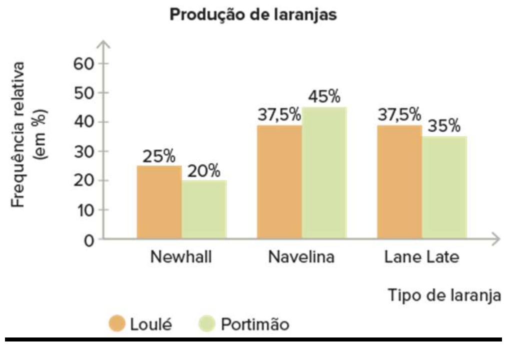
9. A percentagem de alunos inscritos nos cursos profissionais é cerca de 29%. A maioria absoluta dos alunos está inscrita na modalidade via de ensino/cursos gerais. A percentagem de alunos inscritos é, nessa modalidade, aproximadamente,

2 vezes superior à percentagem de alunos inscritos nos cursos profissionais. Ou seja, por cada aluno inscrito num curso profissional existem 2 alunos inscritos na modalidade via de ensino/cursos gerais.

Pág. 105

10.

Tipo	Loulé		Portimão	
	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência absoluta	Frequência relativa
Newhall	10 000	$\frac{10\,000}{40\,000} = 0,25 = 25\%$	20 000	$\frac{20\,000}{100\,000} = 0,2 = 20\%$
Navelina	15 000	$\frac{15\,000}{40\,000} = 0,375 = 37,5\%$	45 000	$\frac{45\,000}{100\,000} = 0,45 = 45\%$
Lane Late	15 000	$\frac{15\,000}{40\,000} = 0,375 = 37,5\%$	35 000	$\frac{35\,000}{100\,000} = 0,35 = 35\%$
Total	40 000	100%	100 000	100%



Pág. 106

11.

Pág. 107

12. N.º de trilhos: $6 + 29 + 10 + 4 + 7 + 13 + 9 + 4 + 2 = 84$

Santa Maria:
84 —— $360°$

6 —— x , $x = \frac{6 \times 360}{84} \approx 25,7°$

São Miguel:
84 —— $360°$

29 —— x , $x = \frac{29 \times 360}{84} \approx 124,3°$

Terceira:
84 —— $360°$

10 —— x , $x = \frac{10 \times 360}{84} \approx 42,9°$

Graciosa:
84 —— $360°$

4 —— x , $x = \frac{4 \times 360}{84} \approx 17,1°$

São Jorge:
84 —— $360°$

7 —— x , $x = \frac{7 \times 360}{84} \approx 30°$

Pico:

84 —— $360°$

13 —— x , $x=\frac{13\times360}{84}\approx55{,}7°$

Faial:

84 —— $360°$, $x=\frac{9\times360}{84}\approx38{,}6°$

Flores:

84 —— $360°$

4 —— x , $x=\frac{4\times360}{84}\approx17{,}1°$

Corvo:

84 —— $360°$

2 —— x , $x=\frac{2\times360}{84}\approx8{,}6°$

Pág. 108

1.1. Total: $280\,000$ pessoas ; $280\times0{,}3=84$

Resposta correta: **(C)**

1.2. $\frac{40}{100}\times360°=144°$

Resposta correta: **(B)**

2.1. $100\,\%$ —— $360°$

x —— $90°$, $x=\frac{90\times100}{360}=25\,\%$

2.2.

Água (5L)	Limonada	Chá	Sopa	Ecogarrafa
Quantidade (L)	$0{,}25\times5=1{,}25$	$\frac{5\times72}{360}=1$	$\frac{5\times144}{360}=2$	0,75

3.1. A variável em estudo é o nível obtido na prova final do terceiro ciclo de português.

3.2. A variável estatística é qualitativa ordinal.

Resposta correta: **(B)**

3.3.

Nível	n_i	$f_i(\%)$
1	0	0
2	2	$\frac{2}{27}\times100\approx7$
3	10	$\frac{10}{27}\times100\approx37$
4	10	$\frac{10}{27}\times100\approx37$
5	5	$\frac{5}{27}\times100\approx19$
TOTAL	**27**	**100** %

3.4. Percentagem de alunos com nível superior a 2: $100\%-7\%=93\%$

Pág. 109

1.1. Variável Estatística: Palavra do ano

Qualitativa nominal

1.2. Não ganhou por maioria absoluta, pois não obteve mais de 50% dos votos.

1.3. Em segundo lugar ficou a palavra médico com $9{,}99\%$ e em terceiro lugar ficou inteligência artificial com $9{,}96\%$.

1.4. $90000\times0{,}035=3150$

$90000\times0{,}033=2970$

$3150-2970=180$

A palavra que ficou em sexto lugar obteve 3150 votos e a que ficou em sétimo lugar obteve 2970 votos.

A diferença foi de 180 votos.

	Professor	Médico	IA	Inflação	Habitação
n_i	$90000\times0{,}481=$ $=43290$	8991	8964	7110	6030
f_i	48,1%	9,99%	9,96%	7,9%	6,7%

	Conflitos	Jornada	Clima	Demissão	Navegadoras
n_i	5220	3150	2970	2520	1440
f_i	5,8%	3,5%	3,3%	2,8%	1,6%

Pág. 110

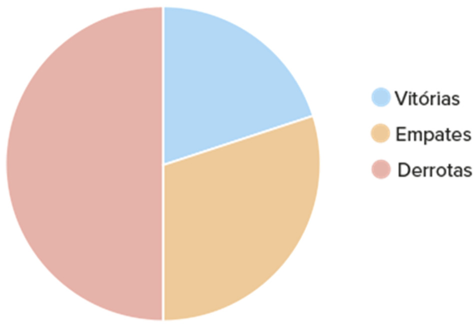
1.

	Vitórias	Empates	Derrotas	Pontuação
A	2	3	5	$2\times3+3\times2+5\times1=17$
B	4	3	3	$4\times3+3\times2+3\times1=21$
C	1	4	5	$1\times3+4\times2+5\times1=16$
D	5	4	1	$5\times3+4\times2+1\times1=24$

2. A equipa vencedora seria a D com 24 pontos.

3.

Resultados da equipa D em 10 jogos da liga



4. Sim, pois não são necessárias muitas barras, apenas quatro. O gráfico será de fácil interpretação. Os valores também não são muito dispersos.

5. Legenda

- A
- B
- C
- D

Pág. 111

13.

Número de irmãos	Frequência absoluta		Frequência relativa	
x_i	simples n_i	acumulada N_i	simples f_i	acumulada F_i
0	6	6	$\frac{6}{20}\times100\%=30\%$	30%
1	10	16	$\frac{10}{20}\times100\%=50\%$	80%
2	3	19	$\frac{3}{20}\times100\%=15\%$	95%
3	1	20	$\frac{1}{20}\times100\%=5\%$	100%
Total	20		100%	

Pág. 112

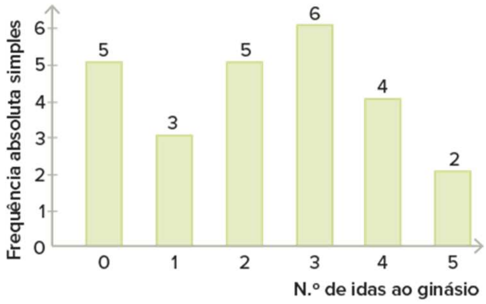
14.1. $100\%-32\%=68\%$ ou $20\%+24+16\%+8\%=68\%$

14.2.

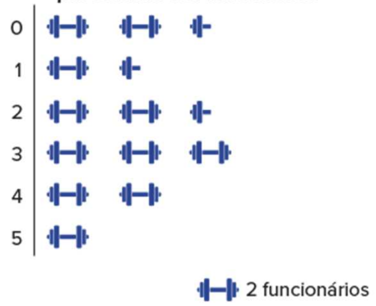
Número de idas ao ginásio por semana	Frequência absoluta		Frequência relativa	
x_i	simples n_i	acumulada N_i	simples f_i	acumulada F_i
0	5	5	$\frac{5}{25}\times100\%=20\%$	20%
1	3	8	$\frac{3}{25}\times100\%=12\%$	32%
2	5	13	$\frac{5}{25}\times100\%=20\%$	52%
3	6	19	$\frac{6}{25}\times100\%=24\%$	76%
4	4	23	$\frac{4}{25}\times100\%=16\%$	92%
5	2	25	$\frac{2}{25}\times100\%=8\%$	100%
Total	25		100%	

14.3.

N.º de idas ao ginásio por semana dos funcionários



N.º de idas ao ginásio por semana dos funcionários



Pág. 113

15. Taxa de variação: $\frac{8180-16104}{16104} \approx -0{,}49$

A taxa de variação de 2016 para 2021 sobre o número de ocorrências é de, aproximadamente, -49% .

Pág. 115

16. Medida da palma da mão (em cm)

Raparigas		Rapazes
7 5 4 1	16	
	17	5 7
7 5	18	2 9
3 2	19	2
8	20	
0	21	0 2 3 7 9

17 | 5 significa 17,5

Pág. 116

17.1. 100% —— 360° .

10% —— x , $x=\frac{10\times 360}{100}=36°$

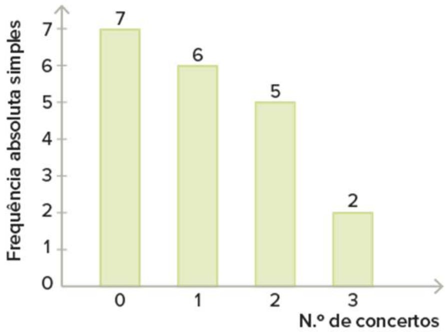
17.2. 0 concertos: $20\times 35\%=7$

1 concerto: $20\times 30\%=6$

2 concertos: $20\times 25\%=5$

3 concertos: $20\times 10\%=2$

N.º de concertos assistidos no último ano



Pág. 117

18. (I, B); (II, C); (III, E) e (IV, A).

Pág. 118

1.1. 10 alunos —— 12,5%

x —— 100% , $x=\frac{100\times 10}{12{,}5}=80$ alunos

1.2.

Classificação	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
12	$\frac{5\times 80}{100}=4$	5%	5%
14	$\frac{15\times 80}{100}=12$	15%	20%
15	$\frac{27{,}5\times 80}{100}=22$	27,5%	47,5%
16	$\frac{32{,}5\times 80}{100}=26$	32,5%	80%
18	10	12,5%	92,5%
19	4	5%	97,5%
20	$\frac{2{,}5\times 80}{100}=2$	2,5%	100%
Total	**80**	**100%**	

1.3. 80% dos alunos obtiveram no máximo 16 valores à disciplina de MACS.

2. Número total de equipas: 17

$\frac{4}{17}\times 100\approx 24\%$

Resposta correta: **(B)**

3.

1	6 7 8 9
2	0 0 1 1 1 4 5 5 7 9 9
3	1 1 5 5
4	0

Pág. 119

1.1. Saiu 19 vezes um número inferior a 5 , ou seja 19% das vezes saiu o número 5 .

Resposta correta: **(C)**

1.2. $x=\frac{15\times 360}{100}=54°$

Resposta correta: **(B)**

2. Número de alunos da Escola de São Domingos: 180

Número de alunos da Escola de Santa Luzia: 205

Diferença de alunos: $205-180=25$

Resposta correta: **(D)**

3.1. 30

3.2. 12

3.3. Número de utentes com pelo menos 50 anos: 14

$x=\frac{14}{30}\approx 0{,}47$

Resposta correta: **(C)**

Pág. 120

1. Ana: $210+110+80+180+120+100+80+100=980$

Andreia: $80+200+150+110+80+150+150+160=1080$

Bruno: $110+200+180+80+100+60+120+120=970$

Inês: $200+270+120+190+150+160+140+50=1280$

Miguel: $200+260+160+170+160+150+100+100=1300$

Pedro: $100+80+110+200+170+120+100+100=980$

Resposta: Quem tem mais pontos acumulados é o Miguel.

2. Ana: 1 vitória

Andreia: 2 vitórias

Bruno: 1 vitória

Inês: 2 vitórias

Miguel: 0 vitórias

Pedro: 2 vitórias

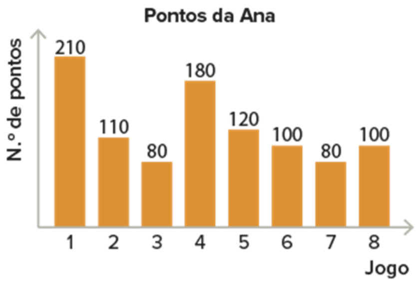
2 vitórias

1 vitória

0 vitórias

4.

Ana
210
110
80
180
120
100
80
100



5. Não porque há uma grande diversidade de valores distintos.

6.1.

Classes	Frequência absoluta simples	Frequência relativa simples
$[50,100[$	10	$\frac{10}{48}\times 100\% \approx 20,8\%$
$[100,150[$	16	$\frac{16}{48}\times 100\% = 33,3\%$
$[150,200[$	14	$\frac{14}{48}\times 100\% \approx 29,2\%$
$[200,250[$	6	$\frac{6}{48}\times 100\% = 12,5\%$
$[230,300[$	2	$\frac{2}{48}\times 100\% = 4,2\%$
Total	**48**	**100%**

6.2. Classe $[100,150[$.

Pág. 121

19.1. $2^5 = 32 < 60$

$2^6 = 64 > 60$

6 classes

Valor máximo: 37

Valor mínimo: 10

$(37-10):6 \approx 5$ (amplitude da classe)

19.2. $[10,15[$; $[15,20[$; $[20,25[$; $[25,30[$; $[30,35[$; $[35,40[$

Pág. 122

20. $2^4 = 16 < 20$

$2^5 = 32 > 20$

5 classes

Valor máximo: 289

Valor mínimo: 95

$(289-95):5 \approx 39$ (amplitude da classe)

Número de passageiros na viagem Porto-Lisboa		
Classes	**Frequência absoluta simples**	**Frequência relativa simples**
$[95,134[$	3	$\frac{3}{20}\times 100\% = 15\%$
$[134,173[$	2	$\frac{2}{20}\times 100\% = 10\%$
$[173,212[$	3	$\frac{3}{20}\times 100\% = 15\%$
$[212,251[$	6	$\frac{6}{20}\times 100\% = 30\%$
$[251,290[$	6	$\frac{6}{20}\times 100\% = 30\%$
Total	**20**	**100%**

Pág. 123

21.1. **a)** Classes de amplitude 10

Classes	n_i	N_i	f_i	F_i
$[45,55[$	7	7	$\frac{7}{30}\times 100\% \approx 23,3\%$	23,3%
$[55,65[$	8	15	$\frac{8}{30}\times 100\% \approx 26,7\%$	50%
$[65,75[$	6	21	$\frac{6}{30}\times 100\% = 20\%$	70%
$[75,85[$	6	27	20%	90%
$[85,95[$	2	29	$\frac{2}{30}\times 100\% \approx 6,7\%$	96,7%
$[95,105[$	1	30	$\frac{1}{30}\times 100\% \approx 3,3\%$	100%
Total	**30**		**100%**	

b) Classes de amplitude 5

Classes	n_i	N_i	f_i	F_i
$[45,50[$	3	3	$\frac{3}{30}\times 100\% = 10\%$	10%
$[50,55[$	4	7	$\frac{4}{30}\times 100\% \approx 13,3\%$	23,3%
$[55,60[$	2	9	$\frac{2}{30}\times 100\% \approx 6,7\%$	30%
$[60,65[$	6	15	$\frac{6}{30}\times 100\% = 20\%$	50%
$[65,70[$	4	19	13,3%	63,3%
$[70,75[$	2	21	6,7%	70%
$[75,80[$	4	25	13,3%	83,3%
$[80,85[$	2	27	6,7%	90%
$[85,90[$	0	27	0%	90%
$[90,95[$	2	29	$\frac{2}{29}\times 100\% \approx 6,9\%$	96,7%
$[95,100[$	0	29	0%	96,7%
$[100,105[$	1	30	$\frac{1}{30}\times 100\% \approx 3,3\%$	100%
Total	**30**		**100%**	

21.2. O mais adequado são as classes de amplitude 10 porque com amplitude 5 os dados ficam muito dispersos.

Pág. 126

22.1. Se as medições foram feitas de hora a hora, foram feitas 24 medições.

$24-(4+3+5+6+5)=1$

Apenas uma medição com velocidade de pelo menos 14 nós.

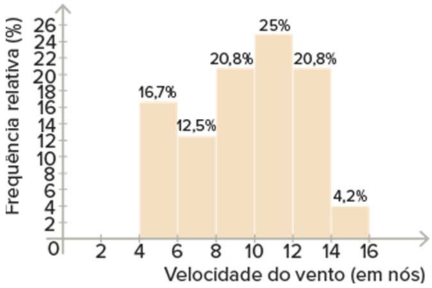
22.2. $4+3+5+6=18$

$\frac{18}{24}\times 100 = 75\%$

22.3.

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
$[4,6[$	4	$\frac{4}{24}\times 100\% \approx 16,7\%$
$[6,8[$	3	$\frac{3}{24}\times 100\% = 12,5\%$
$[8,10[$	5	$\frac{5}{24}\times 100\% \approx 20,8\%$
$[10,12[$	6	$\frac{6}{24}\times 100\% = 25\%$
$[12,14[$	5	20,8%
$[14,16[$	1	$\frac{1}{24}\times 100\% \approx 4,2\%$
Total	**24**	**100%**

Velocidade do vento na praia do Adraga

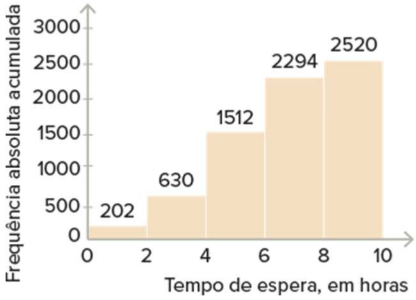


Pág. 127

23.1. Número de utentes atendidos com pulseira verde: 2520

Classes	Frequência absoluta	Frequência acumulada
$[0,2[$	$2520\times 0,08\approx 202$	202
$[2,4[$	428	$428+202=630$
$[4,6[$	882	1512
$[6,8[$	781	2294
$[8,10[$	227	2520
Total	**2520**	

Tempo médio de espera dos utentes de pulseira verde na primeira semana de janeiro



Pág. 128

24.1. Está errado porque apenas se sabe que o ciclista que passou a meta mais devagar, a sua velocidade, em km/h, está no intervalo $[10,20[$, o que não significa que tenha sido exatamente 10 km/h.

24.2. $75\%-15\%=60\%$

200 ciclistas —— 100%

x —— 60% , $x=\dfrac{60\times 200}{100}=120$

Passaram na meta 120 ciclistas com uma velocidade, em km/h, no intervalo $[30,40[$.

Pág. 129

25.1.

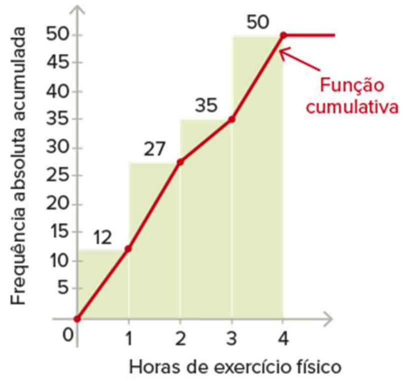
Horas dedicadas ao exercício físico		
Classes	**Frequência absoluta acumulada**	**Frequência absoluta simples**
$[0,1[$	12	12
$[1,2[$	27	$27-12=15$
$[2,3[$	35	$35-27=8$
$[3,4[$	50	$50-35=15$

25.2. $50-12=38$ alunos

$\dfrac{38}{50}\times 100=76\%$

76% dos alunos praticaram pelo menos uma hora de atividade física.

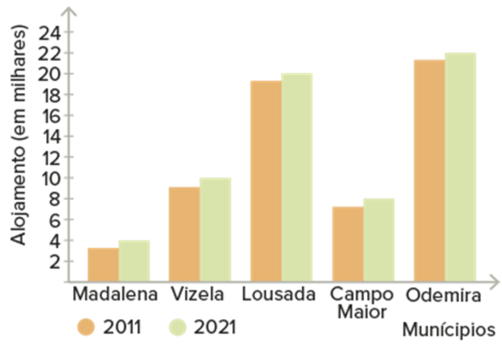
25.3.



Pág. 132

1.1.

Número de alojamentos 2011-2022



O gráfico de barras justapostas permite uma comparação direta entre 2011 e 2021. Facilita a visualização das diferenças entre os dois anos em estudo.

1.2. Madalena: $3603-3175=428$

3175 —— 100%

428 —— x , $x=\dfrac{428\times 100\ \%}{3175}\approx 13,5\ \%$

Vizela: $9812-9048=764$

9048 —— 100%

764 —— x , $x=\dfrac{764\times 100\%}{9048}\approx 8,4\%$

Lousada: $20\,014-18\,667=1347$, $x=\dfrac{1347\times 100\%}{18\,667}\approx 7,2\%$

Campo Maior: $5088-4778=310$

4778 —— 100%

310 —— x , $x=\dfrac{310\times 100\%}{4778}\approx 6,5\%$

Odemira: $22\,357-21\,032=1325$

$21\,032$ —— 100%

1325 —— x , $x=\dfrac{1325\times 100\%}{21\,032}\approx 6,3\%$

Município	Variação 2011- 2021	
	N.º de alojamentos	**% de alojamentos**
Madalena	428	13,5
Vizela	764	8,4
Lousada	1347	7,2
Campo Maior	310	6,5
Odemira	1325	6,3

1.3. $6939\times 10,5\%=6939\times 0,105\approx 729$ alojamentos

$6939-729=6210$

Em 2021 o município de Tarouca registou 6210 alojamentos.

2.1. Variável: massa dos pacotes de açúcar; em gramas. Classificação: Quantitativa contínua

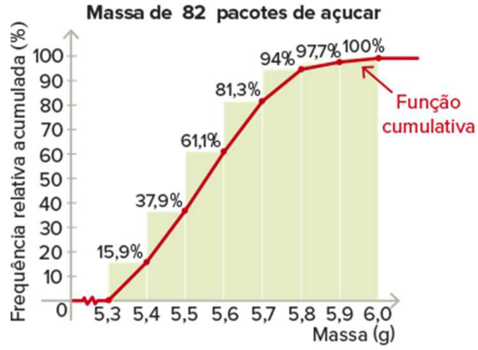
2.2. $19+17+10+3+2=51$

$\dfrac{51}{82}\times 100\approx 62,2\%$

2.3.

Massa de 82 pacotes de açúcar			
Classes	Frequência absoluta simples	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada
$[5,3;5,4[$	13	$\frac{13}{82} \approx 0,159 \approx 15,9\%$	15,9%
$[5,4;5,5[$	18	$\frac{18}{82} \approx 0,220 \approx 22,0\%$	37,9%
$[5,5;5,6[$	19	$\frac{19}{82} \approx 0,232 \approx 23,2\%$	61,1%
$[5,6;5,7[$	17	$\frac{17}{82} \approx 0,207 \approx 20,7\%$	81,8%
$[5,7;5,8[$	10	$\frac{10}{82} \approx 0,122 \approx 12,2\%$	94%
$[5,8;5,9[$	3	$\frac{3}{82} \approx 0,037 \approx 3,7\%$	97,7%
$[5,9;6,0[$	2	$\frac{2}{82} \approx 0,023 \approx 2,3\%$	100%

Massa de 82 pacotes de açucar



Pág. 133

1.1. Variável: massa das maçãs, em gramas
Classificação: Quantitativa contínua

1.2. Resposta correta: **(B)**

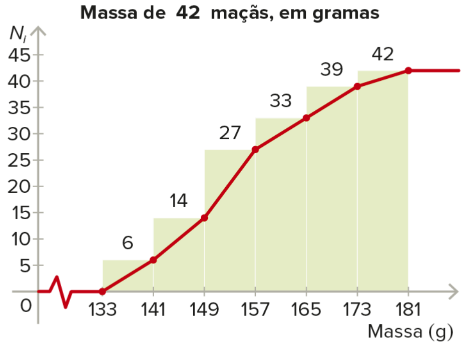
1.3.

Classes	n_i	f_i (%)	N_i
$[133,141[$	6	$\frac{6}{42} \times 100 \approx 14,3$	6
$[141,149[$	8	19	14
$[149,157[$	13	31	27
$[157,165[$	6	14,3	33
$[165,173[$	6	14,3	39
$[173,181[$	3	7,1	42
Total	**42**	**100**	-

1.4. $\frac{15}{42} \times 100 = 35,7\%$

1.5.

Massa de 42 maçãs, em gramas

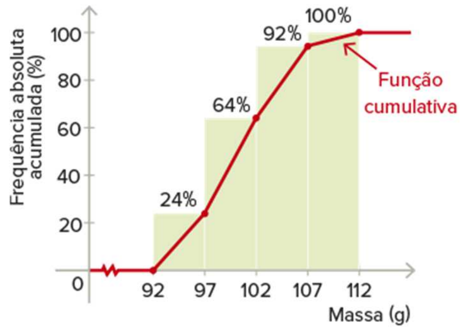


2.1.

Massa, em gramas, de caixas de bombons			
Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
$[92,97[$	6	$\frac{6}{25} = 0,24 = 24\%$	24%
$[97,102[$	10	$\frac{10}{25} = 0,4 = 40\%$	64%
$[102,107[$	7	$\frac{7}{25} = 0,28 = 28\%$	92%
$[107,112[$	2	$\frac{2}{25} = 0,08 = 8\%$	100%
Total	25	100%	

2.2.

Massa, em grama, das caixas de bombons



Pág. 134

1. 95,7

2.1. Até ao quinto episódio o *rating* foi decrescendo, de 5,1% a 4%; depois cresceu até ao sétimo episódio e no oitavo voltou a decrescer.

2.2. *Rating* máximo: 6,3%
Rating mínimo: 4%

2.3. 10 milhões —— 100%

x —— 5,7% , $x = \frac{5,7 \times 10}{100} = 0,57$

Assistiram ao último episódio do *Taskmaster* 0,57 milhões de pessoas, isto é, 570 mil pessoas.

2.4. 5,15 , pois é a média do *rating*. Representaria o *rating* de cada episódio caso fosse constante.

2.5. O programa *Taskmaster*.

Pág. 135

26. $\bar{x} = \frac{1,82 + 1,74 + 1,69}{3} = 1,75$

A média das alturas é $1,75m$.

Pág. 136

27. $\bar{x} = 39,44$

Pág. 138

28. $6 + 10 + 4 = 20$ jogos

$\bar{x} = \frac{6 \times 0 + 10 \times 1 + 4 \times 2}{20} = 0,9$

Resposta: A equipa marcou em média 0,9 golos por jogo.

Pág. 139

29.1. $\bar{x} = \frac{3 \times 14 + 2 \times 16 + 2 \times 14 + 3 \times 20 + 2 \times 16 + 3 \times 13 + 2 \times 14 + 1 \times 20 + 1 \times 19}{3 + 2 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 1 + 1}$

$\Leftrightarrow \bar{x} = \frac{300}{19} \approx 15,79$

29.2. Nota exame MACS: 16,9 ; nota exame Português: 14,5

Média: $\frac{16,9 + 14,5}{2} = 15,7$

Nota de candidatura: $0,5 \times 15,7 + 0,5 \times 15,7 = 15,7$

Pág. 141

30.

Classes	Marca da classe	Frequência absoluta
$[0,10[$	5	12
$[10,20[$	15	28
$[20,30[$	25	10

$\bar{x} = \frac{12\times5+28\times15+10\times25}{50} = \frac{730}{50} = 14,6$

Resposta: O Sr. Rui gasta em média $14,6$ minutos.

31. $\bar{x}_A \approx 67,2$ cm

$\bar{x}_B = 0,1\times30+0,3\times50+0,4\times70+0,1\times90+0,1\times110 = 66$ cm

A média das alturas dos girassóis da estufa A é maior do que na estufa B. As condições aplicadas à estufa A são mais propícias ao crescimento dos girassóis.

Pág. 142

32.1. Estabelecimentos escolares por nível de ensino: variável qualitativa ordinal

32.2. As modas são Ensino Pré-Escolar e Ensino Básico – 1.º ciclo (bimodal)

Pág. 143

33.1. Variável: N.º de automóveis alugados durante o mês de agosto.
Classificação: Quantitativa discreta

33.2. Existem duas modas no n.º de automóveis alugados: 12 e 14 (bimodal).

33.3. $\bar{x} = \frac{5\times10+8\times12+4\times13+8\times14+6\times15}{31} = \frac{400}{31} \approx 12,9$

Resposta: A média de veículos alugados por dia, em agosto, foi $12,9$.

Pág. 144

34.

Classes	Frequência absoluta acumulada	Frequência absoluta simples
$[16,17[$	1	1
$[17,18[$	4	3
$[18,19[$	5	1
$[19,20[$	7	2
$[20,21[$	8	1
$[21,22[$	8	0
$[22,23[$	10	2
$[23,24[$	12	2

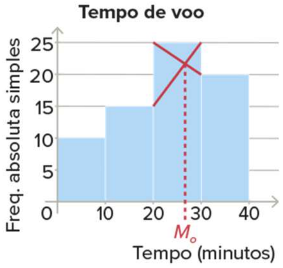
Classe modal: $[17,18[$

Pág. 145

35.

Classes	Frequência absoluta acumulada	Frequência absoluta simples
$[0,10[$	10	10
$[10,20[$	25	15
$[20,30[$	50	25
$[30,40[$	70	20

Tempo de voo



$M_o \approx 26$ minutos

Pág. 147

36. N.º total de clientes: 29 (ímpar);

Posição da mediana: $\frac{29+1}{2} = 15$

$\tilde{x} = 12$ porque o elemento de ordem 15 é o 12.

Pelo menos metade dos clientes compraram 12 sardinhas ou menos e os restantes compraram 12 sardinhas ou mais.

37. N.º de apartamentos: 116 (par)

Posição dos dois valores centrais: $\frac{116}{2} = 58$ e $\frac{116}{2}+1 = 59$

$19+21=40$; $19+21+24=64$

O valor nas posições 58 e 59 é o 3.

$\tilde{x} = \frac{3+3}{2} = 3$

A mediana é T3, ou seja, 3 quartos. 50% dos dados ordenados são tipologia inferior ou igual a T3 e 50% são de tipologia superior ou igual a T3.

Pág. 148

38.

Classes	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
$[1,6[$	15%	15%
$[6,11[$	20%	35%
$[11,16[$	10%	45%
$[16,21[$	35%	80%
$[21,26[$	20%	100%

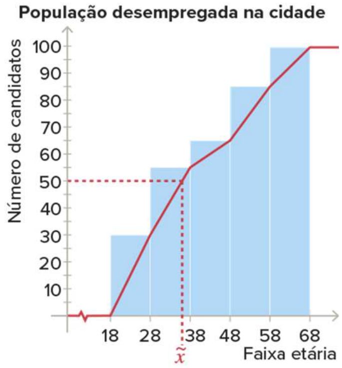
Classe mediana $[16,21[$ pois é neste intervalo que se encontram os 50% da frequência relativa acumulada.

Pág. 150

39.

População desempregada na cidade		
Faixa etária	**Percentagem**	**Frequência relativa acumulada**
$[18,28[$	30%	30%
$[28,38[$	22%	52%
$[38,48[$	12%	64%
$[48,58[$	20%	84%
$[58,68[$	16%	100%

População desempregada na cidade



A mediana encontra-se na classe $[28,38[$ e é o valor aproximado da abcissa do ponto cuja ordenada é 50%.

Para obter um valor aproximado da mediana, admita-se que os valores se redistribuem uniformemente em cada classe:

$52\%-30\%=22\%$; $50\%-30\%=20\%$; $38-28=10$

22% —— 10

20% —— x , $x = \frac{20\times10}{22} \approx 9,1$; $\tilde{x} = 28+9,1 = 37,1$

Resposta: A mediana é aproximadamente $37,1$.

Pág. 151

40.1. 1234 espectadores

40.2. $M_o = 170$

$\bar{x} = \frac{121+133+139+145+151+167+170\times2+188+1234}{10} = 261,8$

$\frac{10}{2}=5$; $\frac{10}{2}+1=6$; $\bar{x}=\frac{151+167}{2}=159$

40.3. A média.

40.4. 159 . Usaria a mediana porque sendo a média dos valores centrais dos dados ordenados é uma medida mais robusta e menos sensível a valores discrepantes.

Pág. 153

41.1.

Inês	Alexandre	Dalila
$\bar{x}=250$	$\bar{x}=200$	$\bar{x}=213$
$\tilde{x}=250$	$\tilde{x}=210$	$\tilde{x}=210$
$M_o=250$	$M_o=220$	$M_o=180$
$\bar{x}=\tilde{x}=M_o$	$\bar{x}<\tilde{x}<M_o$	$\bar{x}>\tilde{x}>M_o$

Inês: Distribuição simétrica
Alexandre: Distribuição enviesada para a esquerda
Dalila: Distribuição enviesada para a direita

41.2. Representação I: Inês
Representação II: Alexandre
Representação III: Dalila

Pág. 154

42.

30 33 37 40 $\boxed{41}$ 42 45 50 58

$\tilde{x}=Q_2$

$Q_1=\frac{33+37}{2}=35$; $Q_2=\tilde{x}=41$; $Q_3=\frac{45+50}{2}=47{,}5$

Pág. 155

43. $n=20$, par
$Q_1=4$; $\tilde{x}=Q_2=8{,}5$; $Q_3=9{,}5$

Pág. 156

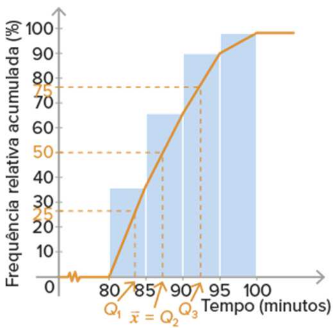
44. $Q_1=5$; $\tilde{x}=Q_2=10$; $Q_3=10$

Pág. 157

45.

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
$[80,85[$	35	35%	35%
$[85,90[$	30	30%	65%
$[90,95[$	25	25%	90%
$[95,100[$	10	10%	100%
Total	**100**	**100%**	

45.1. e **45.2.**



45.3. A mediana encontra-se na classe $[85,90[$ e é o valor aproximado da abcissa do ponto cuja ordenada é 50% .
Para obter um valor aproximado da mediana, admita-se que os valores se redistribuem uniformemente em cada classe:
$65\%-35\%=30\%$; $50\%-35\%=15\%$; $90-85=5$
30% —— 5
15% —— x , $x=\frac{15\times 5}{30}\approx 2{,}5$
$\tilde{x}=85+2{,}5=87{,}5$

O primeiro quartil encontra-se na classe $[80,85[$ e é o valor aproximado da abcissa do ponto cuja ordenada é 25% .
Para obter um valor aproximado do primeiro quartil, admita-se que os valores se redistribuem uniformemente em cada classe:
$35\%-0\%=35\%$; $25\%-0\%=25\%$; $85-80=5$
35% —— 5
25% —— x , $x=\frac{25\times 5}{35}\approx 3{,}6$
$Q_1=80+3{,}57=83{,}6$
O terceiro quartil encontra-se na classe $[90,95[$ e é o valor aproximado da abcissa do ponto cuja ordenada é 75% .
Para obter um valor aproximado do terceiro quartil, admita-se que os valores se redistribuem uniformemente em cada classe:
$90\%-65\%=25\%$; $75\%-65\%=10\%$; $95-90=5$
25% —— 5
10% —— x , $x=\frac{10\times 5}{25}=2$
$Q_3=90+2=92$
$Q_1\approx 83{,}6$; $Q_2=\tilde{x}\approx 87{,}5$; $Q_3\approx 92$

Pág. 158

46.

N.º de saídas do país	n_i	f_i	F_i
0	30	$\frac{30}{200}=0{,}15=15\%$	15%
1	40	$\frac{40}{200}=0{,}2=20\%$	35%
2	70	$\frac{70}{200}=0{,}35=35\%$	70%
3	40	20%	90%
4	20	$\frac{20}{200}=0{,}1=10\%$	100%
Total	**200**	**100%**	

$P_{10}=0$; Pelo menos 10% das pessoas nunca saíram do país e no máximo 90% saíram do país pelo menos uma vez.
$P_{70}=2$; Pelo menos 70% das pessoas saíram do país no máximo duas vezes e no máximo 30% saíram mais do que duas vezes do país.

Pág. 159

47.1.

Tempo do percurso casa-trabalho		
Classes	f_i	F_i
$[5,10[$	25%	25%
$[10,15[$	25%	50%
$[15,20[$	40%	90%
$[20,25[$	10%	100%

A classe do P_{80} é $[15,20[$.

47.2. O P_{80} encontra-se na classe $[15,20[$ e é o valor aproximado da abcissa do ponto cuja ordenada é 80% .
Para obter um valor aproximado do P_{80} , admita-se que os valores se redistribuem uniformemente em cada classe:
$90\%-50\%=40\%$; $80\%-50\%=30\%$; $20-15=5$
40% —— 5
30% —— x , $x=\frac{30\times 5}{40}=3{,}75$
$P_{80}=15+3{,}75=18{,}75$
$P_{80}\approx 19$
Significa que pelo menos 80% dos funcionários demora 19 minutos ou menos no percurso casa-trabalho e, no máximo, 20% demoram mais de 19 minutos.

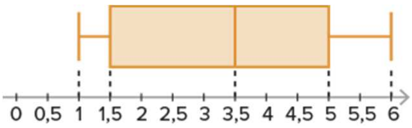
Pág. 160

48. A classe mediana é $[40,50[$.

O P_{75} encontra-se na classe $[50,60[$ e é o valor aproximado da abcissa do ponto cuja ordenada é 75%.
Para obter um valor aproximado do P_{75}, admita-se que os valores se redistribuem uniformemente em cada classe:
$75\% - 69\% = 6\%$; $75\% - 69\% = 6\%$; $60 - 50 = 10$
6% —— 10
6% —— x, $x = 10$
$P_{75} = 50 + 10 = 60$
O P_{25} encontra-se na classe $[20,30[$ e é o valor aproximado da abcissa do ponto cuja ordenada é 25%.
Para obter um valor aproximado do P_{25}, admita-se que os valores se redistribuem uniformemente em cada classe:
$25\% - 14\% = 11\%$; $25\% - 14\% = 11\%$; $30 - 20 = 10$
11% —— 10
11% —— x, $x = 10$
$P_{25} = 20 + 10 = 30$
I – a); II – c) e III – a)

Pág. 161

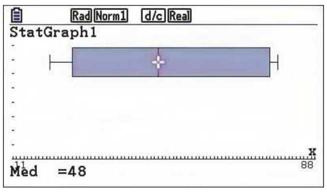
49.1.



49.2. mínimo: 1; máximo: 6; $Q_1 = 1{,}5; Q_2 = \tilde{x} = 3{,}5$ e $Q_3 = 5$

Pág. 162

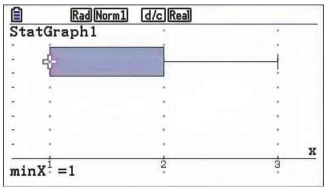
50.1.



50.2. $\bar{x} \approx 47$
mínimo: 19; máximo: 80; $Q_1 = 25; Q_2 = \tilde{x} = 48$ e $Q_3 = 78$

Pág. 163

51. mínimo: 1; máximo: 3; $Q_1 = 1; Q_2 = \tilde{x} = 2$ e $Q_3 = 2$

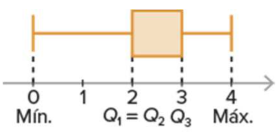


Pág. 164

52.1. $\bar{x} = 2{,}8 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 0 \times 10\% + 2 \times 50\% + 3 \times 20\% + x \times 20\% = 2{,}8$
$\Leftrightarrow 2 \times 0{,}5 + 3 \times 0{,}2 + 0{,}2x = 2{,}8 \Leftrightarrow 0{,}2x = 1{,}2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{1{,}2}{0{,}2} \Leftrightarrow x = 6$

52.2.

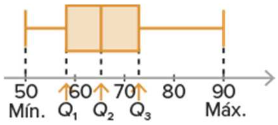
Tarefas	Formandos (f_i)	F_i
0	10%	10%
Q_1 Q_2 2	50%	60%
Q_3 3	20%	80%
4	20%	100%



Pág. 165

53.

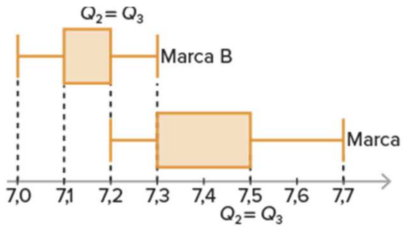
Classes	f_i	F_i
$[50,60[$	30%	30%
$[60,70[$	35%	65%
$[70,80[$	30%	95%
$[80,90[$	5%	100%



Pág. 166

54.

Marca A	Marca B
Mín: 7,2	Mín: 7
Q_1: 7,3	Q_1: 7,1
Q_2: 7,5	Q_2: 7,2
Q_3: 7,5	Q_3: 7,2
Máx: 7,7	Máx: 7,3



- A diferença entre os extremos é menor na marca B do que na marca A.
- Nas duas marcas verifica-se uma igual concentração entre os segundo e terceiro quartis.
- Na marca A verifica-se uma maior dispersão entre os primeiro e segundo quartis e entre o terceiro quartil e o máximo.

Pág. 167

55.1. Falsa, porque o máximo aumentou de 100 kg para 110 kg, o que significa que alguém aumentou de massa.

55.2. Verdadeira.
$Q_1 - \text{mín} = Q_2 - Q_1 = Q_3 - Q_2 = \text{máx} - Q_3 = 10$

55.3. Verdadeira. Depois do tratamento $Q_3 = 75$ que corresponde a 75% dos dados, ou seja, pelo menos 75% dos clientes tinham 75 kg ou menos.

55.4. Falso. Entre Q_1 e Q_2 existiu maior dispersão dos dados do que entre Q_2 e Q_3. $Q_2 - Q_1 = 70 - 60 = 10$ e $Q_3 - Q_2 = 75 - 70 = 5$

Pág. 168

1.1. O *peso* do Gabriel está acima do *peso* mediano.

1.2. O Gabriel está no percentil 97. Pelo menos 97% dos bebés da idade do Gabriel tem massa inferior ou igual a $14\,kg$ e no máximo 3% tem massa superior.

1.3. $14\text{ kg} - 13{,}75\text{ kg} = 0{,}250\text{ kg}$
Redução mínima de $250\,g$.

2.1. $50 + 65 + 120 + 45 + 32 + 24 + 10 + 12 + 8 = 366$

$$\bar{x} = \frac{16 \times 50 + 17 \times 65 + 18 \times 120 + 19 \times 45}{366} +$$
$$+ \frac{20 \times 32 + 21 \times 24 + 22 \times 10 + 23 \times 12 + 8 \times 24}{366} = \frac{6752}{366} \approx 18{,}4$$

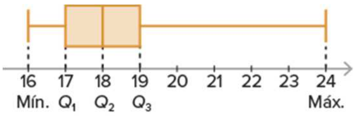
Resposta: A idade média dos jovens é cerca de $18{,}4$ anos.

2.2.

Idades	n_i	N_i	$F_i\,(\%)$
16	50	50	$\frac{50}{366}\times 100 \approx 13{,}66$
17	65	115	$\frac{115}{366}\times 100 \approx 31{,}42$
18	120	235	$\frac{235}{366}\times 100 \approx 64{,}21$
19	45	280	$\frac{280}{366}\times 100 \approx 76{,}50$
20	32	312	$\frac{312}{366}\times 100 \approx 85{,}25$
21	24	336	$\frac{336}{366}\times 100 \approx 91{,}80$
22	10	346	$\frac{346}{366}\times 100 \approx 94{,}54$
23	12	358	$\frac{358}{366}\times 100 \approx 97{,}81$
24	8	366	$\frac{366}{366}\times 100 = 100$

$Q_1 = 17$; $Q_2 = \tilde{x} = 18$; $Q_3 = 19$

2.3.



Os dados são enviesados à direita. Os dados estão muito concentrados à esquerda da mediana. Cerca de 50% dos jovens têm entre 16 e 18 anos.

Pág. 169

1.1. $[1,2[$

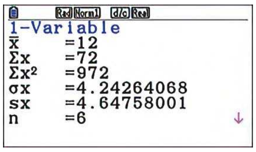
Resposta correta: **(A)**

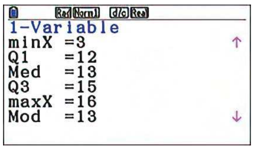
1.2. Total: 200, Posição da mediana: $\frac{200}{2} = 100$

$50 > 100$ e $50 + 60 = 110 > 100$, logo a mediana pertence à classe $[1,2[$

Resposta correta: **(B)**

2. Recorrendo à calculadora gráfica, obtém-se





$\bar{x} = 12$; $\tilde{x} = 13$ e $M_o = 13$

Não deveremos escolher a média, pois esta depende do valor mínimo e as notas foram evoluindo positivamente. A mediana tem o mesmo valor que a moda, neste caso é indiferente escolher uma ou outra.

3. x : soma das alturas dos 3 irmãos mais velhos
y : altura da irmã mais nova

$$\begin{cases} \frac{x+y}{4} = 1{,}3 \\ \frac{x}{3} = 1{,}4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5{,}2 \\ x = 4{,}2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5{,}2 - 4{,}2 = 1 \\ x = 4{,}2 \end{cases}$$

Resposta correta: **(B)**

4. "Em metade dos dias o Restaurante A faturou, pelo menos, 1750 Û ."
Resposta correta: **(B)**

Pág. 170

1.1. **Local A**

$\bar{x} = \frac{21 + 28 + 35 + 35 + 55}{5} = 34{,}8$

$\tilde{x} = 35$ e $M_0 = 35$

Local B

$\bar{x} = \frac{23 + 35 + 35 + 36 + 45}{5} = 34{,}8$

$\tilde{x} = 35$ e $M_0 = 35$

1.2. Local A: Amplitude $= 55 - 21 = 34$

Local B: Amplitude $= 45 - 23 = 22$

No local A.

1.3. No local B.

2.1. Sim, pois o número 13 está muito distante dos outros valores.

2.2. Mínimo: 1 e máximo: 13

2.3. Amplitude: máximo – mínimo = 13 – 1 = 12

2.4. $Q_1 = 3$ e $Q_3 = 3$

$Q_3 - Q_1 = 3 - 3 = 0$

3. Amplitude: $15 - 7 = 8$

Pág. 171

56. As três distribuições têm igual amplitude, mas as dispersões são muito diferentes, como mostram os próprios gráficos de pontos. A amplitude não é uma boa medida para avaliar a dispersão destes conjuntos de dados.

Pág. 172

57. $\bar{x} = \frac{30 + 39 + 26 + 28 + 32 + 38 + 32}{7} \approx 32{,}14$

$$s^2 = \frac{(30-32{,}14)^2 + (39-32{,}14)^2 + (26-32{,}14)^2}{6} +$$

$$+ \frac{(28-32{,}14)^2 + (32-32{,}14)^2 + (38-32{,}14)^2}{6} +$$

$$+ \frac{(32-32{,}14)^2}{6} = \frac{140{,}8572}{6} \approx 23{,}48$$

Pág. 173

58.1. $\bar{x} = \frac{1{,}60 + 1{,}70 + 1{,}80 + 1{,}80 + 1{,}50}{5} = 1{,}68$

$$s^2 = \frac{(1{,}60-1{,}68)^2 + (1{,}70-1{,}68)^2 + (1{,}80-1{,}68)^2}{4} +$$

$$+ \frac{(1{,}80-1{,}68)^2 + (1{,}50-1{,}68)^2}{4} = \frac{0{,}068}{4} = 0{,}017$$

$s = \sqrt{0{,}017} \approx 0{,}13$

58.2. A dispersão dos dados em relação à média é menor na amostra dada inicialmente porque o desvio-padrão é menor.

Pág. 174

59. $\bar{x} = \frac{4\times 0 + 1\times 1 + 1\times 2 + 2\times 4 + 1\times 12 + 2\times 17 + 1\times 21}{12} \approx 6{,}5$

x_i	n_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$n_i(x_i - \bar{x})^2$
0	4	–6,5	42,25	169
1	1	–5,5	30,25	30,25
2	1	–4,5	20,25	20,25
4	2	–2,5	6,25	12,5
12	1	5,5	30,25	30,25
17	2	10,5	110,25	220,5
21	1	14,5	210,25	210,25
Total	**12**			**693**

$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{7} n_i (x_i - \bar{x})^2}{11}} = \sqrt{\frac{693}{11}} \approx 7{,}94$

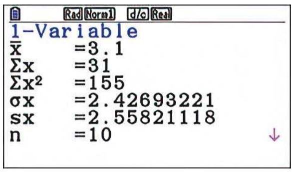
Pág. 175

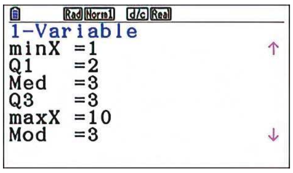
60. $\bar{x} = \frac{35\times 4 + 45\times 4 + 55\times 10 + 65\times 2}{20} = \frac{1000}{20} = 50$

Classe	Marca da classe	n_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$n_i(x_i - \bar{x})^2$
$[30,40[$	35	4	–15	225	900
$[40,50[$	45	4	–5	25	100
$[50,60[$	55	10	5	25	250
$[60,70[$	65	2	15	225	450
Total		**20**			**1700**

$s = \sqrt{\dfrac{1700}{19}} \approx 9{,}46$

61. No menu estatístico da calculadora, colocamos os valores dados na lista 1 e calculam-se as medidas pedidas:





$\bar{x} = 3{,}1$

$s \approx 2{,}56$

$Q_1 = 2$

$Q_3 = 3$

$Q_3 - Q_1 = 3 - 2 = 1$

A amplitude interquartil descreve melhor a variabilidade dos dados, porque o desvio-padrão é muito sensível a valores discrepantes, como é o 10 na amostra.

Pág. 177

62.1. $\bar{x} = \dfrac{9+5+7}{3} = \dfrac{21}{3} = 7$

$s^2 = \dfrac{(9-7)^2 + (5-7)^2 + (7-7)^2}{2} = 4$

$s = \sqrt{4} = 2$

62.2. a) $\bar{x} = \dfrac{12+8+10}{3} = 10$

$s^2 = \dfrac{(12-10)^2 + (8-10)^2 + (10-10)^2}{2} = 4$

$s = \sqrt{4} = 2$

Adicionando 3 ao saldo de cada cartão, a média vem adicionada de 3 e o desvio-padrão não se altera.

b) $\bar{x} = \dfrac{27+15+21}{3} = \dfrac{63}{3} = 21$

$s^2 = \dfrac{(27-21)^2 + (15-21)^2 + (21-21)^2}{2} = 36$

$s = \sqrt{36} = 6$

Multiplicando por 3 o saldo de cada cartão, a média vem multiplicada por 3 e o desvio-padrão também.

Pág. 178

1.1. $\bar{x} = \dfrac{45\times 18 + 55\times 30 + 65\times 35}{83} = \dfrac{4735}{83} \approx 57{,}05$

$s^2 = \dfrac{(45-57{,}05)^2\times 18 + (55-57{,}05)^2 \times 30}{82} +$

$+ \dfrac{(65-57{,}05)^2 \times 35}{82} = \dfrac{4951{,}8075}{82}$

$s = \sqrt{\dfrac{4951{,}8075}{82}} \approx 7{,}77$

1.2. Se aumentarmos 5 unidades aos dados, a média vem adicionada de 5 unidades e o desvio-padrão mantém-se.

Assim, $\bar{x} = 57{,}05 + 5 = 62{,}05$

$s \approx 7{,}77$

2. $A = \{3,6,2,1,7,5\}$

2.1. $B = \{7,10,6,5,11,9\}$

$\bar{x}_A = \dfrac{3+6+2+1+7+5}{6} = 4$

$s_A^2 = \dfrac{(3-4)^2 + (6-4)^2 + (2-4)^2 + (1-4)^2}{5} +$

$+ \dfrac{(7-4)^2 + (5-4)^2}{5} = \dfrac{28}{5}$

$s_A = \sqrt{\dfrac{28}{5}} \approx 2{,}366$

$\bar{x}_B = \dfrac{7+10+6+5+11+9}{6} = \dfrac{48}{6} = 8$

$s_B^2 = \dfrac{(7-8)^2 + (10-8)^2 + (6-8)^2 + (5-8)^2}{5} +$

$+ \dfrac{(11-8)^2 + (9-8)^2}{5} = \dfrac{28}{5}$

$s_B \approx 2{,}366$

2.2. $C = \{3\times 2+4,\ 6\times 2+4,\ 2\times 2+4,\ 1\times 2+4,$

$7\times 2+4,\ 5\times 2+4\}$

$C = \{10,\ 16,\ 8,\ 6,\ 18,\ 14\}$

$\bar{x}_C = \bar{x}_A \times 2 + 4 = 4\times 2 + 4 = 12$

$s_C = s_A \times 2 = 2{,}366 \times 2 = 4{,}732$

3.1. a) $M_0 = 43$

b) 15 17 18 <u>19 20</u> 25 26 <u>40 43</u> 43 44 <u>46 47</u> 48 69 72

$\tilde{x} = Q_2 = \dfrac{40+43}{2} = 41{,}5$

$Q_1 = \dfrac{19+20}{2} = 19{,}5$

$Q_3 = \dfrac{46+47}{2} = 46{,}5$

3.2. $\bar{x} = 21$; $s \approx 4{,}18$

3.3. $\bar{x} = 21 - 10 = 11$; $s = 4{,}18$

Pág. 179

1.1. $72 - 30 = 42$

Resposta correta: **(B)**

1.2. $M_0 = 30$

1.3. a) $\bar{x} = \dfrac{30+30+35+38+40+42+45+48+50}{20} +$

$+ \dfrac{51+53+54+55+58+60+62+69+70+71+72}{20} =$

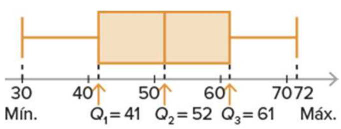
$= \dfrac{1033}{20} = 51{,}65$

b) $\tilde{x} = \dfrac{x_{10} + x_{11}}{2} = \dfrac{51+53}{2} = 52$

c) $Q_1 = \dfrac{40+42}{2} = 41$

$Q_3 = \dfrac{60+62}{2} = 61$

1.4.



1.5. $s^2 = \dfrac{(30-51{,}65)^2 \times 2 + (35-51{,}65)^2 + (38-51{,}65)^2}{19} +$

$+ \dfrac{(40-51{,}65)^2 + (42-51{,}65)^2 + (45-51{,}65)^2}{19} +$

$+ \dfrac{(48-51{,}65)^2 + (50-51{,}65)^2 + (53-51{,}65)^2}{19} +$

$+ \dfrac{(54-51{,}65)^2 + (55-51{,}65)^2 + (58-51{,}65)^2}{19} +$

$+ \dfrac{(60-51{,}65)^2 + (62-51{,}65)^2 + (69-51{,}65)^2}{19} +$

$+ \dfrac{(70-51{,}65)^2 + (71-51{,}65)^2 + (72-51{,}65)^2}{19} = \dfrac{3352{,}55}{19}$

$s = \sqrt{\frac{3352,55}{19}} \approx 13,28$

1.6. Resposta correta: **(D)**

2.

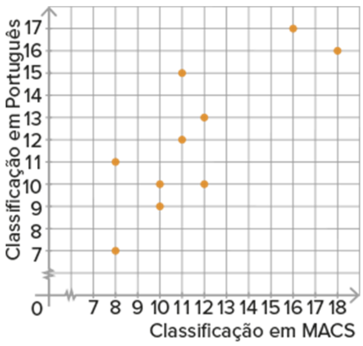
Classes	Marca da classe	n_i
$[0,1[$	0,5	50
$[1,2[$	1,5	60
$[2,3[$	2,5	50
$[3,4[$	3,5	30
$[4,5[$	4,5	10

No menu estatístico da calculadora, inserimos os valores da marca da classe na lista 1 e na lista 2 os valores da frequência absoluta correspondentes e obtém-se:

$\bar{x} \approx 1,95$ e $s \approx 1,164$

Pág. 180

1.



2. Um possível motivo será saber se existe relação entre as classificações obtidas pelos alunos nas duas disciplinas, ou seja, verificar se quanto maior for a nota a uma das disciplinas maior será na outra disciplina ou vice-versa.

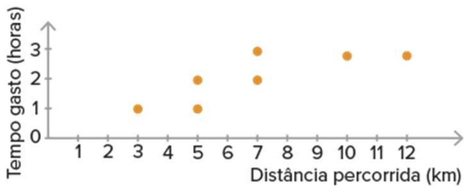
Pág. 182

63.1. 12 vezes que é o número de pontos representados.

63.2. À medida que se subia a montanha, a temperatura tinha tendência a descer. O primeiro ponto tem coordenadas $(200,30)$ e o último ponto tem coordenadas (1800,5).
será na outra disciplina ou vice-versa.

Pág. 183

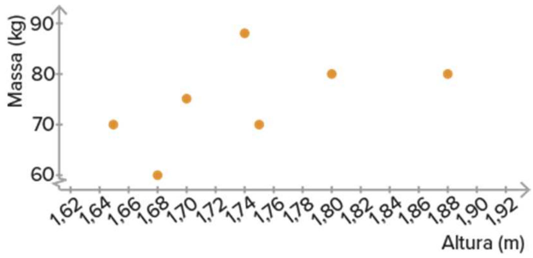
64.1.



64.2. Teve tendência a aumentar. O primeiro ponto tem coordenadas $(3,1)$ e o último ponto tem coordenadas $(12,3)$.

Pág. 185

65.



Há uma associação linear positiva entre as duas variáveis. Os resultados são expectáveis, pois é de esperar que, na maioria das pessoas, quem tem mais altura tem mais massa.

Pág. 187

66. Se à medida que o valor de uma variável aumenta e a outra diminui o coeficiente é negativo, se ambas aumentarem então é positivo. Assim a situação A e B tem de ter o coeficiente de correlação positivo e as situações C e D têm de ter o coeficiente de correlação negativo. Quanto maior a associação linear dos pontos, mais perto de 1 ou -1 é o valor do coeficiente de correlação linear.

Situação A: $r = 0,59$

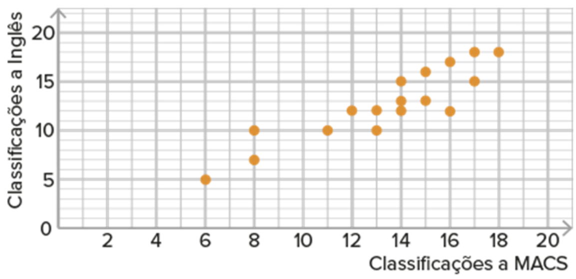
Situação B: $r = 0,92$

Situação C: $r = -0,98$

Situação D: $r = -0,93$

Pág. 188

1.1.



1.2. Observando o gráfico, podemos afirmar que a ideia do professor faz sentido, pois conseguimos visualizar que existe uma correlação forte positiva.

2.1. No menu estatístico da calculadora, inserimos os valores de CIF na lista 1 e os valores correspondentes de CE na lista 2, os resultados obtidos foram: $\bar{x}_{CIF} \approx 12,6$ e $\bar{x}_{CE} \approx 11,6$

2.2. Amplitude (CIF) = $17 - 8 = 9$ $s_{CIF} \approx 2,79$

Amplitude (CE) = $19 - 7 = 12$ $s_{CE} \approx 3,74$

O professor pode ter-se baseado, por exemplo, na amplitude das avaliações ou no desvio-padrão.

2.3. $r \approx 0,90$

Resposta correta: **(D)**

Pág. 189

1. Resposta correta: **(C)**

2.1. I. Falsa, a variável independente é a Pluviosidade.

II. Verdadeira.

III. Falsa. Observando as coordenadas dos pontos de abcissa 25 e 27.

IV. Verdadeira

2.2. Os pontos do diagrama revelam a existência de uma correlação linear forte positiva.

Resposta correta: **(D)**

3.1. Resposta correta: **(C)**

3.2. Resposta correta: **(D)**

Pág. 190

1. I – u; II – s e III – t

2.1. $y = 10,5x + 3,6$

$y = 10,5(1) + 3,6 = 14,1$

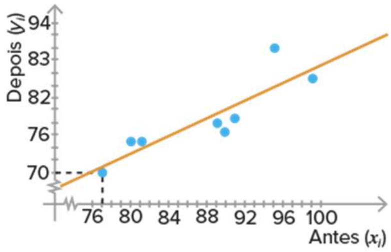
2.2. $y = 10{,}5(8{,}5) + 3{,}6 = 92{,}85$

2.3. $y = 10{,}5(-2{,}6) + 3{,}6 = -23{,}7$

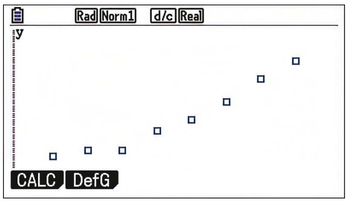
3. $y = -0{,}54(6) + 4{,}96 = 1{,}72$

67.1. Coeficiente de correlação:
$r \approx 0{,}863$
Equação da reta de regressão:
$y = 0{,}704x + 16{,}707$

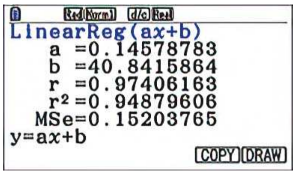
67.2.

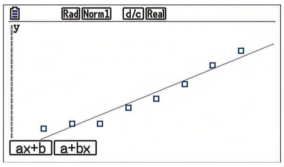


68.1. No menu estatístico da calculadora, inserimos os valores da Temperatura na lista 1 e os valores correspondentes do Comprimento na lista 2. Depois escolhemos o tipo de gráfico pedido. Obteve-se:



68.2.





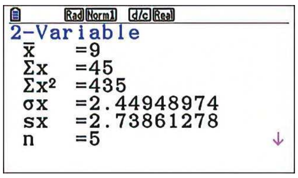
$y = 0{,}146x + 40{,}842$

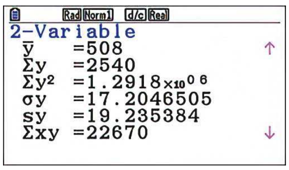
68.3. $y = 0{,}146(72) + 40{,}842 = 51{,}354$

$y = 0{,}146(130) + 40{,}842 = 59{,}822$

A primeira estimativa é válidas, no entanto a última pode não ser, depende do tipo de metal. Deve existir um limite para a dilatação do metal, de acordo com o seu tipo. A reta de regressão não é boa para fazer estimativas a longo prazo, pois não se espera que o comprimento da peça esteja sempre aumentar.

69. No menu estatístico da calculadora, inserimos os valores de x_i na lista 1 e os valores correspondentes de y_i na lista 2.
Calculamos a média das duas variáveis.

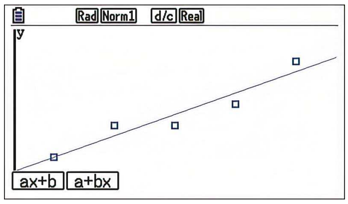




$\overline{x} = 9$ e $\overline{y} = 508$

70.1. Vamos considerar que o ano 2021 corresponde a $x = 1$
No menu estatístico da calculadora, inserimos os valores dos anos na lista 1 e os valores correspondentes das Toneladas na lista 2.
Calculamos a equação da reta de regressão linear e obtém-se:
$y = 2{,}55x + 63{,}72$ e o coeficiente de correlação linear, $r \approx 0{,}95$.

70.2.



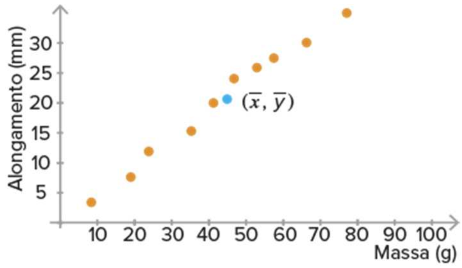
70.3. O final do segundo semestre de 2030 corresponde a $x = 10{,}5$.
$y = 2{,}55(10{,}5) + 63{,}72 \approx 90{,}5$

Assim a estimativa é de aproximadamente 90,5 toneladas.

Situação I

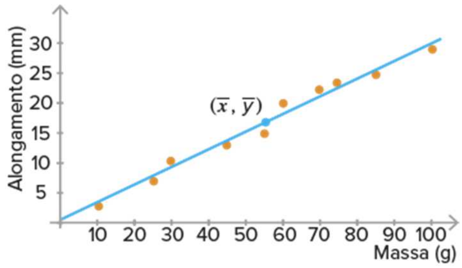
1. $\overline{x} = 55{,}5$ e $\overline{y} = 16{,}7$

2.



3. $y = 0{,}2958x + 0{,}2825$
$r \approx 0{,}9921$

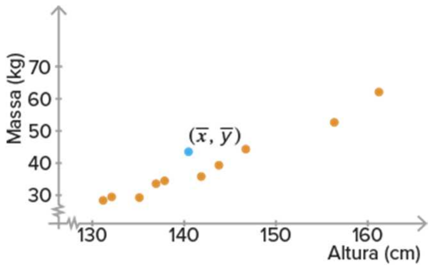
4.



Situação II

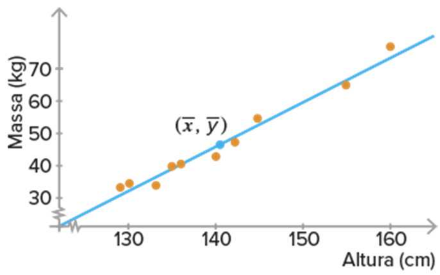
1. $\overline{x} \approx 140{,}5$ e $\overline{y} \approx 43{,}5$

2.



3. $y = 1{,}2660x - 134{,}3694$
$r \approx 0{,}9892$

4.



Pág. 199

1. No menu estatístico da calculadora, inserimos os valores da Idade na lista 1 e os valores correspondentes do Preço na lista 2. Depois construímos o diagrama de dispersão e a reta de regressão correspondente.

1.1. Resposta correta: **(D)**

1.2. Resposta correta: **(B)**

1.3. $y = -9{,}405(5{,}5) + 88{,}571 \approx 37$

Estima-se que uma bicicleta com cinco anos e meio custe cerca de 37 € .

2. I – b); II – b) e III – d)

Tarefas Complementares

Pág. 202

1.
- O maior número de dormidas em Portugal, quer no mercado nacional quer no mercado internacional, ocorreu em julho.
- O menor número de dormidas em Portugal, quer no mercado nacional quer no mercado internacional, ocorreu em janeiro.
- Em todos os meses o número de dormidas em Portugal do mercado internacional foi superior ao do mercado nacional.

2.
- O número de dormidas de turistas em Portugal teve um grande aumento de 1974 para 2022 ($9{,}4$ milhões para $69{,}7$ milhões).
- Embora tenha diminuído, a maior percentagem de dormidas de turistas é de Portugal, nos dois anos em estudo.
- Não houve grande alteração da percentagem de turistas provenientes do Reino Unido, Alemanha, Espanha, França e EUA, no entanto, a percentagem de turistas de outros países aumentou consideravelmente.

Pág. 203

3. $50 \times 6\,\% = 50 \times 0{,}06 = 3$

Resposta correta: **(B)**

4. Escolher 5 alunos de todos os alunos, que estão numerados de 1 a 15000

$15\ 000 : 5 = 3000$

Resposta correta: **(C)**

5.1. É um censo.

5.2. População: todos os alunos inscritos no 1.° ano, pela primeira vez em 2021/2022

Variável em estudo: opções ou modalidades do regime geral de acesso

5.3. $100\% - (16{,}1\% + 38\% + 14{,}5\% + 19{,}9\% + 5{,}7\%) = 5{,}8\%$

5.4. $24\,169$ —— 38%

x —— 100% ; $x \approx 63\ 603$ alunos

Pág. 204

6.1. Técnica de amostragem estratificada. Determinar o número de alunos de cada ano de escolaridade; calcular a percentagem da população em cada ano de escolaridade; multiplicar a percentagem obtida em cada ano de escolaridade por 26 para obter o número de elementos da amostra relativa a cada ano de escolaridade.

6.2. **a)** Variável em estudo: Número de equipamentos informáticos de cada agregado familiar

b) Classificação: quantitativa discreta

Número de equipamentos	n_i	N_i	f_i (%)	F_i (%)
1	6	6	23,1	23,1
2	4	10	15,4	38,5
3	2	12	7,7	46,2
4	3	15	11,5	57,7
5	5	20	19,2	76,9
6	6	26	23,1	100
Total	**26**	ÑÑ	**100**	ÑÑ

c) $\frac{15}{26} \approx 0{,}58 \approx 58\%$

7.1. Amostragem aleatória simples.

7.2. Esta instrução dá 25 números escolhidos aleatoriamente entre os inteiros de 1 a 350 inclusive.

Pág. 205

8.1.

Número de ocupantes	n_i	N_i	f_i (%)	F_i (%)
2	40	40	43,0	43,0
3	28	68	30,1	73,1
4	20	88	21,5	94,6
5	0	88	0	94,6
6	5	93	5,4	100
Total	**93**	ÑÑ	**100**	ÑÑÑ

8.2. $20 + 0 + 5 = 25$ dos carros

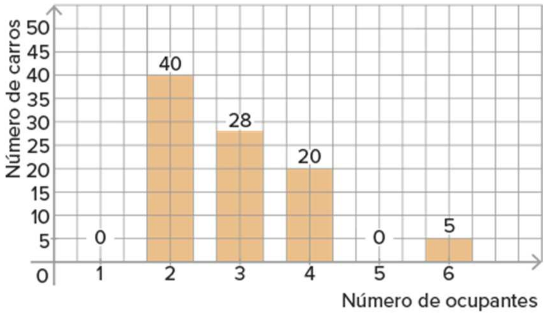
8.3. $100\% - 43\% = 57\%$

Resposta correta: **(A)**

8.4. Não, pois quase metade dos carros levam apenas 2 ocupantes.

8.5.

Número de ocupantes dos carros entre as 8:10 e as 8:20



Pág. 206

9.1. $50 \times 16\,\% = 50 \times 0{,}16 = 8$

Resposta correta: **(B)**

9.2. **a)** Moda: "Gosto pouco de jogar."

b) Moda: "Gosto de jogar de vez em quando." Pois é a opção com maior frequência absoluta (18) .

Pág. 207

10.1. Resposta correta: **(B)**

10.2. Resposta correta: **(B)**

10.3. $40 + 35 + 10 + 15 = 100$ carros

Brancos: 10%

Resposta correta: **(C)**

10.4. 100 —— $360°$

40 —— x , $x = \frac{40 \times 360}{100} = 144°$

Resposta correta: **(D)**

11.1. Saladas

11.2. $5\,€ \times (700 + 420 + 200) = 5\,€ \times 1320 = 6600\,€$

11.3. A vendas subiram 5%, logo no mês seguinte vendeu $1320 \times (100\% + 5\%) = 1320 \times 1{,}05 = 1386$ refeições.

Como o preço médio aumentou 2% , ficou a $5\,€ \times (100\,\% + 2\,\%) = 5\,€ \times 1{,}02 = 5{,}10\,€$ cada refeição.

Logo, faturou nesse mês $5{,}10\,Û \times 1386 = 7068{,}60\,Û$.

Pág. 208

12.1. Resposta correta: **(D)**

12.2. $6100 + 15100 + 8200 + 10200 = 39600$

$39\ 600$ —— 00%

$15\ 100$ —— x , $x = \frac{15\ 100 \times 100\%}{39\ 600} \approx 38{,}13\%$

12.3. $5000 + 13\ 500 + 10\ 400 + 11\ 100 = 40\ 000$

$40\ 000$ —— $360°$

x —— $99{,}9°$, $x = \frac{99{,}9 \times 40\ 000}{360} = 11\ 100$

O fruto é framboesas.

Pág. 209

13.1. Amplitude da classe: $10 - 5 = 5$

Resposta correta: **(D)**

13.2. Resposta correta: **(A)**

13.3. $60\% - 20\% = 40\%$

Resposta correta: **(C)**

13.4. $100\,\% - 60\,\% = 40\,\%$

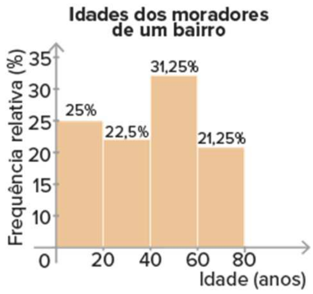
1000 —— 100%

x —— 40% , $x = \frac{40 \times 1000}{100}$

$x = 400$ flores

14.1.

Idade (em anos)	N.º de moradores	f_i
$[0,20[$	20	$\frac{20}{80} \times 100 = 25\%$
$[20,40[$	18	$\frac{18}{80} \times 100 = 22{,}5\%$
$[40,60[$	25	$\frac{25}{80} \times 100 = 31{,}25\%$
$[60,80[$	17	$\frac{17}{80} \times 100 = 21{,}25\%$
Total	**80**	**100%**



14.2. $20 + 18 + 25 = 63$ moradores

14.3. $25 + 17 = 42$

$\frac{42}{80} = 0{,}525 = 52{,}5\%$

$52{,}5\%$ dos moradores têm 40 anos ou mais.

Pág. 210

15.1. A variável é o tempo de espera pelo atendimento.

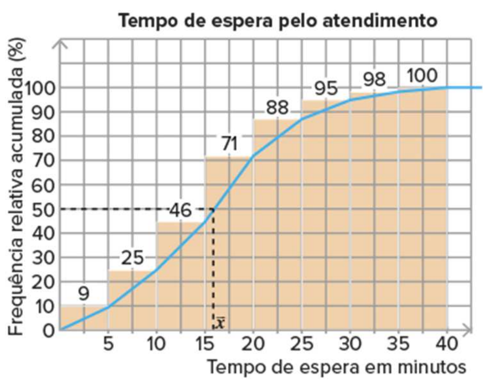
Variável quantitativa contínua.

15.2. $20 + 8 + 4 + 2 = 34$

118 —— 100%

34 —— x , $x = \frac{34 \times 100}{118} \approx 28{,}8\,\%$

15.3.



A classe mediana é a $[15,20[$ e tem amplitude 5 .

$71\% - 46\% = 25\%$ e $50\% - 46\% = 4\%$

25% —— 5

4% —— x , $x = \frac{4 \times 5}{25} = 0{,}8$

$\tilde{x} \approx 15 + 0{,}8 = 15{,}8$

15.4. $95\% - 25\% = 70\%$

Pág. 211

16.1. Tempo necessário para fazer uma borboleta.

Variável quantitativa contínua.

16.2. $20 + 8 + 4 = 32$

50 —— 100%

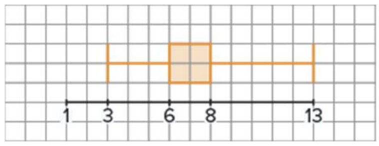
32 —— x , $x = \frac{32 \times 100}{50} = 64\%$

16.3. $[7,9[$

16.4. Recorrendo à calculadora gráfica, no menu estatístico, inserimos a marca de cada classe $(4,6,8,10,12)$ na lista 1 e o número de crianças correspondente na lista 2. Obtém-se: $\bar{x} \approx 7{,}76$ minutos

16.5. $\tilde{x} \approx 8; Q_1 \approx 6$ e $Q_3 \approx 8$

16.6.



Pág. 212

17.1. No restaurante A.

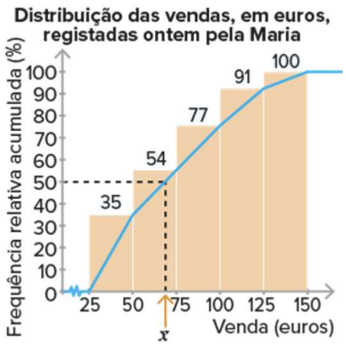
17.2. I. A afirmação é falsa, em 25% dos dias o restaurante B faturou, pelo menos 2500 € .

II. A afirmação é verdadeira, pois a mediana é 1500 € .

III. A afirmação é verdadeira, pois o terceiro quartil é 1750 € .

18.1. 35% de 120 clientes, ou seja, $0{,}35 \times 120 = 42$ clientes.

18.2.



18.3. A mediana pertence à classe $[50,75[$

Pág. 213

19.1. A massa dos pães. Variável quantitativa contínua.

19.2. Inferior a $21g$: $10 + 20 = 30$

$\frac{30}{50} = 0{,}6$, ou seja, 60% dos pães têm a massa inferior a 21 gramas.

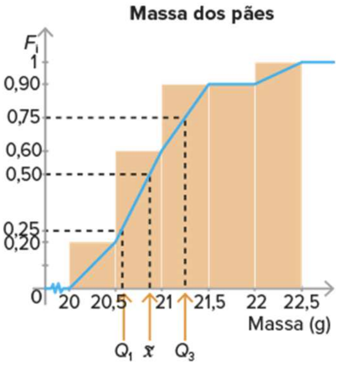
19.3. Comecemos por construir a tabela de frequências relativas acumuladas.

Marca da classe x_i	n_i	f_i	F_i
20,25	10	0,20	0,20
20,75	20	0,40	0,60
21,25	15	0,30	0,90
21,75	0	0	0,90
22,25	5	0,10	1
Total	50	1	—

Classe Q_1 : $[20{,}5\,;21[$

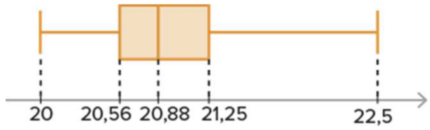
Classe mediana: $[20{,}5\,;21[$

Classe Q_3 : $[21;21{,}5[$



$Q_1 \approx 20{,}56$, $Q_2 \approx 20{,}88$ e $Q_3 \approx 21{,}25$

19.4. Usando os valores da alínea anterior temos:



20.1.

Classes	n_i	N_i	f_i	F_i
$[4{,}8;4{,}9[$	20	20	0,308	0,308
$[4{,}9;5{,}0[$	10	30	0,154	0,462
$[5{,}0;5{,}1[$	12	42	0,185	0,647
$[5{,}1;5{,}2[$	10	52	0,154	0,801
$[5{,}2;5{,}3[$	8	60	0,123	0,924
$[5{,}3;5{,}4[$	5	65	0,077	≈ 1
Total	65	—	**$\approx$ 1**	—

20.2. Classe do Q_1 : $[4{,}8\,;4{,}9[$

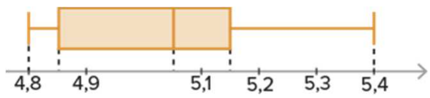
Classe do $\tilde{x}$: $[5{,}0\,;5{,}1[$

Classe do Q_3 : $[5{,}1;5{,}2[$

Recorrendo à calculadora gráfica, temos de inserir na lista 1 as marcas das classes e na lista 2 a frequência absoluta correspondente.
Obtendo-se os seguintes valores:

$Q_1 \approx 4{,}85$, $\tilde{x} \approx 5{,}05$ e $Q_3 \approx 5{,}15$

Vamos considerar o $\min = 4{,}8$ e o $\max = 5{,}4$, logo o diagrama de extremos e quartis é o seguinte:

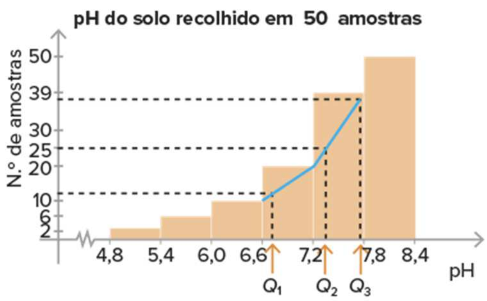


21.1. $\frac{10}{50} \times 100 = 20\%$

Resposta correta: **(D)**

21.2. Classe modal: $[7{,}2;7{,}8[$ com frequência absoluta 19 $(= 39 - 20)$.

21.3.



21.4. Temos de determinar a marca das classes e a frequência absoluta simples.

x_i	5,1	5,7	6,3	6,9	7,5	8,1
n_i	2	4	4	10	19	11

De seguida inserimos os valores de x_i na lista 1 e os valores de n_i correspondentes na lista 2, obtendo-se $\tilde{x} \approx 7{,}4$.

50% das amostras recolhidas têm um pH igual ou inferior a $7{,}4$ e as restantes amostras tem um pH igual ou maior a $7{,}4$.

21.5. $\bar{x} \approx \frac{2\times 5{,}1 + 4\times 5{,}7 + 4\times 6{,}3 + 10\times 6{,}9 + 19\times 7{,}5 + 11\times 8{,}1}{50} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \bar{x} \approx \frac{358{,}8}{50} \approx 7{,}2$

21.6. $\min = 4{,}8$; $\text{máx} = 8{,}4$; $\tilde{x} \approx 7{,}36$; $Q_1 \approx 6{,}75 \text{e} Q_3 \approx 7{,}75$

Todos os valores apresentados no diagrama são compatíveis, por isso, sim.

22.1. $\bar{x} = \frac{2\times 02 + 3\times 30 + 1\times 42 + 4\times 58}{10} = \frac{404}{10} = 40{,}4$;

$s^2 = \frac{2(20-40{,}4)^2 + 3(30-40{,}4)^2 + 1(42-40{,}4)^2}{9} +$

$+ \frac{4(58-40{,}4)^2}{9} = \frac{2398{,}4}{9}$

$s = \sqrt{\frac{2398{,}4}{9}} \approx 16{,}32$

22.2. Resposta correta: **(A)**

23.1. $\bar{x} + 20\,\% \times \bar{x} = 32\,640 \Leftrightarrow \bar{x} + 0{,}2\bar{x} = 32\,640 \Leftrightarrow$

$1{,}2\bar{x} = 32\,640 \Leftrightarrow \bar{x} = 27\,200$

Antes a média mensal das vendas era 27200 .

23.2. $\tilde{x} + 20\%\tilde{x} = 28980 \Leftrightarrow \tilde{x} + 0{,}2\tilde{x} = 28980$

$\Leftrightarrow 1{,}2\tilde{x} = 28980 \Leftrightarrow \tilde{x} = 24150$

Antes a mediana mensal das vendas era 24150 .

24. Com um desconto de 20% , o cliente vai pagar apenas 80% do valor inicial. Assim todas as medidas referidas vêm multiplicadas por $0{,}8$ (80%) na segunda situação em relação à primeira.

25. Depois de inserir todos os valores dos dados na lista 1, calculamos as estatísticas para uma variável.

25.1. Os resultados obtidos foram

$Q_1 = 170$, $\tilde{x} = 197{,}5$ e $Q_3 = 224{,}5$

25.2. Pelo valor do $\tilde{x}$ sabemos que 50% ou menos, dos volumes são menores ou iguais a $197{,}5\ \text{dm}^3$, logo o volume mais elevado de entre os 50% mais baixos é 197dm^3 pois $n = 60$ é par

$\tilde{x} = \frac{\text{Termo de ordem 30 + termo de ordem 31}}{2}$

e Termo de ordem $30 = 197dm^3$.

25.3. $s \approx 52{,}6\ \text{dm}^3$

26.1.

Classes	Marca da classe x_i	n_i	f_i	F_i
$[6,8[$	7	10	0,25	0,25
$[8,10[$	9	16	0,40	0,65
$[10,12[$	11	8	0,20	0,85
$[12,14[$	13	4	0,10	0,95
$[14,16[$	15	2	0,05	1
Total	Ñ	**40**	**1**	Ñ

26.2. Na lista 1 vamos inserir a marca de cada classe e na lista 2 o número de alunos correspondente. Obteve-se:

$Q_1 \approx 8$, $\tilde{x} \approx 9$ e $Q_3 \approx 11$

26.3. $\bar{x} \approx \frac{10\times 7 + 16\times 9 + 8\times 11 + 4\times 13 + 2\times 15}{40} = \frac{384}{40} \Leftrightarrow \bar{x} \approx 9{,}6$

Ou procurar o valor na calculadora.

Resposta correta: **(C)**

26.4. Procurando o valor na calculadora temos: $s \approx 2,2$

Pág. 217

27. $\bar{x} = 12,5$

$a = \dfrac{b}{2} \Leftrightarrow b = 2a$

$\bar{x} = \dfrac{a + 6\times10 + 3\times11 + 3\times12 + 2\times13 + 3\times14 + 4\times15 + 1\times16 + 2a}{24} = 12,5$

$\Leftrightarrow 3a + 273 = 300 \Leftrightarrow 3a = 27 \Leftrightarrow a = 9$

$b = 2\times9 = 18$

Inserindo os valores na lista 1 do menu estatístico da calculadora e calcular estatísticas para uma variável, obtém-se $s \approx 2,4$.

28.1. $\text{Amplitude} = 59 - 10 = 49$

Resposta correta: **(B)**

28.2. Moda: 12 e 59

28.3. Inserindo os valores na lista 1 do menu estatístico da calculadora e calcular estatísticas para uma variável, obtém-se $\bar{x} = 34,3$.

28.4. Recorrendo ao cálculo da alínea anterior.
$Q_1 = 17,5$, $\tilde{x} = 28,5$ e $Q_3 = 51$

28.5.

28.6. Recorrendo aos valores calculados anteriormente na calculadora temos:
$s \approx 18,03$

Pág. 218

29. Recorrendo à calculadora gráfica, inserimos os valores de cada tabela numa lista e calculamos as estatísticas para as 2 variáveis.
Lista 1 $\rightarrow$ Valores da tabela A $\rightarrow$ x
Lista 2 $\rightarrow$ Valores da tabela B $\rightarrow$ y

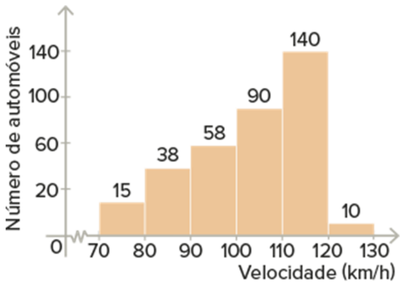
Os resultados obtidos foram:
$s_A \approx 3,9$ e $s_B \approx 9,8$

30.1. $\text{amplitude} = \text{máx} - \text{min} = 130 - 70 = 60$.

30.2. Classe modal: $[110,120[$

30.3. Vamos inserir na calculadora gráfica, no menu estatístico, as marcas da classe na lista 1 e o número de veículos correspondente na lista 2.
Calculam-se as estatísticas para 1 variável. Obtém-se: $\bar{x} \approx 104,5$.

30.4.



30.5. Recorrendo aos valores calculados anteriormente na calculadora temos:
$s \approx 12,2$

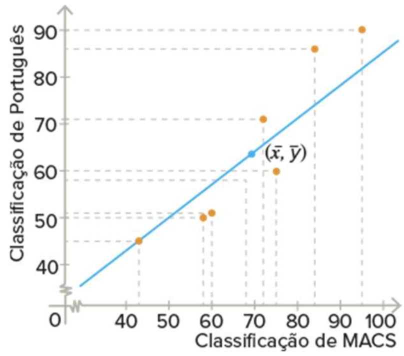
Pág. 219

31. Sendo uma reta de regressão linear, podemos afirmar que contém o ponto $(\bar{x}, \bar{y})$.

Resposta correta: **(D)**

32.1. Vamos inserir os valores obtidos no teste de Matemática na lista 1 (x) e os valores obtidos a Português na lista 2 (y) . Calculamos as estatísticas para as 2 variáveis.
$\bar{x} = 69,375$ e $\bar{y} = 63,875$

32.2.



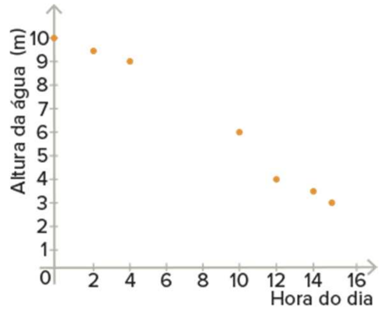
32.3. $(\bar{x}, \bar{y}) = (69,375\,;63,875)$

32.4. A equação da reta de regressão linear, do tipo $y = ax + b$, obtida na calculadora foi: $y \approx 0,973x - 3,617$

Sabemos que a reta contém o ponto $(\bar{x}, \bar{y})$, só necessitamos de determinar mais um ponto, por exemplo quando $x = 50$ e $y = 45,033$.

Pág. 220

33.1. Vamos colocar na lista 1 da calculadora gráfica (menu estatístico) os valores da hora do dia e na lista 2, os valores correspondentes da altura da água. O gráfico de dispersão que se observa é o seguinte:



33.2. Os resultados obtidos após fazer a regressão linear, do tipo $ax + b$, foram os seguintes:
$y \approx -0,500x + 10,560$; $r = -0,989$

33.3. O coeficiente de correlação é negativo, tal como o coeficiente a , o declive da reta, que é decrescente.
Em valor absoluto o coeficiente de correlação está muito próximo de 1 , logo existe uma associação linear negativa forte entre ambas as variáveis.

33.4. Procurando no gráfico da reta o valor de y quando $x = 5$, obtém-se $y \approx 8,1\text{m}$.

34.1. No menu estatístico inserimos os anos na lista 1 e a produção de castanhas correspondente na lista 2.
A equação obtida foi: $y = 1,66x - 3330,45$

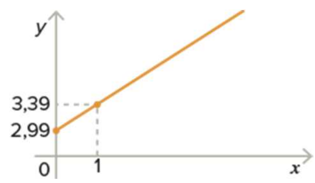
34.2. Temos de substituir x por 2030 e obtém-se
$y = 1,66\times2030 - 3330,45 \Leftrightarrow y = 39,35$

Logo, em 2030, espera-se que a produção de castanhas atinja as 39,35 toneladas.

Pág. 221

35.1. No menu estatístico inserimos:
Lista 1 $\rightarrow$ Número de horas de estudo (x)
Lista 2 $\rightarrow$ Classificações (y)

Obtém-se:
$r \approx 0,96$, $a \approx 1,00$ e $b \approx 2,39$
$y = x + 2,39$



35.2. $x = 4$; $y = 4 + 2,39 \approx 6$

Estima-se que o aluno tenha obtido 6 valores.

36.1. No menu estatístico inserimos:
Lista 1 $\rightarrow$ Rendimento mensal (x)
Lista 2 $\rightarrow$ Despesa (y)
$r \approx 0{,}78 > 0$, correlação positiva forte.

36.2. $a \approx 0{,}04$ e $b \approx -16{,}40$

36.3. Procurando no gráfico da reta de regressão o valor de y quando $x = 2000$ obtém-se $y \approx 63{,}60$.
Estima-se que as despesas mensais sejam de, aproximadamente, $63{,}60$ €.

Pág. 222

37.1. 55 professores

37.2. 4 professores

37.3. $\frac{5+4+4}{55} \approx 23{,}6\%$

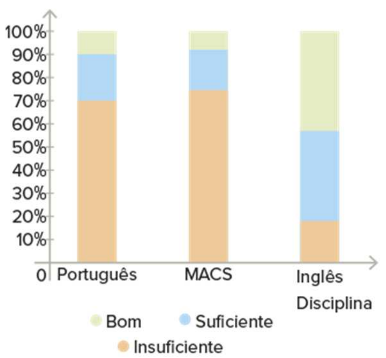
37.4. $\frac{16}{15+16+2} = \frac{16}{33} \approx 0{,}4848 \approx 48{,}48\%$

A afirmação é falsa. Os professores de MACS atribuíram 48,48% de insuficientes e não 60% como foi referido.

37.5.

	Português	MACS	Inglês
Bom	$\frac{2}{22} \approx 9{,}09\%$	$\frac{2}{22} \approx 9{,}09\%$	$\frac{5}{11} \approx 45{,}46\%$
Suficiente	$\frac{5}{22} \approx 22{,}73\%$	$\frac{4}{22} \approx 18{,}18\%$	$\frac{4}{11} \approx 36{,}36\%$
Insuficiente	$\frac{15}{22} \approx 68{,}18\%$	$\frac{16}{22} \approx 72{,}73\%$	$\frac{2}{11} \approx 18{,}18\%$
Total	100%	100%	100%

37.6.



Pág. 223

38.1. N.º de horas a ver televisão: quantitativa contínua
Tamanho da roupa: qualitativa ordinal

38.2.

		Número de horas a ver televisão					
		[0,2[	[2,4[	[4,6[	[6,8[	Mais que 8	Total
Tamanho da roupa	**S**	1	1		1		3
	M		1	1			2
	L			2	1		3
	XL				1		1
	XXL					1	1
	Total	**1**	**2**	**3**	**3**	**1**	**10**

39.1. 38%

39.2. 42%

39.3. $0\% + 2\% = 2\%$

Revê o que aprendeste

Pág. 224

1.1. Variável: Número de peças de fruta
Quantitativa discreta

1.2. $\frac{4}{28} \times 100 \approx 14{,}29\%$

1.3. $\frac{10+8+4+4}{28} \times 100 \approx 85{,}7\%$

2.1. Regra de três simples:
80 —— 31%
x —— 100%, $x = \frac{80 \times 100}{31} \approx 258$

Foram inquiridos, cerca de 258 alunos.

2.2. Percentagem dos alunos que responderam "Insuficiente" = x
Percentagem dos alunos que responderam "Bom" = $3x$
$3x + 15 + x + 3 + 31 = 100 \Leftrightarrow 4x = 100 - 49 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4x = 51 \Leftrightarrow x = \frac{51}{4} = 12{,}75$
12,75% dos alunos responderam "Insuficiente".

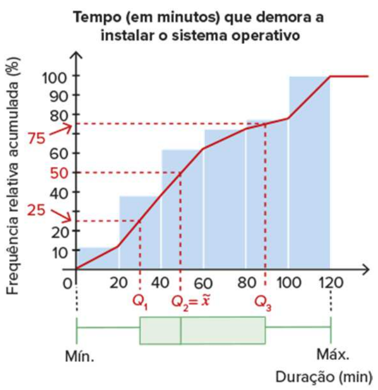
3.1. Colocando os dados na lista 1 do menu estatístico obtemos as estatísticas para uma variável: $\bar{x} = 187{,}5$ e $s \approx 11{,}59$.

3.2. Como a balança acresce 10 gramas a cada pesagem, então cada maçã pesa efetivamente menos 10 gramas cada. Pelas propriedades da média, podemos afirmar que a média passa de 187,5 gramas para 177,5 gramas.

3.3. O desvio-padrão inicial era, aproximadamente, 11,59. Este ficará igual, pois não se altera quando se adiciona uma constante a cada um dos dados.

Pág. 225

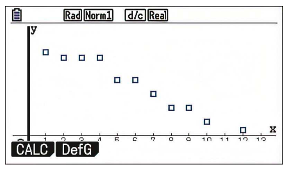
4.1.



4.2. $\bar{x} = \frac{4 \times 10 + 10 \times 30 + 8 \times 50 + 4 \times 70 + 2 \times 90}{36} +$
$+ \frac{8 \times 110}{36} = \frac{2080}{36} \approx 58$ min

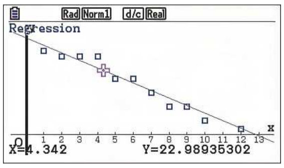
5. Resposta correta: **(A)**

6.1. No menu estatístico da calculadora inserimos os valores de x_i na lista 1 e os valores de y_i correspondentes na lista 2.
O diagrama obtido foi:

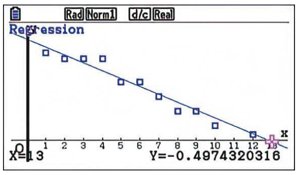


O gráfico sugere que existe uma correlação linear negativa ente a variável N.º de peças e a variável Prémio.
Vamos determinar a equação da reta de regressão.
A equação pedida é $y \approx -2{,}713x + 34{,}768$.

6.2. Temos de calcular as estatísticas de duas variáveis para determinar as médias.
Os valores obtidos foram: $\bar{x} \approx 4{,}342$ e $\bar{y} \approx 22{,}990$



6.3. Calculamos o valor de y quando $x = 13$.
Obtém-se



O funcionário não irá receber nada.

Avaliação global

Pág. 226

1.1. No menu estatístico da calculadora inserimos os valores do tempo na lista 1 e os valores do número de peças correspondentes na lista 2. E calculamos a regressão linear entre as duas variáveis.
Obtém-se: $r \approx 0{,}99 > 0$
A correlação é positiva e forte pois o valor de *r* é quase 1.

1.2. **a)** Podemos ver que $a \approx 11{,}150$ e $b \approx -1{,}727$.
b) Vamos procurar no gráfico da reta o valor de *y* quando $x = 14$.
A Anabela poderá vender cerca de 154 peças na 14.ª semana de vendas.

2.1. $20000 \times 0{,}30 = 6000$
A corporação B recebeu 6000 €.

2.2. Vamos determinar a percentagem de bombeiros no ativo da cooperação C.
6000 —— 30%
4400 —— x, $x = \dfrac{4400 \times 30}{6000} \approx 22\%$
$100\% - 30\% - 22\% - 15\% = 33\%$
Logo, a cooperação A tem 33% de bombeiros no ativo.

Pág. 227

3.1. $[99{,}100[$

3.2. Variável quantitativa contínua.

3.3. $7 + 15 + 18 + 19 = 59\%$
Como são 100 lâmpadas equivale a 59% das lâmpadas.

3.4. Recorrendo ao menu estatístico da calculadora, vamos inserir na lista 1 as marcas de cada classe e na lista 2 a frequência absoluta correspondente. Calculamos as estatísticas para uma variável.
Obtém-se: $\bar{x} \approx 99{,}5$

3.5. $s \approx 1{,}7$

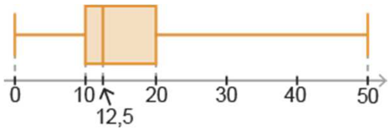
4.1. min = 16, máx = 62, $\tilde{x} = 31$, $Q_1 = 26$ e $Q_3 = 48$

4.2. A afirmação é falsa, pois entre o primeiro quartil e o terceiro quartil concentram-se cerca de 50% dos dados. Se é entre 25 e 50 anos, então a percentagem é superior a 50%, ou seja mais de metade tem entre 25 e 50 anos.

Pág. 228

5.1. Colocando os valores por ordem crescente: 0, 0, 5, 8, 9, 10, 15, 15, 20, 22, 24, 25, 27, …
40% de 30 → $0{,}4 \times 30 = 12$
Portanto o x é o valor na posição 12, ou seja, $x_{12} = 25$.
Resposta correta: **(C)**

5.2. lista 1 → 0, 6, 10, 12, 22, 25, 50
lista 2 → 4, 2, 6, 10, 5, 2, 1
Obtém-se os seguintes valores para:
min = 0, máx = 50,
$Q_1 = 10$, $Q_2 = 12$ e $Q_3 = 20$



5.3. 12 sardinhas corresponde ao valor do $\tilde{x}$, logo, 18 clientes compraram no mínimo 12 sardinhas.

6.

Número de clientes	Número total de produtos	Frequência acumulada
6	12	12
8	10	$12 + 10 = 22$
12	$47 - 22 = 25$	47
14	20	$47 + 20 = 67$
16	$98 - 67 = 31$	98
17	$119 - 98 = 21$	$149 - 30 = 119$
20	30	149

Pág. 229

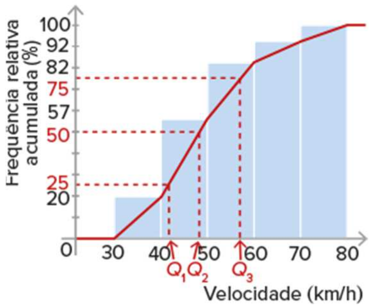
7.1. $\bar{x} = 74{,}1\%$ Nota da Maria: $50\% + a\%$
$20 \times 74{,}1 = 51 + 52 + 50 + a + 56 \times 2 + 60 \times 2 + 63 + 67 \times 2$
$+ 81 + 82 + 84 + 85 \times 2 + 91 + 92 + 98 \times 2 + 99$
$\Leftrightarrow 1482 = a + 1477 \Leftrightarrow a = 1482 - 1477$
$\Leftrightarrow a = 5$
A Maria obteve 55% no *quiz*.

7.2. $a = 4$; colocando todos os valores na lista 1, obtém-se $s \approx 17{,}04$

8.1. $100\% - (20\% + 37\% + 10\% + 8\%) = 25\%$
Passaram 25% dos automóveis a uma velocidade compreendida entre 50 e 60 km/h.

8.2. 63 —— 37%
x —— 100% $\Leftrightarrow x = \dfrac{63 \times 100\%}{37\%} \approx 170$
Passaram cerca de 170 automóveis

8.3.



8.4. A mediana pertence à classe $[40{,}50[$, a amplitude de cada classe é 10.
$57\% - 20\% = 37\%$ e $50\% - 20\% = 30\%$
37% —— 10
30% —— x, $x = \dfrac{30 \times 10}{37} \approx 8$
$\tilde{x} \approx 40 + 8 = 48$
O primeiro quartil pertence à classe $[40{,}50[$
$57\% - 20\% = 37\%$ e $25\% - 20\% = 5\%$
37% —— 10
5% —— x, $x = \dfrac{5 \times 10}{37} \approx 1$
$Q_1 \approx 40 + 1 = 41$
O terceiro quartil pertence à classe $[50{,}60[$
$82\% - 57\% = 25\%$ e $75\% - 57\% = 18\%$
25% —— 10
18% —— x, $x = \dfrac{18 \times 10}{25} \approx 7$

$Q_3 \approx 50+7=57$

Questões tipo exame

1. Taxa de juro: $8\% = 0{,}08$

Se o empréstimo fosse pago num ano teria pagado $1140€ \times 12 \times 0{,}08 = 91{,}20€$ de juros.

Pagando nove parcelas a 8% de juros e o restante a 11%, pagaria

$\dfrac{1140\ €}{12\times 9\times 0{,}08} = 68{,}40€$ mais $\dfrac{1140\ €}{12\times 3\times 0{,}11} = 31{,}35€$

Ou seja, pagaria $99{,}75$ € de juros.

Assim, pagaria a mais $8{,}55$ € de juros.

2. **Opção A:**

1.° mês: 635 € e nos 5 meses seguintes um aumento mensal de 10%

Do 7.° ao 24.° mês o vencimento mensal é igual ao do 6.° mês.

No 6.° mês recebe: $635\ € \times 1{,}1^5 \approx 1022{,}67$ €

No 1.° semestre recebe $4899{,}41$€

Mês	1.°	2.°	3.°	4.°	5.°	6.°	Total
Vencimento (€)	635	698,50	768,35	845,19	929,70	1022,67	**4899,41**

Nos três semestres seguintes recebe $1022{,}67\ € \times 18 =$

$= 18\ 408{,}06$ €.

Nos dois anos recebe $23307{,}47$ €.

Opção B:

Nos primeiros 6 meses recebe de acordo com o valor da expressão $V_n = 750 \times 1{,}05^{n-1}$

Do 7.° ao 24.° mês o vencimento mensal é igual ao do 6.° mês.

No 6.° mês recebe: $750\ € \times 1{,}05^5 \approx 957{,}21$ €

No 1.° semestre recebe $5101{,}44$ €

Mês	1.°	2.°	3.°	4.°	5.°	6.°	Total
Vencimento (€)	750	787,50	826,88	868,22	911,63	957,21	**5101,44**

Nos 3 semestres seguintes recebe $957{,}21\ € \times 18 = 17\ 229{,}78$ €.

Nos dois anos recebe $22331{,}22$ €.

No final do 1.° semestre seria mais vantajosa a opção B, no entanto, no fim da duração do contrato (2 anos) a opção mais vantajosa é a A.

3. **Modalidade A:**

$P_k = \dfrac{C}{4}\left(1+(5-k)i\right)$

$C = 320$ €; $k = \dfrac{360}{60} = 6$; $i = \dfrac{0{,}03\times 60}{360} = 0{,}005$

Valor a pagar por cada prestação:

$P_6 = \dfrac{320}{4}\left(1+(5-6)\times 0{,}005\right) = 79{,}60€$

Valor total a pagar: $79{,}60\ € \times 6 = 477{,}60$ €.

Modalidade B:

Pagamento inicial: 80 €

Taxa de juro: 48%

Restante: $(320\ € - 80\ €)\times 1{,}48 = 355{,}20$ €

Valor total a pagar: $80\ € + 355{,}20\ € = 435{,}20$ €.

Logo, deve optar pela modalidade B.

4. **Promoção A:**

20% de desconto se comprar os bilhetes na *internet*.

Adultos (≤ 60): $6\ € \times 4 = 24$ €

Crianças: $2{,}50\ € \times 5 = 12{,}50$ €

Infantil: Gratuito

Total a pagar: $(24 + 12{,}50)\ € \times 0{,}8 = 29{,}20$ €

Promoção B:

O grupo do Matias está abrangido pelas condições da promoção B.

Adultos (≤ 60): $5\ € \times 4 = 20$ €

Crianças: $2\ € \times 5 = 10$ €

Infantil: Gratuito

Total a pagar: $20\ € + 10\ € = 30$ €

A promoção mais vantajosa para o Matias é a promoção A.

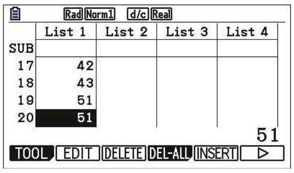
5.1. Número total de prendas: 20

Número de prendas com um custo igual ou superior a 20 €: 15

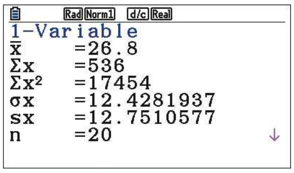
$\dfrac{15}{20}\times 100 = 75\%$

Opção correta: **(D)**

5.2. No menu estatístico da calculadora gráfica, inserimos os valores de cada uma das 20 prendas na lista 1.

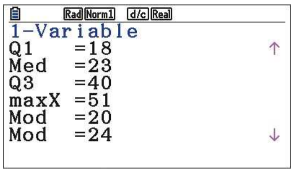


Obtendo-se:



$\bar{x} = 26{,}8$; $\sigma \approx 12{,}43$

5.3.



Resposta certa: I – a); II – b) e III – a)

6.1.

Marca da classe	Frequência relativa (%)
$\dfrac{800+700}{2} = 750$	10
850	15
950	$50-25=25$
1050	30
1150	$100-80=20$

6.2. **a)** Preço médio $\approx$

$\approx \dfrac{10\times 750 + 15\times 850 + 25\times 950 + 30\times 1050 + 20\times 1150}{100} = 985$ €

Sim, pois o valor médio dos preços é aproximadamente 985 €, está próximo de 980 €.

b) A classe modal é $[1000\ ,\ 1100[$, logo não pertence.

6.3. O terceiro quartil encontra-se na classe $[1000\ ,\ 1100[$, pois é a classe que contém a frequência relativa acumulada igual a 75%.

Opção correta: **(C)**

7. Para determinar a média temos de obter primeiro a marca de cada classe.

Depois inserimos os valores da marca da classe na lista 1 e o número de alunos correspondente

Marca da classe (min)	N.° de alunos
$\dfrac{0+30}{2} = 15$	6
45	12

75	20
105	12
135	10
Total	**60**

$$\bar{x} \approx \frac{6\times15+12\times45+20\times75+12\times105+10\times135}{60} = \frac{4740}{60} = 79 \text{ min}$$

$79 \text{ min} = 60 \text{ min} + 19 \text{ min} = 1\text{h}19\text{ m}$

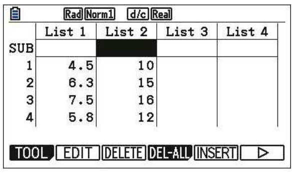
Opção correta: **(B)**

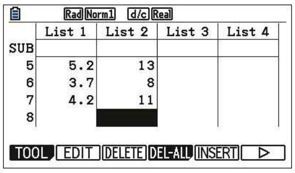
7.2. **a)** Procurando a abcissa do ponto da função cumulativa cuja ordenada é 30, obtém-se aproximadamente 78 minutos.

b) Procurando a ordenada do ponto da função cumulativa cuja abcissa é 99, obtém-se aproximadamente 42 alunos.

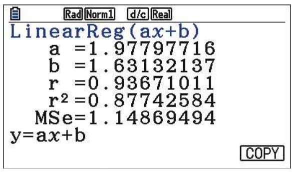
Pág. 235

8.1. No menu estatístico da calculadora gráfica, inserimos os valores de x na lista 1 e os valores de y correspondentes na lista 2.





Calculando a equação de regressão linear obtém-se:



Assim temos: $a \approx 1{,}978$; $b \approx 1{,}631$ e $r \approx 0{,}937$.

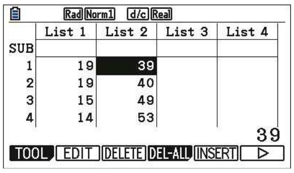
8.2. Como o coeficiente de correlação é positivo e próximo de 1, podemos afirmar que a correlação é positiva forte.
Opção correta: **(D)**

8.3. Queremos o valor de y quando $x = 8$.

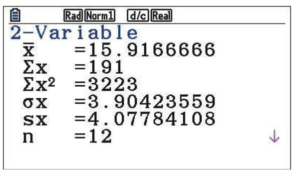
$y \approx 1{,}978 \times 8 + 1{,}631 \approx 17{,}5$

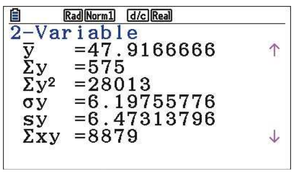
Estima-se que gaste cerca de $17{,}5$ minutos.

9.1. No menu estatístico da calculadora gráfica, inserimos os valores da temperatura (x) na lista 1 e os valores da latitude (y) correspondentes na lista 2.



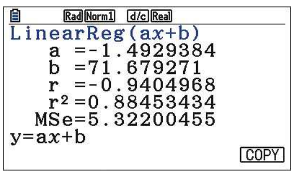
Calculam-se as estatísticas para as 2 variáveis.





Assim temos: $\bar{x} \approx 16$°C e $s \approx 4$°C ; $\bar{y} \approx 48°$ e $s \approx 6°$

9.2. Calculando o modelo de regressão linear obtém-se:



Como $r \approx -0{,}94$

Podemos afirmar que existe uma correlação linear negativa forte entre ambas as variáveis.