Soluções

Ficha 1

Métodos maioritários

1.

1.1. $1480+710+894=3084$ participantes

1.2. Moção A: $\frac{1480}{3084}\times 100\approx 47{,}99\%$

Moção B: $\frac{710}{3084}\times 100\approx 23{,}02\%$

Moção C: $\frac{894}{3084}\times 100\approx 28{,}99\%$

1.3. Vencedora: moção A (pois obteve mais votos do que as moções B e C)
Tipo de maioria: maioria simples (maioria relativa)

2.

2.1.

Candidato	N.º de votos	Percentagem de votos
Afonso	12	40%
Ana	7	23,33%
Hélder	1	3,33%
Flávio	10	33,33%
Total	30	99,99%

2.2. Sim, o Afonso pode ser declarado vencedor pelo sistema maioritário de uma volta pois alcançou uma maioria relativa.

2.3. De acordo com os dados disponíveis, não se pode declarar um vencedor pela aplicação desse sistema. Seria necessária uma segunda volta apenas com os dois candidatos mais votados (Afonso e Flávio). Nesta fase, os alunos da turma apenas votariam num desses dois candidatos e venceria quem obtivesse mais votos.

2.4. Tem de obter mais de 50% dos votos.

3.

3.1. Votos validamente expressos:
$108+18+104+115=345$

W: $\frac{108}{345}\times 100\approx 31{,}3\%$

X: $\frac{18}{345}\times 100\approx 5{,}2\%$

Y: $\frac{104}{345}\times 100\approx 30{,}1\%$

Z: $\frac{115}{345}\times 100\approx 33{,}3\%$

Candidatos que passam à segunda ronda: W, Y e Z.

3.2. Não, pois, por exemplo, na segunda ronda nada nos garante que os $5{,}2\%$ que votaram no candidato X não votem, por exemplo, no Y, tornando-o vencedor.

Ficha 2

Método de Borda

1. Alcinda (com 330 pontos)

2.

2.1. Luís (com 284 pontos)

2.2. João (com, aproximadamente, $36{,}6\%$ dos votos em primeira preferência)

3. A Inês indicou na 1.ª preferência a pousada A, na 2.ª a pousada B e na 3.ª a pousada C.
Pontuação de cada pousada antes da contabilização do voto da Inês:
$A-25$; $B-29$; $C-27$
Pontuação de cada pousada após a contabilização do voto da Inês:
$A-30$; $B-32$; $C-28$

Ficha 3

Método da pluralidade. Métodos de eliminação *run-off*

1.

1.1. O vencedor é o candidato P com, aproximadamente, $40{,}4\%$ dos votos em primeira preferência.

1.2. Candidato O.

1.3. Se P desistir, o novo vencedor é o candidato K, com $21+11=32$ votos em primeira preferência.

2.

2.1.

Preferências	Número de votos					
	2	3	8	7	2	8
1.ª	Bacalhau com natas	Lasanha	Frango assado	Bacalhau com natas	Frango assado	Francesinha
2.ª	Lasanha	Francesinha	Bacalhau com natas	Francesinha	Lasanha	Bacalhau com natas
3.ª	Francesinha	Bacalhau com natas	Lasanha	Lasanha	Bacalhau com natas	Frango assado
4.ª	Frango assado	Frango assado	Francesinha	Frango assado	Francesinha	Lasanha

2.2. Vencedor: Frango assado, com 10 votos em primeira preferência.

2.3. Candidatos eliminados (com menos votos como primeira preferência): Lasanha e Francesinha
Vencedor: Bacalhau com natas

2.4. Candidato eliminado (com menos votos como primeira preferência): Lasanha
Após nova contagem é eliminado o candidato Bacalhau com natas.
Vencedor: Francesinha

2.5. Três métodos diferentes produzem três vencedores diferentes.

3.

3.1. a) Candidato D.
b) Candidato A.
c) Candidato A.

3.2. Não obteve maioria absoluta pois não alcançou mais de 50% dos votos (apenas $34{,}8\%$, aproximadamente).

Ficha 4

Método de Condorcet

1. Candidato escolhido: Sérgio
(J: 1 vitória; A: nenhuma vitória; S: 2 vitórias)

2.

2.1.

1.º	A	A	B	B	C	C
2.º	B	C	A	C	A	B
3.º	C	B	C	A	B	A
Votos	5	3	4	5	2	2

2.2. Bruno (com 46 pontos)

2.3. Bruno (com 2 vitórias)

2.4. O trabalho do Bruno, pois vence pela aplicação dos dois métodos das alíneas anteriores (Borda e Condorcet) e ainda pelo método da pluralidade, caso fosse aplicado.

3.

3.1. $6+7+4+9+2=28$ alunos

3.2. Diana (com $6+7=13$ últimas preferências).

3.3. Diana, com maioria simples (relativa).

3.4. Carlos (com 101 pontos).

3.5. Elsa

3.6. Sim, a Elsa é um Vencedor de Condorcet pois vence todos os "confrontos".

Revisão geral 1

1.

1.1. **(D)**

1.2. 1.º – inflação (1416 pontos); 2.º – habitação (1256 pontos); 3.º – clima (1168 pontos)
Palavra vencedora: inflação

2.

2.1. Candidato A, com 70 primeiras preferências (aproximadamente $38{,}89\%$).

2.2. Presidente: candidato A;
Vice-Presidente: candidato B

2.3. Presidente: candidato B;
Vice-Presidente: candidato C

2.4. **(C)**

2.5. Presidente: candidato D;
Vice-Presidente: candidato C

2.6. a) **(D)**
b) **(B)**

Ficha 5

Método de aprovação

1.

1.1. $2\times30+40+2\times22+3\times65+38=377$ aprovações

1.2. Olhão: $30+22+65=117$; Lagos: $22+65+38=125$;
Tavira: $30+40+65=135$
Vencedora: Tavira

1.3. **(D)**

2. Bolo escolhido: folhado (com 32 aprovações)

3.

3.1. O Mateus.

3.2. Número de votantes: $0{,}80\times750=600$
Lívia: 150; Mateus: 270; Isabel: 240

3.3. Total de aprovações:
$150+270+240=660$.
Este valor é superior ao número de votantes (600) pois cada um dos associados pode votar em mais do que um candidato (pode até votar nos três).

4.

4.1. 302 aprovações

4.2. Eduarda, com aproximadamente 29% das aprovações e 73% dos votos.

4.3. Não, os resultados dos outros alunos não se alteraram. Se acrescentarmos ou retirarmos candidatos, a "pontuação" total dos restantes candidatos não é alterada.

Ficha 6

Método de Hondt. Método de Sainte-Laguë

1. Número de vereadores (método de Sainte-Laguë):
PPD/PSD; CDS-PP: 5; PS: 1; MIL: 1; PCP-PEV: 0

2.

2.1. Hondt: A: 0; B: 5; C: 3; D: 2;
Sainte-Laguë: A: 1; B: 4; C: 3; D: 2

2.2. Hondt: A: 0; B: 4; $C+D$: 6;
Sainte-Laguë: A: 1; B: 4; $C+D$: 5
Pela aplicação do método de Sainte-Laguë não compensa a formação da coligação.
Se for aplicado o método de Hondt já é vantajosa a formação da coligação, pois a lista B perde um mandato para a coligação $C+D$.

2.3. Hondt: A: 0; B: 6; C: 5; D: 3; Sainte-Laguë: A: 1; B: 6; C: 4; D: 3
Pelo método de Hondt a lista mais beneficiada com o aumento do número de mandatos é a C, enquanto pelo método de Sainte-Laguë é a B. A lista A é a única que não beneficia com o aumento do número de mandatos.

3.

3.1. PS: 3 mandatos; PPD/PSD; CDS-PP: 6 mandatos; PCP-PEV/BE/NC: 2 mandatos
Este método beneficiou a coligação PCP-PEV/BE/NC, pois esta conseguiu dois mandatos. O partido mais votado perdeu um. Assim, o comentador tinha razão.

3.2. PS: 3 mandatos; PPD-PSD/CDS-PP: 6 mandatos; PCP-PEV: 1 mandato; BE: 1 mandato; NC: 0 mandatos
Este método beneficiou um dos partidos menos votados (o BE), pois este conseguiu um mandato. O partido mais votado perdeu um mandato. Assim, o militante tinha razão.

Ficha 7

Método de Hamilton

1.

1.1. X : 4 especialistas; Y : nenhum especialista; Z : 2 especialistas

1.2. X : 3 especialistas; Y : 1 especialista; Z : 2 especialistas

2. W : 12 operacionais; X : 11 operacionais; Y : 10 operacionais; Z : 7 operacionais

3.

3.1. Divisor-padrão: 241 ; significa que cada um dos oito lugares/mandatos representa 241 eleitores.

3.2. Robalos: 1 mandato; Marmotas: 3 mandatos; Trutas: 1 mandato; Sardinhas: 3 mandatos

3.3. Robalos: 1 mandato; Marmotas: 3 mandatos; Trutas: 1 mandato; Sardinhas: 2 mandatos; Fanecas: 1 mandato
A Associação Sardinhas perde um mandato com a introdução da Associação Fanecas (Paradoxo do Novo Estado).

4.

4.1.

Regiões	Número de praticantes (P)	Quota-padrão (P : DP)	Quota inferior (QI)	Parte decimal
Minho	561	12,715	12	0,715
Beiras	345	7,820	7	0,820
Alentejo	120	2,720	2	0,720
Ribatejo	870	19,719	19	0,719
Algarve	310	7,026	7	0,026

2206	**Número total de praticantes (TP)**
50	**Representantes a distribuir (R)**
44,12	**Divisor-padrão (DP = TP : R)**

4.2. Minho: 12 ; Beiras: 8 ; Alentejo: 3 ; Ribatejo: 20 ; Algarve: 7

Ficha 8

Método de Jefferson. Método de Adams

1.

1.1. Norte: 23 representantes; Centro: 17 representantes; Sul: 7 representantes; Regiões Autónomas: 3 representantes

1.2. Norte: 21 representantes; Centro: 17 representantes; Sul: 8 representantes; Regiões Autónomas: 4 representantes

2.

2.1. Uma mera distribuição proporcional produz resultados não inteiros, o que não conduz a uma distribuição exata dos lugares (que têm de ser necessariamente inteiros).

2.2. Divisor-padrão: 114,7250 . Significa que cada um dos 40 lugares na direção representa aproximadamente 115 000 habitantes dos países que pertencem à organização.

2.3. Alfa: 6,6657 ; Beta: 15,8640 ; Delta: 9,7625 ; Ómega: 8,7078

2.4.
a) Alfa: 5 ; Beta: 16 ; Delta: 10 ; Ómega: 9
b) Alfa: 5 ; Beta: 16 ; Delta: 10 ; Ómega: 9

2.5. Através do método de Jefferson não há influência, pois cada um dos países mantém o número de lugares que já tinha. Já no que diz respeito ao método de Hamilton, verifica-se que Ómega perde um lugar para Alfa. Estamos na presença de um dos paradoxos do método de Hamilton, mais concretamente o Paradoxo do Novo Estado.

3.

3.1. Divisor-padrão: 4,02 . Significa que cada um dos 52 painéis *led* é atribuído a aproximadamente quatro lugares.

3.2. Madeira: 8 ; Fogo: 6 ; Terra: 12 ; Metal: 10 ; Água: 16

Ficha 9

Método de Webster. Método de Hill-Huntington

1. Aeróbica: 4 representantes; Musculação/manutenção: 6 representantes; *Cycling*: 2 representantes; Hidroginástica: 2 representantes; *Body Pump*: 2 representantes

2.

2.1. **(C)**

2.2. Matemática: 5 trabalhos; Biologia: 3 trabalhos; Química: 4 trabalhos; Física: 3 trabalhos

3. ES de Cimo de Vila: 17 livros; EB 2,3 da Liberdade: 6 livros; ES de Algures: 7 livros; ES de Nenhures: 10 livros

4.

4.1.

Lista	Quota--padrão	Quota inferior L	Quota superior $L+1$	$\sqrt{L \times (L+1)}$	Quota arredondada
A	12,53	12	13	12,49	13
B	13,90	13	14	13,49	14
C	7,06	7	8	7,48	7
D	2,51	2	3	2,45	3

4.2. O número de lugares atribuídos $(13+14+7+3=37)$ excede o número de lugares existente na assembleia (36).

4.3. Lista A: 12 lugares, Lista B: 14 lugares, Lista C: 7 lugares e Lista D: 3 lugares

Revisão geral 2

1.

1.2. BE: 1; CDS-PP: 3; MPT: 0; PH: 0; PCP-PEV: 3; MRPP: 0; POUS: 0; PPD/PSD: 12; PPM: 0; PS: 18; PSN: 0
O método de Hamilton não produz a mesma distribuição de mandatos.

1.3. De facto, verifica-se que, neste caso, o método de Hondt "não protege" os partidos mais pequenos (menos votados). O método de Hamilton, comparativamente com o método de Hondt, faz com que cada um dos dois maiores partidos percam um mandato a favor de dois partidos menos votados.

1.4. BE: 1; CDS-PP: 3; MPT: 0; PH: 0; PCP-PEV: 2; MRPP: 0; POUS: 0; PPD/PSD: 13; PPM: 0; PS: 18; PSN: 0

1.5. O aumento do número total de mandatos faz com que o PCP-PEV perca um mandato (passa de 3 para 2). Estamos na presença do chamado Paradoxo de Alabama (um aumento do número total de lugares a distribuir pode levar a que uma lista perca um lugar).

2.

2.1. **(A)**

2.2. Pré-Escolar: 6; 1.º ciclo: 12; Ciências Sociais e Humanas: 19; Expressões: 2; Línguas: 9; Matemática e Ciências Experimentais: 17

3.

3.1. A: 4; B: 6; C: 7; D: 2; E: 9

3.2. No caso dos resultados serem arredondados às unidades, o diretor tem razão pois a distribuição seria igual.

Ficha 10

Método do ajuste na partilha I

1. A Zulmira fica com 30% do peluche (do tempo de utilização, por exemplo) e com a capa.
O Xavier fica com 70% do peluche e com a carteira.

2. O Francisco fica com, aproximadamente, 69% do perfume e com o relógio.
O Afonso fica com, aproximadamente, 31% do perfume, com o comando e com a mochila.

3. O Bruno fica com o CF24 e cerca de $92{,}3\%$ do CRAFTMINER (tempo de utilização, por exemplo).
O Filipe fica com o DUTYCALL, o NITEFORT e cerca de $7{,}7\%$ do CRAFTMINER.

4. O Nunes fica com o relógio, o contrato e cerca de $17{,}9\%$ das férias e o Smolnov fica com o automóvel e com cerca de $82{,}1\%$ das férias.

Ficha 11

Método do ajuste na partilha II

1. A Maria fica com o guarda-joias e com, aproximadamente, 78% do candeeiro.
O Manuel fica com o quadro, a escrivaninha, a escultura e com, aproximadamente, 22% do candeeiro.

2. O Diogo verá as suas exigências satisfeitas quanto à limpeza da sala e à limpeza da cozinha.
O Matias verá as suas exigências satisfeitas quanto à televisão, à *internet* e às visitas.

3. O Filipe fica com o jogo de tabuleiro, as raquetes e aproximadamente $45{,}45\%$ do videojogo (totalizando cerca de $58{,}6$ pontos).
A Mónica fica com o baralho de cartas, a bola de voleibol e aproximadamente $54{,}55\%$ do videojogo (totalizando cerca de $58{,}6$ pontos).

4. A Joana fica com o *drone*, o *smartphone* e cerca de $35{,}7\%$ das férias (por exemplo, quatro dias e meio) e a Leonor fica com a bicicleta e cerca de $64{,}3\%$ das férias (por exemplo, dois dias e meio).

Ficha 12

Método das licitações secretas I

1.

1.1. Valor da herança – António: $300\,000$ €; Renata: $300\,000$ €; Sara: $270\,000$ €
Valor justo – António: $100\,000$ €; Renata: $100\,000$ €; Sara: $90\,000$ €

1.2. António: ficou com o terreno e recebeu $6666{,}67$ € em dinheiro;
Renata: ficou com o apartamento e teve de dar $103\,333{,}33$ € em dinheiro;

Sara: recebeu $96\,666{,}67$ € em dinheiro.
Nenhum dos herdeiros pode reclamar porque todos receberam mais do que a parte que consideravam justa.

2. A: recebe $45\,060$ € em dinheiro; B: recebe $29\,810$ € em dinheiro e fica com o automóvel; C: paga 4250 €, recebe 5060 € em dinheiro (na prática recebe 810 €) e fica com o terreno; D: paga $30\,750$ €, recebe 5060 € em dinheiro (na prática paga $25\,690$ €) e fica com o apartamento.

3. Museu do Amílcar: fica com a pintura de Rembrandt e recebe $53{,}75$ € em dinheiro.
Museu do Constantino: fica com as pinturas de Van Gogh, Picasso e Salvador Dalí, recebe $21{,}25$ € e paga 75 € em dinheiro (ou seja, na prática tem de despender $53{,}75$ €).

Ficha 13

Método das licitações secretas II

1. Nenhum dos jovens terá direito a reclamar porque o valor total recebido por cada um deles é, em todos os casos, superior à sua avaliação total do prémio:
Manuel: recebeu o televisor (avaliado por 800 €) e pagou $99{,}20$ €, recebendo um valor total de $700{,}80$ €, sendo a sua proporção justa de 608 €.
José: recebeu a consola de jogos (avaliada por 700 €) e pagou $174{,}40$ €, recebendo um valor total de $525{,}60$ €, sendo a sua proporção justa de 456 €.
Paulo: recebeu a máquina fotográfica (avaliada por 180 €) e mais $273{,}60$ €, recebendo um valor total de $453{,}60$ €, sendo a sua proporção justa de 384 €.

2. Constança: fica com as joias e recebe $142\,666{,}67$ € em dinheiro.
Tiago: fica com a casa e paga $5666{,}67$ €.
Vasco: fica com o automóvel e o apartamento e recebe $63\,000$ € em dinheiro.

3.

3.1. **(B)**

3.2. A *startup* A deve pagar $140{,}33$ € pelo espaço E_3, a *startup* B deve pagar $184{,}33$ € pelo espaço E_1 e a *startup* C deve pagar $175{,}33$ € pelo espaço E_2.

Ficha 14

Método dos marcadores

1. Abel: fica com os DVD números 1 e 2; Bianca: fica com os DVD números $4, 5, 6, 7, 8$ e 9;
Diogo: fica com os DVD números $11, 12, 13$ e 14;
Cátia: fica com o DVD número 16.
Sobram os DVD números $3, 10$ e 15, que poderão ser distribuídos por sorteio.

2. Amigo A: boneco 1; Amigo B: boneco 10; Amigo C: boneco 7; Amigo D: bonecos $3, 4$ e 5.
Sobram os bonecos $2, 6, 8$ e 9, que podem ser atribuídos a cada um dos amigos através de um sorteio.

3. Bárbara: fica com os artigos números 1 e 2; Ana: fica com os artigos números $4, 5, 6$ e 7; Cátia: fica com os artigos números $10, 11$ e 12.
Sobram os artigos números $3, 8$ e 9, que poderão ser distribuídos por sorteio.

4. A: $10, 11, 12, 13, 14$ e 15; B: $17, 18, 19$ e 20; C: $5, 6, 7$ e 8; D: $1, 2$ e 3; Sobram: $4, 9$ e 16

Revisão geral 1

1.

1.1. **(B)**

1.2. Matias: fica com a obra de Adriana Molder ($62\,000$ €), paga 3300 € e recebe 8220 € (saldo de 4890 €). Recebe, no total, $66\,890$ € (quando considerava justo receber apenas $58\,670$ €).
Constança: fica com a obra de Santiago Ribeiro ($38\,000$ €) e recebe $18\,000\text{ €} + 8220\text{ €} = 26\,220\text{ €}$.
Recebe, no total, $64\,220$ € (quando considerava justo receber apenas $56\,000$ €).
Diogo: fica com as obras de Joana Vasconcelos e de Fernanda Fragateiro ($74\,000\text{ €} + 18\,000\text{ €} = 92\,000\text{ €}$), paga $39\,330$ € e recebe 8220 € (saldo negativo de $31\,110$ €). Recebe, no total, $60\,890$ € (quando considerava justo receber apenas $52\,670$ €).

2. Abílio: fica com a casa e tem de pagar $24\,625$ €;
Afonso: fica com o iate e tem de receber $154\,125$ €;
Alfredo: fica com o apartamento e tem de receber $80\,875$ €; Arnaldo: fica com o monte alentejano e tem de pagar $210\,375$ €.

3. O tempo de utilização do corta-relva destinado ao Diogo é, aproximadamente, $365 \times 0{,}4 = 146$ dias.
Desta forma, no ano em causa, o Diogo já não poderá utilizar novamente o corta-relva.

4. Rui: miniaturas 1 e 2; Manuel: miniaturas $5, 6$ e 7;
João: miniaturas $9, 10$ e 11;
Ivo: miniaturas 13 e 14.
Sobram as miniaturas $3, 4, 8$ e 12 (faz-se um sorteio e atribui-se uma das quatro miniaturas que sobram a cada um dos quatro irmãos).

Ficha 15

Método do divisor-selecionador. Método do divisor único

1.

1.1. Metade com mais atum: aproximadamente $33{,}3\%$ do valor total da quiche.
Metade com mais frango: aproximadamente $66{,}7\%$ do valor total da quiche.

1.2. O Ivo escolhe a parte com mais frango (que, para ele, vale aproximadamente $66{,}7\%$ do valor total da quiche) e a Mariana fica com a parte com mais atum (que, para ela, vale 50% do valor total da quiche).

1.3. Se o Ivo fosse o divisor, cortaria a quiche de uma das três formas que se seguem:
- metade atum e metade frango – corte na "vertical";
- a parte toda de atum mais uma fatia de frango com 60°;
- uma fatia de frango com 96° e uma fatia de atum com 72°.

2.

2.1. A Liliana fica com P_3, a Manuela com P_2 e a Cristina com P_1.

2.2. Liliana: P_2; Manuela: P_1; Cristina: P_3

2.3. **(C)**

3.

3.1. Não, pois quando procede à divisão fá-lo de forma a gerar três partes com o mesmo valor $\left(\frac{1}{3}\text{ do total}\right)$, logo ficará satisfeito com qualquer uma dessas partes.

3.2. **a)** F_3
b) A: fatia F_2; B: fatia F_1
c) Não, pois cada um deles fica com uma fatia que considera valer, pelo menos, $\frac{1}{3}$ do valor total do bolo.

4. Ana: T_2; Bento: T_1; Margarida: T_3

Ficha 16

Método do selecionador único. Método do último a diminuir

1.

1.1. Por exemplo: participante A: B_1 e C_2; participante B: B_2 e B_3; participante C: C_1 e C_3.

1.2. Por exemplo: participante A: B_3 e C_1; participante B: B_1 e B_2; participante C: C_2 e C_3.

2.

2.1. Alda **2.2.** Bruna **2.3.** Diana

2.4. Bruna **2.5.** Bruna

2.6. Carina e Elsa. Dividem a piza usando o método do divisor-selecionador (tu cortas, eu escolho).

3.

3.1. Sócio C **3.2.** Sócio A

3.3. Sócio B **3.4.** Sócio A

3.5. 3.ª ronda: o sócio A fica com a parcela;
4.ª ronda: o sócio D fica com a parcela;
5.ª ronda: os sócios E e F aplicam o método do divisor-selecionador para dividir a parte do terreno que sobra.

4.

4.1. Almeida **4.2.** Damas

4.3. Barros **4.4.** Esteves

4.5. No final da 4.ª volta estão em "jogo" o Barros e o Cardoso. Como não há indicação se alguém diminuiu ou não, nada se pode concluir.

Ficha 17

Método da faca deslizante. Método de Selfridge-Conway

1.

1.1.

Valor da metade	Helena	Sofia	Noel
Cogumelos	7	14,70	10,50
Presunto	14	6,30	10,50

1.2. **(C)**

1.3. 90° (para a Helena, essa fatia vale $\frac{90^\circ}{180^\circ}\times 14\text{ €} = 7\text{ €}$)

1.4. **(B)**

2.

2.1. André: P_1: 5 €, P_6: 5 €; Bernardo: P_1: 7,5 €, P_6: 3,75 €; Caio: P_1: 3 €, P_6: 7 €

2.2. O primeiro a dizer STOP é o Bernardo (fica com P_1 e P_2) e o segundo é o André (fica com P_3 e P_4).
O Caio fica com as partes restantes (P_5 e P_6).
André: $P_3 + P_4$ $(5 + 5 = 10\text{ €})$;
Bernardo: $P_1 + P_2$ $(7{,}5 + 7{,}5 = 15\text{ €})$;
Caio: $P_5 + P_6$ $(7 + 7 = 14\text{ €})$

3. Martim: B_1; Lara: B_2 e Fábio: B_3

Revisão geral 2

1.

1.1. José: B_4; Dalila: B_5; Susana: B_1; Martim: B_3; Bruno: B_2

1.2. **a)** Primeira parte: Susana; segunda parte: Martim; terceira parte: Bruno
b) **(B)**
c) Utilizam o método do divisor-selecionador.
d) I, II e IV: falsas; III: verdadeira

2.

2.1. Não, pois ambas as fatias representam mais de um terço de cada metade do queijo.

2.2. **a)** Clara: A_1; Iva: A_2; André: A_3
b) Fica com A_1 aquela que lhe tiver atribuído maior valor. Em caso de empate, o André fica com A_2 ou A_3 (para ele é indiferente), juntam-se as partes A_1 e A_2 (ou A_3, dependendo da parte que ficou para o divisor) e, entre a Clara e a Iva, aplica-se o método do divisor--selecionador (uma divide e a outra escolhe).

2.3. O 1.º passo já está feito, o André divide e a ordem para escolher é primeira a Clara e depois a Iva. O André divide o queijo em três partes: A_1, A_2 e A_3. A Clara escolhe a parte A_1, a Iva escolhe a parte A_3 e o André fica com a A_2, por exemplo.

2.4. Nos métodos das alíneas **2.1.** e **2.2.** não há desperdício do queijo, contrariamente ao que acontece no método da alínea **2.3.**. O método desta última alínea é livre de inveja, pois cada pessoa pensa ter escolhido a fatia mais justa. Os métodos das outras alíneas podem não ser livres de inveja. No método do selecionador único, aquele que escolhe pode considerar que as duas partes que escolheu representam mais de um terço do queijo, logo, um dos outros (ou ambos) ficam com menos de um terço do queijo. No método do divisor único, aquele que divide considera uma fatia igual a, aproximadamente, um terço, mas se outra pessoa considerar uma das fatias maior que um terço do queijo, o que resta será considerado menos de um terço.

3. *Skater* A : Zona 3 ; *Skater* B : Zona 2 ; *Skater* C : Zona 1

Ficha 18

Impostos

1.

1.1. $281\ € \times 1{,}23 = 345{,}63\ €$
O preço, com IVA, é $345{,}63\ €$.

1.2. Funchal: $281\ € \times 1{,}22 = 342{,}82\ €$
Ponta Delgada: $281\ € \times 1{,}16 = 325{,}96\ €$
Diferença: $342{,}82\ € - 325{,}96\ € = 16{,}86\ €$
A diferença do preço com IVA é $16{,}86\ €$.

2. (C)

3. (D)

4. (A)

5. $116{,}48\ € + 5{,}02\ € = 121{,}50\ €$
O João pagaria $121{,}50\ €$.

6. $118\,000\ € \times 0{,}003 = 354\ €$
O casal pagou $354\ €$ de IMI.

7.

7.1. $Vt = 615 \times 215 \times 1 \times 1{,}3 \times 1{,}3 \times 0{,}8 = 178\,768{,}20\ €$
O valor tributário do apartamento que o Mário comprou é $178\,770\ €$.

7.2. $178\,770\ € \times 0{,}0035 = 625{,}70\ €$
O Mário pagou $625{,}70\ €$ de IMI.

Ficha 19

Inflação e tarifários

1. (D)

2.

2.1. (B) **2.2.** (D) **2.3.** (A)

3.

3.1. a) (A) b) (D) **3.2.** (C) **3.3.** (A)

Ficha 20

Salários

1.

1.1. a) $\frac{760 \times 12}{52 \times 35} = 5{,}01\ €$

b) $\frac{920 \times 12}{52 \times 35} = 6{,}07\ €$

c) $\frac{1285{,}26 \times 12}{52 \times 35} = 8{,}74\ €$

1.2. $\frac{3 \times 6}{7} = 2{,}57\ €/\text{dia}$

1.3. a) A remuneração mensal base do Max é $920\ €$, portanto o montante de retenção na fonte é dado por Remuneração × Taxa − Parcela a abater, obtemos assim o valor
$920\ € \times 0{,}21 - 0{,}21 \times 1{,}3 \times (1350{,}22 - 920\ €) =$
$= 75{,}749\,94$
Logo, a taxa efetiva mensal de retenção na fonte é $\frac{75{,}749\,94}{920} = 0{,}082\,336\,89 = 8{,}234\%$.

b) $\left(\frac{920}{365}\right) \times (21 + 21 + 23 + 20 + 21) = 267{,}18\ €$

c)

Descrição	Quantidade	Valor unitário	Abonos	Descontos
Vencimento-base Subsídio de alimentação ADSE (3,5%) SS (11%) IRS (8,234%)	21 dias	920,00 € 6,00 €	920,00 € 126,00 €	32,20 € 101,20 € 75,75 €
Total			1046,00 €	209,15 €
Total a receber			836,85 €	

d) O Max tem como salário-base $920\ €$ por mês e um subsídio de refeição diária no valor de $6\ €$.
Num ano o Max teria aproximadamente um rendimento bruto de $920 \times 12 + 6 \times 22 \times 12 = 12\,624\ €$.
Como o rendimento anual é inferior a $20\,370{,}4\ €$, então o Max no primeiro ano fica isento de pagar IRS.
O Max no mês de agosto vai receber
$836{,}85 + 75{,}75 = 912{,}60\ €$.

e1) Por uma hora recebe $6{,}07\ €$.
Como os dias 1 e 8 são feriados acresce ao valor de uma hora 25%, logo cada hora extra tem o valor de $6{,}07\ € + 6{,}07\ € \times 0{,}25 = 7{,}59\ €$.

e2)

Descrição	Quantidade	Valor unitário	Abonos	Descontos
Vencimento-base Subsídio de Natal Subsídio de alimentação Horas extraordinárias (HE) ADSE (3,5%) SS (11%) IRS (0,0%)	23 dias 8 horas	6,00 € 7,59 €	920,00 € 267,18 € 138,00 € 60,72 €	32,20 € 137,27 € 0,00 €
Total de abonos/descontos			1385,90 €	169,47 €
Total a receber			1216,43 €	

Ficha 21

Salários e IRS

1. Sem efetuar o serviço, podemos verificar que os rendimentos do casal são iguais aos do exemplo, assim, o casal pagaria $12\,019{,}72$ € de IRS.

Se a Mónica efetuar o serviço temos:

valor coletável: $55\,392$ € $: 2 = 27\,696$ €

A taxa a aplicar é 37% e a parcela a abater é $4034{,}01$ €.

$27\,696$ € $\times 0{,}37 = 10\,247{,}52$ €.

Subtrair ao valor obtido a parcela a abater:

$10\,247{,}52$ € $- 4034{,}01$ € $= 6213{,}51$ €

A coleta do casal é:

$6213{,}51$ € $\times 2 = 12\,427{,}02$ €

Valor do IRS = coleta – deduções = $12\,427{,}02$ € $- 0$ € $= 12\,427{,}02$ €.

Assim, o Nuno não tem razão, pois apesar de subirem de escalão e pagarem mais de IRS, (vão pagar a mais 407,30 €) têm no entanto lucro, pois dos 1100 € vão receber $692{,}70$ €.

2.

2.1. **(D)**

2.2. Valor coletável: $72\,000$ € $: 2 = 36\,000$ €

Cálculo da coleta do casal:

Taxa a aplicar, 37% e parcela a abater, $4034{,}01$ €.

$36\,000$ € $\times 0{,}37 = 13\,320$ €

Subtrair ao valor obtido a parcela a abater:

$13\,320$ € $- 4034{,}01$ € $= 9285{,}99$ €

A coleta do casal: $9285{,}99$ € $\times 2 = 18\,571{,}98$ €

IRS = coleta – deduções = $18\,571{,}98$ € $- 0$ € $= 18\,571{,}98$ €

Resposta: I – b); II – c) e III – b).

3. No 7.° escalão a taxa a aplicar é $43{,}50\%$ e a parcela a abater é $6620{,}26$ €.

Cálculo do IRS: coleta – deduções = $10\,779{,}74$ € $- 0$ € $= 10\,779{,}74$ €

$10\,779{,}74 + 6620{,}26$ € $= 17\,400$ €

$17\,400$ € corresponde a $43{,}50\%$ do rendimento coletável, logo fazendo a regra de três simples temos:

$x = \dfrac{17\,400 \text{ €} \times 100}{43{,}5} = 40\,000$ €

O rendimento coletável do João era $40\,000$ €.

4. Valor coletável: $25\,000$ €

Cálculo da coleta: a taxa a aplicar é $32{,}75\%$ e a parcela a abater é $2880{,}46$ €.

$25\,000$ € $\times 0{,}3275 = 8187{,}50$ €

$8187{,}50$ € $- 2880{,}46$ € $= 5307{,}04$ €

Cálculo do IRS: coleta – deduções = -879 €

Deduções: $5307{,}04$ € $+ 879$ € $= 6186{,}04$ €

A Luana efetuou $6186{,}04$ € de deduções à coleta.

Ficha 22

Juro simples e juro composto

1.

1.1. $380{,}50 - 80{,}50 = 300$ €

1.2. 3 anos $= 36$ meses
36×300 € $= 10\,800$ €

1.3. $36 \times 380{,}50$ € $= C_3 = 13\,689$ €;
$13\,689 = 10\,800\,(1 + 3i) \Leftrightarrow i \approx 8{,}94\%$

2.

2.1. $10000 : 60 = 166{,}67$; $\dfrac{10\,000 \times 0{,}067}{12} = 55{,}83$;
$166{,}67 + 55{,}83 = 222{,}50$ €

2.2. $222{,}50 \times 60 = 13\,350{,}00$ €

2.3. **(B)**

3.

3.1.

Capital inicial	1000 €	Capital acumulado	Juro a capitalizar
1.° ano	$1000\,(1 + 0{,}003)^1$	1003 €	3 €
2.° ano	$1003\,(1 + 0{,}003)^2$	1009,03 €	9,03 €
3.° ano	$1009{,}03\,(1 + 0{,}003)^3$	1018,14 €	18,14 €
4.° ano	$1018{,}14\,(1 + 0{,}003)^4$	1030,41 €	30,41 €

3.2. $C = 7500$; $i = 0{,}02$; $n = 5$
$C_5 = 7500\,(1 + 0{,}02)^5 \approx 8280{,}61$ €
O capital acumulado ao fim de cinco anos é $8280{,}61$ €.

4. $C_5 = 6000\left(1 + \dfrac{0{,}016}{2}\right)^{5\times 2} \approx 6497{,}65$ €
O capital acumulado ao fim de cinco anos é $6497{,}65$ €.

Ficha 23

Investimentos financeiros e empréstimos

1. $C_{\frac{20}{12}} = 8000\,(1 + 0{,}07)^{\frac{20}{12}} \approx 8954{,}945\,556$
O lucro obtido pelo Luís foi
$(8954{,}95 - 8000{,}00)$ € $= 954{,}95$ €.

2.

2.1.

Semestre	Capital inicial	Taxa de juro	Juro	Capital acumulado
1.°	3000,00 €	4%	120,00 €	3120,00 €
2.°	3120,00 €	4,5%	140,40 €	3260,40 €
3.°	3260,40 €	5%	163,02 €	3423,42 €
4.°	3423,42 €	5,5%	188,29 €	3611,71 €

2.2. O capital acumulado ao fim de um ano foi de $3260{,}40$ €.

2.3. $(3611{,}71 - 3000)$ € $= 611{,}71$ €
O juro total gerado ao fim de dois anos é de $611{,}71$ €.

2.4. $(120+135+150+165)\ € = 570\ €$
O juro gerado em regime de capitalização simples é de $570\ €$.

3.

3.1. $25\,000\left(1+\frac{0{,}02}{2}\right)^{\frac{6}{12}\times 2} = 25\,250\ €$

3.2. $25\,000\left(1+\frac{0{,}02}{2}\right)^{\frac{18}{12}\times 2} = 25\,757{,}53\ €$

4.

Ano	Valor no inicio do ano	Valorização ao longo do ano	Valor no final do ano	Percentagem de valorização relativamente ao valor da compra
1.°	5000 000 €	5%	525 000 €	5%
2.°	525 000 €	20%	630 000 €	26%
3.°	630 000 €	35%	850 500 €	70,10%

5.

5.1. Recebeu $18\,000\ €$.

5.2. O Martinho teve um lucro de $3035\ €$.

Revisão geral 1

1.

1.1. O automóvel do Luís esteve $01\text{ h }20\text{ m}$ estacionado no parque, portanto está no intervalo $]1, 2]$, assim teve de pagar $2{,}15\ €$.
O Luís pagou $2{,}15\ €$.

1.2. O automóvel da Maria esteve 23 h estacionado no parque. Até às 2 h pagou $2{,}15\ €$, depois pagou mais $1\ €$, cada hora adicional, neste caso 21 h.
No total pagou $2{,}15\ € + 21\times 1\ € = 23{,}15\ €$.
A Maria pagou $23{,}15\ €$.

2. **(C)**

3.

3.1. Capital acumulado ao fim de 3 anos:
Com juro simples:
$C_3 = 5000 + 5000\times 0{,}04\times 3 = 5600{,}00\ €$
Com juro composto:
$C_3 = 5000\times(1+0{,}035)^3 = 5543{,}59\ €$
A melhor proposta ao fim de 3 anos é a proposta A.

3.2. Proposta A:
Valor do juro simples: $600{,}00\ €$
Juro líquido: $600 - 600\times 0{,}28 = 432\ €$
Proposta B:
Valor do juro composto: $543{,}59\ €$
Juro líquido: $543{,}59 - 543{,}59\times 0{,}28 = 391{,}38\ €$

3.3. Capital acumulado ao fim de 10 anos:
Com juro simples:
$C_3 = 5000 + 5000\times 0{,}04\times 10 = 7000\ €$
Com juro composto:
$C_3 = 5000\times(1+0{,}035)^{10} \approx 7052{,}99\ €$
A melhor proposta ao fim de 10 anos é a proposta B.

3.4. Significa que a Carolina pretende reforçar a conta, portanto só a proposta A lhe permite entregas adicionais.

Ficha 24

Introdução ao estudo da Estatística

1.

1.1. Conclusões menos seguras.

1.2. Tempo despendido para o estudo estatístico.

2.

2.1. Nem todos os alunos da escola tinham a mesma probabilidade de fazer parte da amostra.

2.2. $\begin{matrix} 45 & — & 420 \\ x & — & 50 \end{matrix}$, $x \approx 5{,}3$
Vão fazer parte da amostra 5 alunos do 8.° ano.

3. **(A)**

4.

4.1. A população é constituída pelos 5000 alunos do instituto politécnico.

4.2. A amostra é constituída pelos 300 alunos selecionados. A dimensão da amostra é 300.

4.3. Cada um dos alunos que constituem a amostra.

4.4. **a)** C, G e I.
b) F e H.
c) B e E.
d) A e D.

5.

5.1. **a)** 74% **b)** 13 alunos

5.2. **a)** Os 1500 alunos da escola.
b) Os 50 alunos selecionados desta escola.
c) Tipo de calçado que usavam naquela dia.
d) Qualitativa nominal.

Ficha 25

Dados qualitativos

1.

1.1. **(B)** **1.2.** **(A)**

2.

2.1. **(D)** **2.2.** **(A)**

3. **(B)**

4.

4.1. $360^\circ : 24 = 15^\circ$. Cada hora corresponde a 15°.

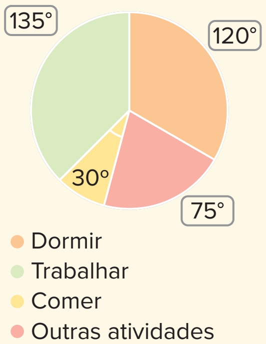
4.2. $\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}\times 360^\circ = 120^\circ$. A amplitude é 120°.

4.3. $30^\circ : 15^\circ = 2$. A Tita despendeu 2 horas para comer.

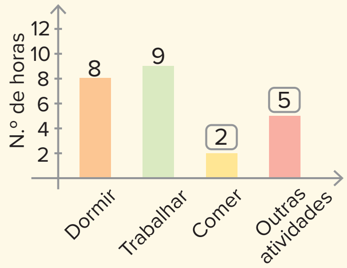
4.4. $360^\circ - 30^\circ - 120^\circ - 135^\circ = 75^\circ$; $75^\circ : 15^\circ = 5$;
$5 : 24 = 0{,}208(3)$
A percentagem de tempo é $20{,}83\%$.

4.5.

Distribuição das 24 horas do dia de ontem pela Tita



Distribuição das 24 horas do dia de ontem pela Tita



5. • Os diagramas circulares a três dimensões dificultam a comparação pois os setores da parte da frente parecem maiores do que são na realidade porque os ângulos aparecem distorcidos.
• Quando se retira uma parte, esta parece menor do que é na realidade.

Ficha 26

Dados quantitativos discretos

1.

1.1. **(A)** **1.2.** **(C)**

2.

2.1. Estão representadas 10 semanas.

2.2. 30%

3.

3.1.

3.2. $\frac{13}{31} = 41,94\%$

4.

4.1.

Número de pioneses	n_i	N_i	f_i	F_i
48	3	3	15%	15%
49	3	6	15%	30%
50	8	14	40%	70%
51	2	16	10%	80%
52	3	19	15%	95%
53	1	20	5%	100%
Total	20		100%	

4.2. A informação é razoável, pois cerca de 40% das caixas têm 50 pioneses e o número de pioneses das outras caixas está próximo de 50.

Ficha 27

Dados quantitativos contínuos

1.

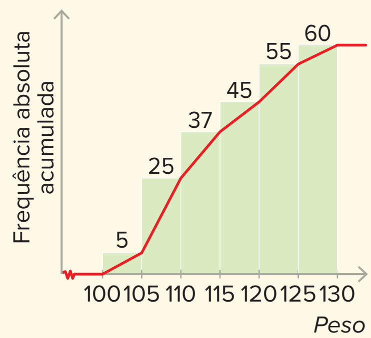
1.1. **(D)** **1.2.** **(C)**

2.

2.1. e **2.2.**

Classes	n_i	N_i
$[100, 105[$	5	5
$[105, 110[$	20	25
$[110, 115[$	12	37
$[115, 120[$	8	45
$[120, 125[$	10	55
$[125, 130[$	5	60
Total	60	

***Peso* das embalagens de frutos desidratados**



3.

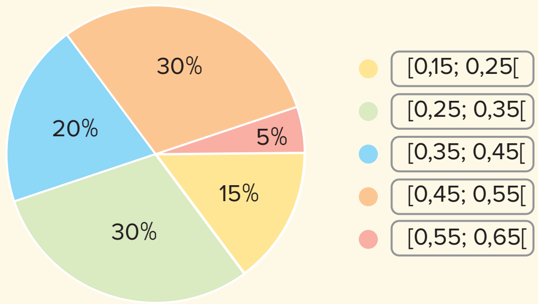
3.1. $2^4 = 16$; $2^5 = 32$
Vamos utilizar 5 classes.

3.2. $67 - 38 = 29$; $29 : 5 = 5,8$
Vamos considerar a amplitude 6.

3.3.

Massa	n_i	N_i	f_i	F_i
$[38, 44[$	5	5	$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$	$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$
$[44, 50[$	9	14	$\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$	$\frac{14}{30} = \frac{7}{15}$
$[50, 56[$	8	22	$\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$	$\frac{22}{30} = \frac{11}{15}$
$[56, 62[$	5	27	$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$	$\frac{27}{30} = \frac{9}{10}$
$[62, 68[$	3	30	$\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$	$\frac{30}{30} = 1$

4. **Tempo, em minutos, que 20 alunos demoraram para responder a uma questão**



Revisão geral 1

1. **(D)**

2.

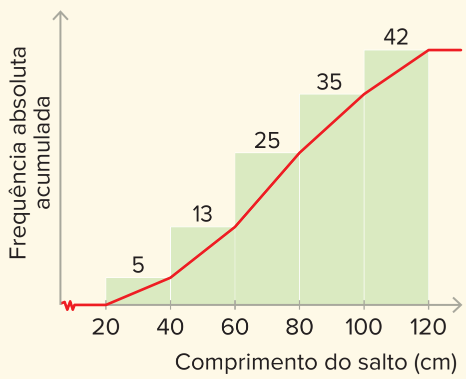
2.1. 9 alunos.

2.2. $\frac{9}{25} \times 100 = 36\%$

2.3. Participaram mais alunos do sexo masculino, 42 .

2.4.

Comprimento, em cm, do salto dos alunos do sexo masculino



3.

3.1. A variável é o número de páginas e é quantitativa discreta.

3.2. 20

3.3. **(C)** **3.4.** **(D)** **3.5.** **(D)** **3.6.** **(C)**

Ficha 28

Medidas de localização

1.

1.1. A variável em estudo é o preço dos computadores vendidos em 2025.

1.2. Os computadores mais vendidos em 2025 têm um custo de 1199,99 € .

1.3. Total de computadores vendidos:

$15 + 20 + 50 + 30 = 115$

$\bar{x} = \frac{15 \times 549{,}99 + 20 \times 799{,}99 + 50 \times 1199{,}99 + 30 \times 1799{,}99}{115} =$

$= 1202{,}16$

O valor médio de vendas no ano 2025 foi 1202,16 € .

2.

Idade	25	26	27	28	29	30
Frequência relativa	20%	30%	10%	15%	15%	10%

Idade média:

$25 \times 0{,}2 + 26 \times 0{,}3 + 27 \times 0{,}1 + 28 \times 0{,}15 + 29 \times 0{,}15 +$
$+ 30 \times 0{,}1 = 27{,}05$

A idade média dos jovens da empresa MAXDez é 27 anos.

3.

3.1.

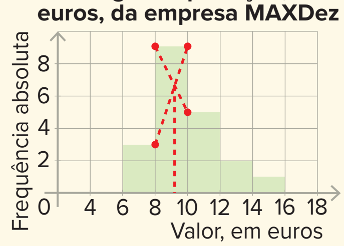
Classes	Marca da classe	n_i	N_i	F_i
[6 , 8[	7	3	3	15%
[8 , 10[	9	9	12	60%
[10 , 12[	11	5	17	85%
[12 , 14[	13	2	19	95%
[14 , 16[	15	1	20	100%

3.2. $\frac{7 \times 3 + 9 \times 9 + 11 \times 5 + 13 \times 2 + 15 \times 1}{20} = 9{,}9$

O ganho médio por ação, para o proximo ano, é de 9,90 € .

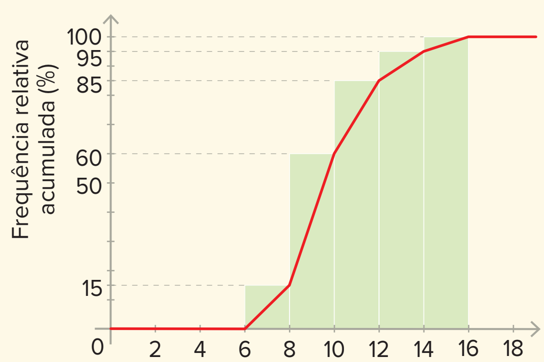
3.3.

Valor ganho por ação, em euros, da empresa MAXDez



3.4. A classe modal é [8 , 10[e um valor aproximado da moda é 9,20 € .

3.5.



3.6. A mediana pertence à classe [8 , 10[de amplitude 2 .

Assim temos: $60 - 15 = 45\%$ e $50 - 15 = 35\%$

$\begin{array}{lcl} 45\% & — & 2 \\ 35\% & — & x \end{array}$, $x = \frac{35 \times 2}{45} \approx 1{,}56$, $8\,€ + 1{,}56\,€ = 9{,}56\,€$

A classe mediana é [8 , 10[e um valor aproximado da mediana é 9,56 € .

Ficha 29

Quartis e percentis. Diagramas de extremos e quartis

1.

1.1. Madeira: máximo: 26; mínimo: 18
Açores: máximo: 26; mínimo: 16
Logo, o diagrama D_1 corresponde à ilha da Madeira pois a temperatura mínima é $18\ ^\circ\text{C}$ e o diagrama D_2 corresponde à ilha dos Açores pois a temperatura mínima é $16\ ^\circ\text{C}$.

1.2. A diferença entre os extremos é menor na ilha da Madeira.
Na Madeira e nos Açores verifica-se igual dispersão entre as temperaturas mínimas e o primeiro quartil.
Nos Açores há uma maior dispersão entre as temperaturas máximas e o terceiro quartil.
Na Madeira e nos Açores, os dados encontram-se mais concentrados abaixo da mediana, verificando-se assim um enviesamento à direita em ambas as distribuições.

2. **(D)**

3. **(C)**

4.

4.1.

2	0				
3	1	3			
4	5	6	7	8	9
5	2	4	6	8	8
6	1	2	5		

3|1 representa 31 mensagens enviadas

4.2.

a) $\dfrac{50\times16}{100}=8$ (inteiro)

$M_e=P_{50}=\dfrac{x_{(8)}+x_{(9)}}{2}=\dfrac{49+52}{2}=50{,}5$

A mediana é $50{,}5$ mensagens enviadas.

b) $\dfrac{25\times16}{100}=4$ (inteiro)

$1.^\circ\ Q=P_{25}=\dfrac{x_{(4)}+x_{(5)}}{2}=\dfrac{45+46}{2}=45{,}5$

O 1.º quartil é $45{,}5$ mensagens enviadas.

c) $\dfrac{75\times16}{100}=12$ (inteiro)

$3.^\circ\ Q=P_{75}=\dfrac{x_{(12)}+x_{(13)}}{2}=\dfrac{58+58}{2}=58$

O 3.º quartil é 58 mensagens enviadas.

4.3. $\dfrac{30\times16}{100}=4{,}8$ (não inteiro)

$P_{30}=x_{(5)}=46$

30% dos alunos enviaram, no máximo, 46 mensagens na semana passada.

5. $P_{30}=14$ e $P_{50}=14$, logo
$P_{30}\leqslant P_{40}\leqslant P_{50}$ e $14\leqslant P_{40}\leqslant 14$, pelo que, $P_{40}=14$.

Ficha 30

Medidas de dispersão

1.

1.1. $\dfrac{14\times6+15\times10+16\times6+p\times2}{24}=48{,}5 \Leftrightarrow p=417$

1.2. Escola da Maria:
$\bar{x}=2{,}125$; $s_x=1{,}589$
Outra escola:
$\bar{y}=2$; $s_y=0{,}834$
De acordo com os resultados obtidos para as duas amostras, podemos afirmar que existe uma maior variabilidade na amostra recolhida pela Maria, pois o desvio-padrão é muito maior do que o desvio-padrão da outra amostra, apesar de as médias serem aproximadamente iguais.

2.

2.1. No agrupamento há $62+32+2+15=111$ alunos no 12.º ano.

2.2. $\bar{x}=\dfrac{15\times16+62\times17+32\times18+2\times19}{111}\approx17{,}2$

$s_x=\sqrt{\dfrac{15\times(16-17{,}2)^2+62\times(17-17{,}2)^2+32\times(18-17{,}2)^2+2\times(19-17{,}2)^2}{110}}$
$\approx 0{,}7$

2.3. Como foi há dois anos, todos os alunos tinham menos dois anos, logo a média das idades no 10.º ano era aproximadamente $17{,}2-2=15{,}2$.
O desvio padrão é o mesmo, ou seja, $s\approx0{,}7$.

3. A média dos novos vencimentos é
$1350+1350\times0{,}05=1417{,}5$ €

4.

4.1. $\dfrac{175\times20+160}{21}=174$
A média das alturas de todos os alunos da turma é 174 cm.

4.2. $\dfrac{175\times20+a}{21}=176 \Leftrightarrow a=196$
A altura do aluno seria 196 cm.

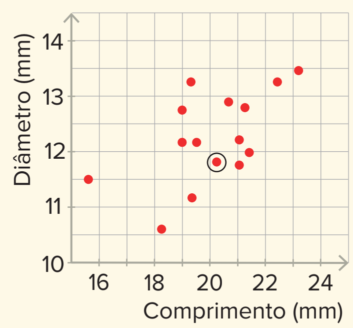
Ficha 31

Dados bivariados

1.

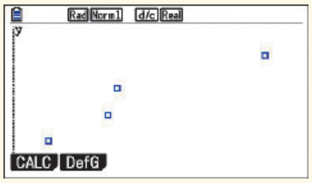
1.1. $[19, 20[$

1.2.

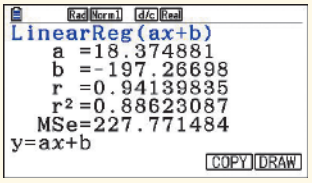


2.

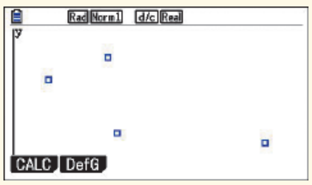
2.1. **a)** No diagrama de dispersão podemos verificar que existe uma correlação positiva, os valores de ambas as variáveis estão a aumentar.



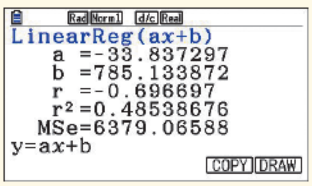
b) O valor do coeficiente de correlação linear está próximo de 1, assim podemos afirmar que a correlação é forte positiva.



2.2. **a)**



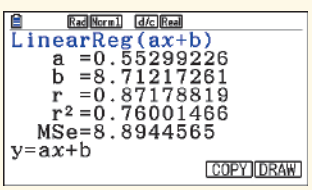
b)



c) No diagrama de dispersão podemos verificar que existe uma correlação negativa, tendencialmente os valores de uma variável aumentam e os da outra diminuem.
O valor do coeficiente de correlação linear está mais próximo de $-0{,}5$ do que de -1, assim podemos afirmar que a correlação é fraca negativa.

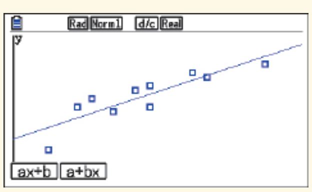
3.

3.1.

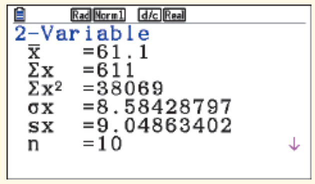


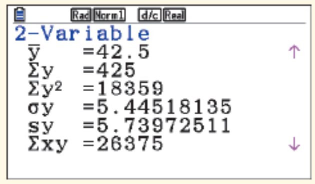
Coeficiente de correlação: $r \approx 0{,}8718$
Equação da reta de regressão: $y \approx 0{,}5530x + 8{,}7122$

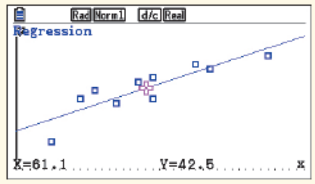
3.2.



34.2.

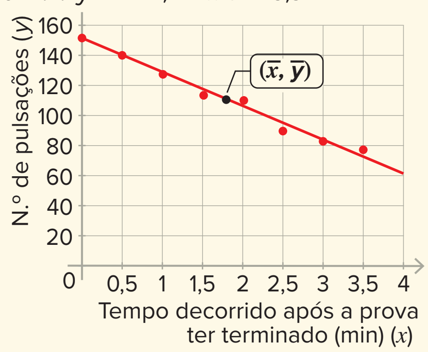






4.

4.1. e **4.2.** $y = -21{,}714x + 149{,}5$



4.3. **a)** $y = -21{,}714 \times 1{,}8 + 149{,}5 \approx 110$.
Teria cerca de 110 pulsações por minuto.
b) $y = -21{,}714 \times 30 + 149{,}5 \approx -502$.
O resultado não faz sentido no contexto do problema pois teria um número negativo de pulsações.

Revisão geral 2

1. (D)

2. (A)

3.

3.1. (B)

3.2. (B)

4. (D)

5. I – a); II – b); III – a) e IV – c)

6.

6.1. O coeficiente de correlação é positivo tanto no diagrama A como no diagrama B.

6.2. Os diagramas, A e B, têm exatamente a mesma escala, portanto podemos concluir que o coeficiente de correlação no diagrama A é menor que o coeficiente de correlação no diagrama B pois no A a nuvem de pontos encontra-se mais dispersa.