

III. Introdução à inferência estatística

Prova-modelo de exame

pág. 157

1.1 Utilizando o algoritmo descrito, obtemos (método de Hondt):

Divisores	P	Q	R	S
1	327	251	122	110
2	158,5	125,5	61	55
3	105,7	83,7	40,7	36,7
4	79,3	62,8	30,5	27,5
5	63,4	50,2	24,4	22

Distribuição - Lista P: 5 lugares; Lista Q: 3 lugares; Lista R: 1 lugar; Lista S: 1 lugar.

1.2 Utilizando o algoritmo descrito, obtemos (método de Sainte-Laguë):

Divisores	P	Q	R	S
1	327	251	122	110
3	105,7	83,7	40,7	36,7
5	63,4	50,2	24,4	22
7	45,3	35,9	17,4	15,7

Distribuição - Lista P: 4 lugares; Lista Q: 3 lugares; Lista R: 2 lugares; Lista S: 1 lugar.

Este método é mais favorável à Lista R, que consegue mais um lugar.

pág. 158

2.1 Opção (D)

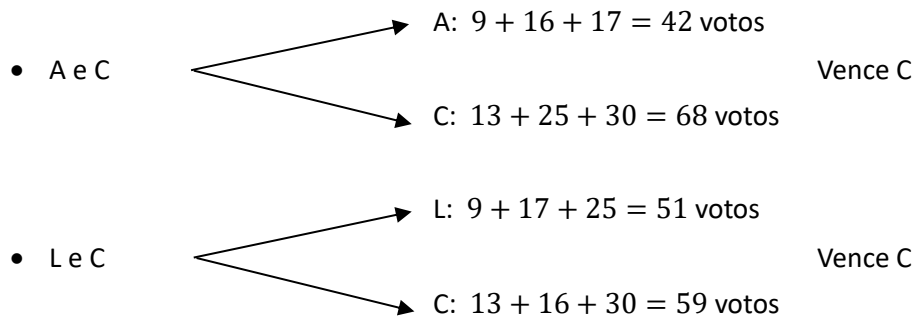
Total de clientes: $9 + 17 + 25 + 13 + 30 + 16 = 111$

$$\frac{30 + 13}{110} \times 100 \approx 39,1\%$$

2.2

Preferência	Número de votos					
	9	13	16	17	25	30
1ª	A	C	A	L	L	C
2ª	L	L	C	A	C	A
3ª	C	A	L	C	A	L

2.3 Temos de determinar o vencedor de cada confronto direto (a pares):



O candidato C, bolo de chocolate, vence todos os confrontos diretos com os restantes candidatos, logo é o vencedor.

pág. 159

3. Partilha temporária:

- Luana – cadeirão e purificador ($25 + 45 = 70$ pontos)
- Saúl – estante e secretária ($25 + 30 = 55$ pontos)

Temos de transferir bens, ou parte, da Luana para o Saúl.

- cadeirão: $\frac{25}{5} = 5$
- purificador: $\frac{45}{40} = 1,125 \rightarrow$ menor quociente

O purificador será o bem a ser usado no ajuste da partilha.

A equação que traduz o equilíbrio é

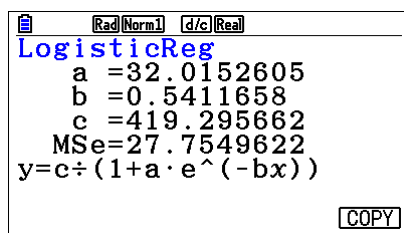
$$25 + 45x = 25 + 30 + 40 \times (1 - x) \Leftrightarrow x \approx 0,824$$

O número de pontos de cada sócio será:

- Luana: $25 + 45 \times 0,824 \approx 62$ pontos
- Saúl: $25 + 30 + 40 \times (1 - 0,824) \approx 62$ pontos

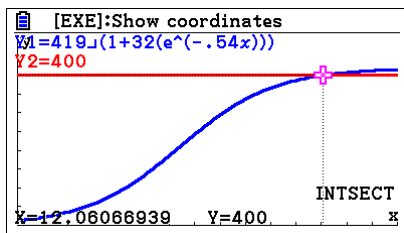
Conclusão: a Luana fica com o cadeirão e 82,4% do purificador e o Saúl fica com a estante, a secretária e 17,6% do purificador.

4.1 Com auxílio da calculadora gráfica, obtemos:



$$N(t) = \frac{419}{1+32e^{-0,54t}}$$

4.2 Queremos resolver a equação: $N(t) = 400 \Leftrightarrow \frac{419}{1+32e^{-0,54x}} = 400$



$t \approx 12,06$, ou seja, serão necessários 12 anos.

5. A distribuição de probabilidades é dada por:

x_i	0	50	200
$P(X = x_i)$	0,85	0,10	0,05

$$E(X) = 0 \times 0,85 + 50 \times 0,10 + 200 \times 0,05 = 15$$

6. Consideremos os acontecimentos:

A : “participa em atividades curriculares”

B : “está inscrito no Clube de Ciências”

Sabe-se que $P(A) = 0,8$ e $P(B|A) = 0,5$.

$$P(B|A) = 0,5 \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0,5 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,5 \times 0,8 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,4$$

Opção (C)

7.1 Consideremos os acontecimentos:

A : “comprar uma peça de decoração”

B : “comprar uma peça de vestuário”

Sabe-se que $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,6$ e $P(A \cap B) = 0,2$.

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,4} = 0,5$$

7.2 Vimos que $P(B|A) = 0,5$. Como $P(B) = 0,6$, temos que $P(B|A) \neq P(B)$, logo A e B não são acontecimentos independentes.

8. $X \sim N(50, 10)$

$$P(X < 40) = 0,1587$$

Opção (A)

9.1 $X \sim N(170, 8)$

$$P(162 < X < 178) = P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 68,27\%$$

9.2 $P(X \leq x) = 0,25$ e $z_{0,25} = -0,674$

$$x = \mu + z \times \sigma = 170 + (-0,674) \times 8 \approx 164,61$$

A altura máxima de um aluno para participar nesse estudo, arredondada às unidades, é 165 cm.

10. $n = 50$, $\mu = 3,5$ e $\sigma = 1$

O intervalo de confiança a 95% para μ é:

$$\left] 3,5 - 1,96 \times \frac{1}{\sqrt{50}}; 3,5 + 1,96 \times \frac{1}{\sqrt{50}} \right[=]3,22; 3,78[$$

pág. 162

11. $\hat{p} = \frac{350}{700} = 0,5$

A amplitude do intervalo de confiança é 0,0621752.

Como a amplitude é o dobro da margem de erro, vem que $\varepsilon = \frac{A}{2} = \frac{0,0621752}{2} = 0,0310876$.

Ora:

$$\varepsilon = z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \text{ ou seja, } 0,0310876 = z \sqrt{\frac{0,5 \times 0,5}{700}} \Leftrightarrow z = 1,645$$

pelo que o nível de confiança é 90%.