III. Introdução à inferência estatística

Capítulo 4 Introdução à inferência estatística

Preparado? pág. 148

1.1 População: todos os 1200 alunos inscritos na escola; amostra: os 240 estudantes entrevistados.

1.2 Sim, uma amostra de 300 alunos poderia ser mais representativa, pois uma amostra maior reduz o erro amostral e a amostra tende a refletir melhor a diversidade da população. No entanto, é essencial que a seleção dos elementos da amostra seja aleatória e não enviesada.

1.3 A estimativa pontual da média é dada pela média amostral, ou seja, será igual a 3,5 vezes por semana.

1.4 A estimativa pontual da proporção é a razão entre o número de alunos que preferem refeições vegetarianas e o total da amostra:

$$\frac{160}{1200} \times 100 = 66,(6)\%$$

Assim, 66,67% dos alunos preferem refeições vegetarianas.

2.1 Como são amostras com reposição, podemos escolher o mesmo aluno mais do que uma vez. Assim, as possíveis amostras de dimensão 2, e as médias respetivas, são as seguintes:

Amostra	Alunos	Média da amostra (min)	Amostra	Alunos	Média da amostra (min)
1	(A, A)	8	9	(C, A)	10
2	(A, B)	9	10	(C, B)	11
3	(A, C)	10	11	(C, C)	12
4	(A, D)	11	12	(C, D)	13
5	(B, A)	9	13	(D, A)	11
6	(B, B)	10	14	(D, B)	12
7	(B, C)	11	15	(D, C)	13
8	(B, D)	12	16	(D, D)	14

2.2 A distribuição de amostragem para o estimador média é:

x_i	8	9	10	11	12	13	14
$P(\overline{X} = x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

2.3. A média da distribuição de amostragem da média é:

$$E(\overline{X}) = (8+14)\times\frac{1}{16} + (9+13)\times\frac{1}{8} + (10+12)\times\frac{3}{16} + 11\times\frac{1}{4} = 11$$

2.4 A média da população é:

$$\mu = \frac{8+10+12+14}{4} = \frac{44}{4} = 11$$

Como, $E(\bar{X}) = \mu$, podemos afirmar que a média da distribuição de amostragem da média é um estimador não enviesado da média da população.

2.5 O erro padrão é o desvio padrão da distribuição de amostragem da média. Usando a calculadora (modo estatístico), podemos afirmar que e $\sigma_{\bar{X}} \approx 1{,}581$. Podemos também determinar o desvio padrão populacional ($\sigma \approx 2{,}236$) e concluir que $\frac{2{,}236}{\sqrt{2}} \approx 1{,}581 = \sigma_{\bar{X}}$.

pág. 149

3.1 Como a dimensão da amostra é 64 > 30 , pelo teorema do limite central, podemos afirmar que a distribuição de amostragem da média pode ser representada por um modelo normal com:

valor médio $\mu_{\bar{X}} = \mu = 200$ gramas e desvio padrão $\sigma_{\bar{X}} = \frac{20}{\sqrt{64}} = 2{,}5$ gramas

3.2 Seja $U \sim N(0,1)$, então, $U = \frac{\bar{X}-200}{2{,}5} \Leftrightarrow \bar{X} = 2{,}5U + 200$

$$P(196 < \bar{X} < 202) = P(196 < 2{,}5U + 200 < 202) = P(-1{,}6 < U < 0{,}8) = \Phi(0{,}8) - \left(1 - \Phi(1{,}6)\right) =$$
$$= 0{,}7881 - 1 + 0{,}9452 = 0{,}7333$$

Assim, a probabilidade de, na amostra, o peso das maçãs estar entre 196 gramas e 202 gramas é 73,33%.

3.3 $P(|\bar{X} - \mu| < 3{,}5) = P(|U| < 1{,}4) = 2 \times \Phi(1{,}4) - 1 = 2 \times 0{,}9192 - 1 = 0{,}8384$

A probabilidade pedida é 83,84%.

4. $\hat{p} = \frac{15}{600} = 0{,}025$ (proporção amostral) Confiança de 90% → $z = 1{,}645$

O intervalo será:

$$\left]0{,}025 - 1{,}645 \times \sqrt{\frac{0{,}025 \times 0{,}975}{600}}; 0{,}025 + 1{,}645 \times \sqrt{\frac{0{,}025 \times 0{,}975}{600}}\right[=]0{,}015; 0{,}035[$$

5. $\bar{x} = 50$ e $\sigma = 3$

O intervalo será:

$$\left]50 - 1{,}960 \times \frac{3}{\sqrt{120}};\ 50 + 1{,}960 \times \frac{3}{\sqrt{120}}\right[=]49{,}5; 50{,}5[$$

6. Sabe-se que a amplitude do intervalo de confiança de 95% é, no máximo, 2 e $\sigma = 3$.

A margem de erro (ε) é inferior ou igual a 1.

Então:

$$z \times \frac{s}{\sqrt{n}} \leq 1 \Leftrightarrow 1{,}960 \times \frac{3}{\sqrt{n}} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{1{,}960} \Leftrightarrow \sqrt{n} \geq 1{,}960 \times 3 \Leftrightarrow \sqrt{n} \geq 5{,}88 \Leftrightarrow n \geq 34{,}5744$$

A dimensão mínima da amostra é 35 alunos.