

II. Modelos de probabilidade

Capítulo 3 Modelos de probabilidade

Preparado?

pág. 82

1. A, B e F.

2.1.1 Para definirmos o espaço de resultados, podemos elaborar uma tabela de dupla entrada.

	2	5	10	50
2	(2, 2)	(2, 5)	(2, 10)	(2, 50)
5	(5, 2)	(5, 5)	(5, 10)	(5, 50)
10	(10, 2)	(10, 5)	(10, 10)	(10, 50)
50	(50, 2)	(50, 5)	(50, 10)	(50, 50)

$$S = \{(2, 2), (2, 5), (2, 10), (2, 50), (5, 2), (5, 5), (5, 10), (5, 50), (10, 2), (10, 5), (10, 10), (10, 50), (50, 2), (50, 5), (50, 10), (50, 50)\}$$

2.1.2 $A = \{(2, 2), (5, 5), (10, 10), (50, 50)\}$

2.1.3 $B = \{(2, 5), (2, 10), (2, 50), (5, 10), (5, 50), (10, 50)\}$

2.1.4 $C = \{(5, 10)\}$

2.1.5 $D = \{(2, 2), (2, 5), (2, 10), (5, 2), (5, 5), (5, 10), (10, 2), (10, 5)\}$

2.2.1 $A \cup B = \{(2, 2), (2, 5), (2, 10), (2, 50), (5, 5), (5, 10), (5, 50), (10, 10), (10, 50), (50, 50)\}$

2.2.2 $A \cap \bar{C} = A = \{(2, 2), (5, 5), (10, 10), (50, 50)\}$

2.2.3 $B - C = \{(2, 5), (2, 10), (2, 50), (5, 50), (10, 50)\}$

2.2.4 $A \cup (\bar{B} \cap C) = A \cup \emptyset = A = \{(2, 2), (5, 5), (10, 10), (50, 50)\}$

3.1 Para obtermos três faces comuns ao lançar quatro vezes uma moeda equilibrada, teremos as seguintes hipóteses:

$C \rightarrow$ Face comum $N \rightarrow$ Face nacional

CCCN, CCNC, CNCC, NCCC

Logo, $P(\text{obter exatamente três faces comuns}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 = \frac{1}{4}$

3.2 Para obtermos duas faces comuns, temos várias hipóteses. Usando o acontecimento contrário, facilita a resolução do exercício porque temos menos casos a considerar.

$$P(\text{pelo menos duas faces comuns}) = 1 - P(\text{no máximo uma face comum}) =$$

$$= 1 - P(\text{nenhuma face comum}) - P(\text{uma face comum}) =$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 = 1 - \frac{1}{16} - \frac{1}{4} = \frac{11}{16}$$

$$4. P(A) = \frac{8}{20} \times \frac{8}{20} = \frac{4}{25} = 0,16$$

$$P(B) = \frac{12}{20} \times \frac{12}{20} = \frac{9}{25} = 0,36$$

$$P(C) = \frac{8}{20} \times \frac{12}{20} \times 2 = \frac{12}{25} = 0,48$$

O Crisóstomo tem maior probabilidade de ganhar.

pág. 83

5. Consideremos os acontecimentos:

M : “ter micro-ondas”

R : “ter *robot* de cozinha”

Sabe-se que: $P(M) = 20\%$, $P(R) = 30\%$ e $P(M \cap R) = 10\%$.

$$5.1 P(M \cup R) = P(M) + P(R) - P(M \cap R) = \\ = 0,2 + 0,3 - 0,1 = 0,4 = 40\%$$

$$5.2 P(\bar{M} \cap \bar{R}) = P(\overline{M \cup R}) = 1 - P(M \cup R) = 1 - 0,4 = 0,6 = 60\%$$

$$5.3 P(M \cap \bar{R}) = P(\bar{M} \cap R) = P(M) - P(M \cap R) + P(R) - P(M \cap R) = \\ = 0,2 - 0,1 + 0,3 - 0,1 = 0,3 = 30\%$$

6. Para que o problema seja resolvido, a Miquelina não pode falhar e o Faustino também não.

Consideremos os acontecimentos:

M : “Miquelina acertar”

F : “Faustino acertar”

Sabe-se que:

$$P(M) = \frac{1}{3} \quad \text{logo} \quad P(\bar{M}) = \frac{2}{3}$$

$$P(F) = \frac{1}{4} \quad \text{logo} \quad P(\bar{F}) = \frac{3}{4}$$

$$P(\text{resolvido}) = 1 - P(\bar{M} \cap \bar{F}) = 1 - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = 1 - \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

7. Consideremos os acontecimentos:

A : “o dado ter as faces numeradas de 1 a 6”

B : “os números serem pares nas duas jogadas”

$$P(A | B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)}$$

Sabe-se que $P(A) = \frac{1}{2}$, pois existem dois dados com as faces numeradas de 1 a 6 em quatro possíveis.

$P(B|A)$ é a probabilidade de saírem dois números pares, considerando que foi escolhido um dado com as faces numeradas de 1 a 6.

$$P(B | A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$P(B)$ é a probabilidade de saírem dois números pares independentemente do dado escolhido.

Sendo:

D : “escolher o dado com 25% dos números ímpares”

E : “escolher o dado que só tem números ímpares”

$$P(B) = P(A) \times P(B | A) + P(\overline{D}) \times P(B | \overline{D}) + P(\overline{E}) \times P(B | \overline{E}) =$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} \times 1^2 = \frac{33}{64}$$

$$P(A | B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}}{\frac{33}{64}} = \frac{8}{33}$$

8.1 Nos dois jogos, podemos ter os seguintes casos:

1.º jogo	2.º jogo	Pontuação
V	V	$3 + 3 = 6$
V	E	$3 + 2 = 5$
V	D	$3 + 0 = 3$
E	V	$2 + 3 = 5$
E	E	$2 + 2 = 4$
E	D	$2 + 0 = 2$
D	V	$0 + 3 = 3$
D	E	$0 + 2 = 2$
D	D	$0 + 0 = 0$

Portanto, a variável X pode tomar os valores 0, 2, 3, 4, 5 e 6.

$$P(X = 0) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$P(X = 2) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{9}$$

(E, D), (D, E)

$$P(X = 3) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{9}$$

(V, D), (D, V)

$$P(X = 4) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

(E, E)

$$P(X = 5) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{9}$$

(V, E), (E, V)

$$P(X = 6) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

(V, V)

Sendo assim, a tabela de distribuição de probabilidade da variável aleatória X é:

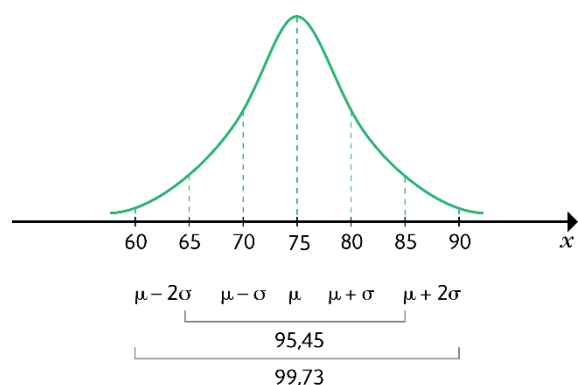
x_i	0	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

$$8.2. E(X) = 0 \times \frac{1}{9} + 2 \times \frac{2}{9} + 3 \times \frac{2}{9} + 4 \times \frac{1}{9} + 5 \times \frac{2}{9} + 6 \times \frac{1}{9} = \frac{10}{3}$$

$$\text{Var}(X) = \left(0 - \frac{10}{3}\right)^2 \times \frac{1}{9} + \left(2 - \frac{10}{3}\right)^2 \times \frac{2}{9} + \dots + \left(6 - \frac{10}{3}\right)^2 \times \frac{1}{9} = \frac{28}{9}$$

$$9. \mu = 75 \text{ e } \sigma = 5$$

9.1.1



$$P(X > 75) = 50\%$$

$$9.1.2 P(X < 60) = P(X < \mu - 3\sigma) = \frac{100\% - 99,73\%}{2} = 0,135\%$$

$$9.1.3 P(65 < X < 90) = P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 3\sigma) =$$

$$= 95,45\% + \frac{99,73 - 95,45}{2} = 97,59\%$$

$$9.2 P(X > 90) = 1 - P(X \leq 90) \approx 0,135\%$$

$$0,135\% \times 30 = 0,0405$$

Não existem alunos nestas condições.