II. Modelos de probabilidade

Capítulo 3 Modelos de probabilidade

Tarefas iniciais pág. 8

1. De Méré já tem 32 pistolas, porque mesmo que perca na próxima jogada, elas serão dele. Quanto às outras 32 pistolas, poderá ganhá-las ou não, o risco é igual. Assim, deverão dividir igualmente as 32 pistolas, ficando 16 para cada um. Resumindo, Méré fica com 48 (32 + 16) pistolas e o outro jogador com 16 pistolas.

2.

Decomposição do 11:

11 = 1 + 5 + 5	→	3 formas diferentes
11 = 1 + 4 + 6	→	6
11 = 2 + 3 + 6	→	6
11 = 2 + 4 + 5	→	6
11 = 3 + 3 + 5	→	3
11 = 4 + 4 + 3	→	3

Número de possibilidades de sair 11:

$$\underbrace{3 \times 3}_{\text{com dois números iguais}} + \underbrace{3 \times 6}_{\text{com todos os números diferentes}} = 27$$

Decomposição do 12:

12 = 1 + 5 + 6	→	6 formas diferentes
12 = 2 + 4 + 6	→	6
12 = 3 + 3 + 6	→	3
12 = 2 + 5 + 5	→	3
12 = 3 + 4 + 5	→	6
12 = 4 + 4 + 4	→	1

Número de possibilidades de sair 12:

$$\underbrace{3 \times 2}_{\text{com dois números iguais}} + \underbrace{6 \times 3}_{\text{com todos os números diferentes}} + \underbrace{1}_{\text{com todos os números iguais}} = 25$$

Check pág. 11

1.1 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

1.2 A : "sair face 1" ;

B : "sair face 2" ;

C : "sair face 3" ;

D : "sair face 4" ;

E : "sair face 5" ;

F : "sair face 6" .

1.3 Por exemplo: “sair uma face com um número menor do que 1”.

1.4 Por exemplo: “sair uma face com um número natural”.

2.1 Podemos encontrar o espaço de resultados recorrendo a uma tabela de dupla entrada.

+	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

2.2 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

$B = \{6\}$

$C = \emptyset$

$D = S$

2.3 A é um acontecimento composto.

B é um acontecimento elementar.

C é um acontecimento impossível.

D é um acontecimento certo.

3.1 S = {espadas, paus, copas, ouros}

3.2.1 “Não sair espadas, paus, copas nem ouros.”

3.2.2 “Sair uma carta de espadas, paus, copas ou ouros.”

3.2.3 “Sair o ás de copas.”

Check **pág. 16**

1.1 $S = \{V_1, V_2, A_1, A_2, A_3\}$

1.2 $A = \{V_1, V_2\}$ e $B = \{A_1, A_2, A_3\}$

1.3 $A \cup B = S$

1.4 $A \cap B = \emptyset$

1.5 $\bar{A} = B$

1.6 $A - B = A$

2. Organizando os dados numa tabela será mais fácil responder às questões.

	$MAAT$	$\overline{MAAT}$	Total
O	70 – 55 = 15	80 – 15 = 65	80
$\overline{O}$	60 – 5 = 55	5	140 – 80 = 60
Total	70	65 + 5 = 70	140

2.1 15 alunos mostraram interesse em realizar as duas visitas de estudo.

2.2 65 alunos têm interesse em visitar o Oceanário, mas não em visitar o MAAT.

Check pág. 19

1.1 Existem 13 cartas de copas num baralho, logo:

$$P = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

1.2 Existem três figuras de cada naipe, logo:

$$P = \frac{3 \times 4}{52} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

1.3 Existem quatro ases, logo:

$$P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

1.4 Existem 26 cartas com naipe vermelho, logo:

$$P = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

2.1 $P = \frac{1}{49}$

2.2 $P = \frac{24}{49}$, porque existem 24 números pares entre 1 e 49.

2.3 $P = 1$, porque todos os números do totoloto são menores que 50.

2.4 $P = \frac{10}{49}$

2.5 $P = \frac{14}{49} = \frac{2}{7}$, porque existem 14 números com, pelo menos, um algarismo 2:

2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 42

Check pág. 23

1.1 Para a contagem do número de casos possíveis — se a tiragem é feita sem reposição, temos:

$$10 \times 9 \times 8 = 720 \text{ possibilidades}$$

$$P(A, A, A) = \frac{4 \times 3 \times 2}{10 \times 9 \times 8} = \frac{24}{720} = \frac{1}{30}$$

1.2 *P*(duas vermelhas e uma azul) = *P*(*V*, *V*, *A*) + *P*(*V*, *A*, *V*) + *P*(*A*, *V*, *V*) =

$$= \frac{6 \times 5 \times 4}{10 \times 9 \times 8} \times 3 = \frac{1}{2}$$

2. Se a extração é feita com reposição, temos $10 \times 10 = 100$ casos possíveis .

2.1 $P(V, A) = \frac{6\times4}{10\times10} = \frac{6}{25}$

2.2 $P(V, V) = \frac{6\times6}{10\times10} = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}$

3.1 $3 \times 2 = 6$

3.2 $P = \frac{3\times1}{6} = \frac{1}{2}$

3.3 $3 \times 2 \times 2 = 12$ trajetos , logo $P = \frac{3\times1\times1}{12} = \frac{1}{4}$

Atividade

É verdadeira. Basta verificar o número de decomposições do 9 e do 10.

9 = 1 + 4 + 4	→	3 possibilidades	10 = 1 + 3 + 6	→	6 possibilidades
9 = 1 + 3 + 5	→	6	10 = 1 + 4 + 5	→	6
9 = 1 + 2 + 6	→	6	10 = 2 + 2 + 6	→	3
9 = 2 + 2 + 5	→	3	10 = 2 + 3 + 5	→	6
9 = 2 + 3 + 4	→	6	10 = 2 + 4 + 4	→	3
9 = 3 + 3 + 3	→	1	10 = 2 + 3 + 4	→	6

P(soma 9) = *P*(1, 4, 4) + *P*(1, 3, 5) + *P*(1, 2, 6) + *P*(2, 2, 5) + *P*(2, 3, 4) + *P*(3, 3, 3) =

$$= \frac{3}{6\times6\times6} + \frac{6}{6\times6\times6} + \frac{6}{6\times6\times6} + \frac{3}{6\times6\times6} + \frac{6}{6\times6\times6} + \frac{1}{6\times6\times6} = \frac{25}{216}$$

P(soma 10) = *P*(1, 3, 6) + *P*(1, 4, 5) + *P*(2, 2, 6) + *P*(2, 3, 5) + *P*(2, 4, 4) + *P*(2, 3, 4) =

$$= \frac{6}{216} + \frac{6}{216} + \frac{3}{216} + \frac{6}{216} + \frac{3}{216} + \frac{6}{216} = \frac{27}{216}$$

Logo, a soma 10 aparece com maior frequência do que a soma 9.

Prova dos 9 pág. 25

1.1 $P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$, porque existem 4 reis.

1.2 $P = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$, porque existem 13 cartas de copas.

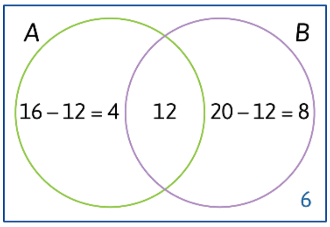
1.3 $P = \frac{4\times3}{52} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$, porque existem 3 figuras em cada naipe.

1.4 $P = \frac{1}{52}$, porque existe apenas uma dama de espadas.

2.1

	A	$\bar{A}$	**Total**
B	**16 – 4 = 12**	**20 – 12 = 8**	20
$\bar{B}$	**10 – 6 = 4**	6	**30 – 20 = 10**
Total	16	**8 + 6=14**	30

2.2



2.3.1 $P = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

2.3.2 $P = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

3. $\frac{3}{4} \times 40 = 30$ raparigas e 10 rapazes, logo a probabilidade de serem de sexos diferentes é dada por:

$$P = \frac{30 \times 10}{40 \times 39} \times 2 = \frac{15}{39}$$

4. $4 \times 0{,}6 \times 0{,}4 \times 0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}1536 = 15{,}36\%$

Check pág. 27

Dez praticam natação, oito praticam futebol, cinco praticam ginástica acrobática e sete não praticam qualquer desporto.

Consideremos os acontecimentos:

A : “praticar natação”

B : “praticar futebol”

C : “praticar ginástica acrobática”

1. $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

2. $P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = \frac{7}{30}$

3. $P(C \cup B) = P(C) + P(B) = \frac{5}{30} + \frac{8}{30} = \frac{13}{30}$

4. $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Check pág. 34

1.1 $P(M) = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$

1.2 $P(D) = \frac{15}{80} = \frac{3}{16}$

1.3 $P(D \mid M) = \frac{P(D \cap M)}{P(M)} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

2. Consideremos os acontecimentos:

R : “ser rapariga”

A : “ter olhos azuis”

V : “ter olhos verdes”

Sabe-se que: $P(\overline{R} \cap A) = 15\%$
$P(\overline{R} \cap V) = 30\%$
$P(R \cap A) = 10\%$
$P(R \cap V) = 45\%$

Com estes dados, podemos construir uma tabela:

	R	***$\overline{R}$***	**Total**
A	10%	15%	25%
V	45%	30%	75%
Total	55%	45%	100%

2.1 $P(R) = 55\%$

2.2 $P(V) = 75\%$

2.3 $P(V \mid R) = \frac{P(V \cap R)}{P(R)} = \frac{0{,}45}{0{,}55} = \frac{9}{11} \approx 82\%$

2.4 $P(\overline{R} \mid A) = \frac{P(\overline{R} \cap A)}{P(A)} = \frac{0{,}15}{0{,}25} = \frac{3}{5} = 60\%$

pág. 35

3. Consideremos os seguintes acontecimentos:

A : "ter o operador A"

B : "ter o operador B"

C : "ter o operador C"

S : "estar satisfeito com o serviço"

Sabe-se que: $P(S) = 75\%$, $P(A|S) = 12\%$, $P(C) = 20\%$, $P(S|C) = 80\%$, $P(B) = 60\%$

$$P(A \mid S) = 0{,}12 \Leftrightarrow \frac{P(A \cap S)}{P(S)} = 0{,}12 \Leftrightarrow P(A \cap S) = 0{,}12 \times 0{,}75 \Leftrightarrow P(A \cap S) = 0{,}09$$

$$P(S \mid C) = 0{,}8 \Leftrightarrow \frac{P(S \cap C)}{P(C)} = 0{,}8 \Leftrightarrow P(S \cap C) = 0{,}8 \times 0{,}2 \Leftrightarrow P(S \cap C) = 0{,}16$$

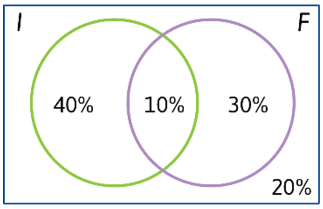
3.1 $P(B \cap S) = 0{,}75 - 0{,}09 - 0{,}16 = 0{,}5 = 50\%$

	A	***B***	***C***	**Total**
S	0,09	0,5	0,16	0,75
$\overline{S}$	0,11	0,1	0,04	0,25
Total	0,2	0,6	0,2	1

3.2 $P(\overline{S} \mid \overline{C}) = \frac{P(\overline{S} \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{0{,}11+0{,}1}{0{,}2+0{,}6} = \frac{0{,}21}{0{,}8} = 0{,}2625 = 26{,}25\%$

3.3 $P(S \mid B) = \frac{P(S \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}5}{0{,}6} = \frac{5}{6} \approx 83\%$

4. Consideremos um diagrama de Venn com os dados do problema:



4.1 $P\left(I \cap \overline{F}\right) = 40\%$

$0{,}4 \times 1500 = 600$ jovens falam inglês e não falam francês

4.2.1 $P(F \mid I) = \frac{P(I \cap F)}{P(I)} = \frac{0{,}1}{0{,}5} = \frac{1}{5} = 20\%$

4.2.2 $P(I \mid F) = \frac{P(I \cap F)}{P(F)} = \frac{0{,}1}{0{,}4} = \frac{1}{4} = 25\%$

4.2.3 $P\left(F \cap \overline{I}\right) = 30\%$

Check pág. 37

1.1 $P(H \cap F) = 40\%$

1.2 $P(H \mid F) = \frac{P(G \cap F)}{P(F)} = \frac{0{,}4}{0{,}5} = \frac{4}{5} = 80\%$

1.3 $P(M \mid H) = \frac{P(M \cap G)}{P(G)} = \frac{0{,}20}{0{,}6} = \frac{1}{3}$

2. Queremos verificar se $P(H \cap F) = P(H) \times P(F)$.

$$\left.\begin{array}{c} P(H \cap F) = 40\% \\ P(H) = 60\% \\ P(F) = 50\% \end{array}\right\} 0{,}4 \; = \; 0{,}6 \times 0{,}5$$

Falso

Logo, não são independentes.

Check pág. 42

1.

U_1 $(2A + 3B + 4V)$
U_2 $(3A + 2B + 2V)$
U_3 $(4A + 1B + 1V)$

$$P(A,V) = P\big((A,V) \mid U_1\big) \times P(U_1) + P\big((A,V) \mid U_2\big) \times P(U_2) + P\big((A,V) \mid U_3\big) \times P(U_3) =$$

$$= \left(\frac{2}{9} \times \frac{4}{8} \times 2\right) \times \frac{1}{3} + \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times 2\right) \times \frac{1}{3} + \left(\frac{4}{6} \times \frac{1}{5} \times 2\right) \times \frac{1}{3} = \frac{8}{36} \times \frac{1}{3} + \frac{6}{21} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{15} \times \frac{1}{3} = \frac{244}{945}$$

$$P\big(U_3 \mid (A,V)\big) = \frac{\frac{4}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times 2}{\frac{244}{945}} = \frac{21}{61}$$

2. Consideremos os acontecimentos:

A : "ser de classe A"

B : "ser de classe B"

C : "ser de classe C"

D : "ter acidente durante o primeiro ano"

Sabe-se que:

$$P(A) = \frac{35\,000}{100\,000} = 35\% \,,\; P(B) = 50\% \text{ e } P(C) = 15\%$$

$P(D \mid A) = 0{,}01$ $\quad$ $P(D \mid B) = 0{,}04$ $\quad$ $P(D \mid C) = 0{,}15$

Pretende-se calcular:

$$P(D) = P(D \mid A) \times P(A) + P(D \mid B) \times P(B) + P(D \mid C) \times P(C) =$$
$$= 0{,}01 \times 0{,}35 + 0{,}04 \times 0{,}5 + 0{,}15 \times 0{,}15 = 0{,}046$$
$$P(A \mid D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D \mid A) \times P(A)}{P(D)} = \frac{0{,}01 \times 0{,}35}{0{,}046} = \frac{7}{92}$$
$$P(B \mid D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D \mid B) \times P(B)}{P(D)} = \frac{0{,}04 \times 0{,}5}{0{,}046} = \frac{10}{23}$$
$$P(C \mid D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D \mid C) \times P(C)}{P(D)} = \frac{0{,}15 \times 0{,}15}{0{,}046} = \frac{45}{92}$$

Prova dos 9 pág. 43

1. Consideremos os acontecimentos:

F : "praticar futebol"

V : "praticar voleibol"

Sabe-se que:

$$P(F) = 60\% \,;\; P(V) = 25\% \text{ e } P(V \cap F) = 15\%$$

Com estes dados podemos construir uma tabela:

	F	$\overline{F}$	**Total**
V	0,15	0,25 - 0,15 = 0,10	0,25
$\overline{V}$	0,60 - 0,15 = 0,45	0,75 - 0,45 = 0,30	1 - 0,25 = 0,75
Total	0,60	1 - 0,60 = 0,40	1

1.1 $P(F \cup V) = P(F) + P(V) - P(F \cap V) = 0{,}6 + 0{,}25 - 0{,}15 = 0{,}70 = 70\%$

1.2 $P(V \mid F) = \frac{P(V \cap F)}{P(F)} = \frac{0{,}15}{0{,}60} = \frac{1}{4} = 25\%$

1.3 $P(F \mid V) = \frac{P(V \cap F)}{P(V)} = \frac{0{,}15}{0{,}25} = \frac{3}{5} = 60\%$

2. Consideremos os acontecimentos:

S : "ter *smartphone*"

I : "subscrever planos de internet"

Sabe-se que $P(S) = 70\%$ e $P(S \cap I) = 40\%$.

$$P(I \mid S) = \frac{P(S \cap I)}{P(S)} = \frac{0{,}40}{0{,}70} = \frac{4}{7}$$

3. Consideremos os acontecimentos:

A : "o aluno é da turma A"

B : "o aluno é da turma B"

C : "o aluno é da turma C"

D : "o aluno tem positiva"

Sabe-se que:

$$P(A) = 50\%\,, P(B) = 30\% \;\text{ e }\; P(C) = 20\%$$
$$P(D \mid A) = 90\%\,, P(D \mid B) = 80\% \;\text{ e }\; P(D \mid C) = 70\%$$

Então:

$$P(D) = P(D \mid A) \times P(A) + P(D \mid B) \times P(B) + P(D \mid C) \times P(C) =$$
$$= 0{,}90 \times 0{,}50 + 0{,}80 \times 0{,}30 + 0{,}70 \times 0{,}20 = 0{,}83 = 83\%$$

Atividade: o problema de Monty Hall

Consideremos os seguintes acontecimentos:
A_1 : "o automóvel estar na primeira porta"
A_2 : "o automóvel estar na segunda porta"
A_3 : "o automóvel estar na terceira porta"
M : "Monty Hall abre a terceira porta"

Vamos assumir que $P(M \mid A_1) = 0{,}5$; $P(M \mid A_2) = 1$ e $P(M \mid A_3) = 0$.
Pelo teorema de probabilidade total, tem-se que:

$$P(M) = P(M \mid A_1) \times P(A_1) + P(M \mid A_2) \times P(A_2) + P(M \mid A_3) \times P(A_3) =$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{3} + 0 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

Usando a regra de Bayes, temos:

$$P(A_1 \mid M) = \frac{P(M \mid A_1) \times P(A_1)}{P(M)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$
$$P(A_2 \mid M) = \frac{P(M \mid A_2) \times P(A_2)}{P(M)} = \frac{1 \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$
$$P(A_3 \mid M) = \frac{P(M \mid A_3) \times P(A_3)}{P(M)} = \frac{0 \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = 0$$

Portanto, escolhendo mudar de porta, a probabilidade de ganhar é maior.

Check **pág. 45**

1. P(ter 15 ou 16) = $P(X = 15) + P(X = 16) = \frac{10}{28} + \frac{16}{28} = \frac{13}{14}$

2. P(ter 17 anos) = $1 - P(X = 15) - P(X = 16) = 1 - \frac{10}{28} - \frac{16}{28} = \frac{1}{14}$

Check — pág. 49

1.1 $P(X = 3) = 0{,}2$

1.2 $P(X > 3) = P(X = 4) = 0{,}4$

1.3 $P(X \geq 2) = 1 - P(X = 1) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$

2. $P(X = 0) = \frac{2}{5}$, $P(X = 1) = \frac{6}{25}$, $P(X = 2) = \frac{4}{25}$, $P(X = 3) = \frac{3}{25}$ e $P(X = 4) = \frac{2}{25}$

A função massa de probabilidade pode ser definida por:

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5} = 0{,}4$	$\frac{6}{25} = 0{,}24$	$\frac{4}{25} = 0{,}16$	$\frac{3}{25} = 0{,}12$	$\frac{2}{25} = 0{,}08$

Prova dos 9 — pág. 50

1. Vamos construir uma tabela de dupla entrada para melhor verificar os casos possíveis.

		Caixa 2					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Caixa 1	**1**	0	2	3	4	5	6
	2	2	0	3	4	5	6
	3	3	3	0	4	5	6
	4	4	4	4	0	5	6
	5	5	5	5	5	0	6

x_i	0	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{5}{30}$

Ou seja:

x_i	0	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{6}$

2.1 Por observação da tabela, tem-se que $P(X = 2) = \frac{1}{4}$.

2.2 $P(X \geq 5) = P(X = 5) + P(X = 10) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

3.1 $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}3 = 0{,}6$

3.2 Por exemplo, uma das outras probabilidades terá de reduzir 0,05.

4.1 A soma das probabilidades tem de ser igual a 1 e:

$$P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=0{,}25+0{,}25+0{,}15+0{,}2+0{,}15=1$$

4.2 $P(X\geq 2)=P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=0{,}15+0{,}2+0{,}15=0{,}5$

4.3 $P(X\leq 1)=P(X=0)+P(X=1)=0{,}25+0{,}25=0{,}5$

4.4 Por exemplo, uma das outras probabilidades aumenta 0,1.

Check pág. 55

1.1

Diferença absoluta	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

1.2

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

Ou seja:

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$

1.3 $E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{5}{18}+2\times\frac{2}{9}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{9}+5\times\frac{1}{18}=\frac{35}{18}\approx 1{,}94$

Usando a calculadora, podemos verificar que $\sigma=1{,}43$.

1.4 $P(X\leq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=\frac{1}{6}+\frac{5}{18}+\frac{2}{9}=\frac{2}{3}$

2.1 Sabe-se que $a=c$ e que $a=2b\Leftrightarrow b=\frac{a}{2}$.

O modelo de probabilidade pode, então, ficar definido do seguinte modo:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
f_i	0,05	a	$\frac{a}{2}$	0,08	0,2	0,1	a	0,3

Então:

$$0{,}05+a+\frac{a}{2}+0{,}08+0{,}2+0{,}1+a+0{,}3=1\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a + \frac{a}{2} + a = 1 - 0{,}05 - 0{,}08 - 0{,}2 - 0{,}1 - 0{,}3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5a}{2} = 0{,}27 \Leftrightarrow 5a = 0{,}54 \Leftrightarrow a = 0{,}108$$

Logo, $b = 0{,}054$ e $c = 0{,}108$.

2.2 Usando a calculadora, podemos verificar que $E(X) = 4{,}504$.

2.3 Novamente, usando a calculadora, obtemos $\sigma \approx 2{,}246$.

O resultado do desvio padrão significa que o número de pessoas que procuram o jornal num certo dia varia entre 2 e 7, aproximadamente.

Check pág. 65

1. $\mu = 63 \qquad \sigma = 10$

1.1 $X \sim N(63, 10) \Rightarrow U = \frac{X-63}{10} \sim N(0, 1)$

$U = \dfrac{X - 63}{10} \Leftrightarrow 10U = X - 63 \Leftrightarrow X = 10U + 63$

$X < 60 \Leftrightarrow 10U + 63 < 60 \Leftrightarrow 10U < -3 \Leftrightarrow U < -0{,}3$

$P(X < 60) = P(U < -0{,}3) = P(U > 0{,}3) = 0{,}5 - P(0 < U < 0{,}3) = 0{,}5 - P(0 < U < 0{,}3) =$

$= 0{,}5 - \big(\phi(0{,}3) - \phi(0)\big) = 0{,}5 - (0{,}6179 - 0{,}5) = 0{,}3821$

1.2 $P(55 < X < 72) = P(55 < 10U + 63 < 72) = P(-8 < 10U < 9) = P(-0{,}8 < U < -0{,}9) =$

$= \phi(0{,}9) - \phi(-0{,}8) = \phi(0{,}9) - \big(1 - \phi(0{,}8)\big) = \phi(0{,}9) - 1 + \phi(0{,}8)$

$= 0{,}604$

$0{,}604 \times 900 \approx 544$ pessoas

1.3 $P(X > 80) = P(10U + 63 > 80) = P(10U > 17) = P(U > 1{,}7) =$

$= 1 - 0{,}9554 = 0{,}0446$

$0{,}0446 \times 900 = 40$ pessoas

2.1 $\mu = 12$ e $\sigma = 3$

Introduzindo os dados na calculadora, tem-se que $P(X < 10) = 0{,}2514$.

2.2 $P(X > 15) = 0{,}1587$

2.3 $P(8 < X < 14) = 0{,}6568 = 65{,}68\%$

Prova dos 9 pág. 66

1. $\mu = 170$ e $\sigma = 10$

1.1 $P(160 < X < 180) = 68{,}26\%$

1.2 $P(150 < X < 190) = 95{,}44\%$

1.3 $P(X > 180) = 15{,}87\%$

2. $\mu = 75$ e $\sigma = 10$

Introduzindo os dados na calculadora, obtém-se os seguintes resultados:

2.1 $P(60 < X < 85) = 74{,}45\%$

2.2 Queremos que $P(X > x) = 0{,}10$, ou seja, $P(X < x) = 0{,}90$.

Consultando o valor de Z na tabela, obtém-se $Z \approx 1{,}28$, pelo que $X = 75 + 1{,}28 \times 10 = 87{,}8$.

O candidato precisa de, pelo menos, 87,9 pontos.

2.3 Queremos que $P(X > x) = 0{,}20$, ou seja, $P(X < x) = 0{,}80$.

Consultando o valor de Z na tabela, obtém-se $Z \approx 0{,}84$, pelo que $X = 75 + 0{,}84 \times 10 = 83{,}4$.

O candidato precisa de, pelo menos, 83,4 pontos.

3. Queremos que $P(X \leq x) = 0{,}72$. Consultando na tabela, obtém-se $Z \approx 0{,}58$.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Sabemos que $X = 43$, pelo que $0{,}58 = \frac{43-\mu}{\sigma}$, ou seja, $\mu = 43 - 0{,}58\sigma$.

Testando cada uma das alíneas, verificamos que a opção correta é a (D).