

I. Modelos matemáticos

Capítulo 1 Modelos de grafos

Preparado?

pág. 98

1.1.1 É de ordem 8, pois tem 8 vértices.

Vértice	A	B	C	D	E	F	G	H
Grau	3	4	2	2	4	2	3	4

1.1.2 A e B, por exemplo, pois existe uma aresta a uni-los.

1.1.3 AB e EB, por exemplo, pois incidem no mesmo vértice, B.

1.2 Opção (D)

É um grafo simples pois não tem arestas paralelas nem lacetes.

1.3 O grafo tem apenas dois vértices de grau ímpar, logo contém um trajeto euleriano e, por isso, é atravessável.

Dois trajetos possíveis serão, por exemplo:

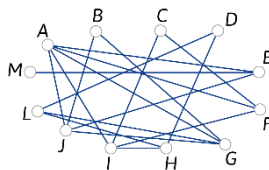
$A \rightarrow B \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow A \rightarrow G$, e

$G \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A \rightarrow H \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

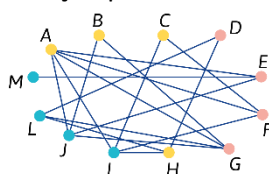
1.4 O grafo não é euleriano, pois não é possível encontrar um circuito de Euler, uma vez que existem vértices de grau ímpar (A e G). Se duplicarmos aresta AG, os vértices A e G passam a ter grau par, e o grafo já será euleriano.

1.5 O grafo é hamiltoniano, pois é possível definir um caminho (percurso que passa todos os vértices uma única vez), por exemplo, $A \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$.

2.1 Os vértices representam os convidados e as arestas representam a inexistência de interesses comuns. Um grafo que traduz os dados é, por exemplo:



2.2 Recorrendo à coloração de vértices, uma solução possível é:

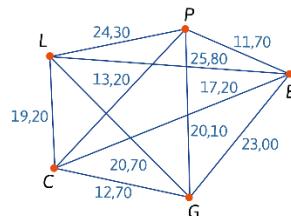


Seriam necessárias, no mínimo, 3 mesas.

2.3 De acordo com o grafo obtido em 2.2, a distribuição das mesas seria sentar os convidados A , B , C e H numa mesa, os convidados D , E , F e G noutra mesa e os convidados I , J , L e M numa terceira mesa.

pág. 99

3.1 Os vértices representam as cidades e as arestas representam as ligações entre elas. Um grafo que representa os dados da tabela é, por exemplo:



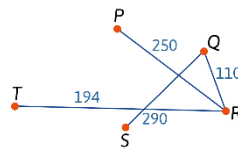
3.2.1 Usando o algoritmo dos mínimos sucessivos, obtemos o seguinte percurso, começando e terminando em Lisboa:

Lisboa $\rightarrow$ Coimbra $\rightarrow$ Guarda $\rightarrow$ Porto $\rightarrow$ Braga $\rightarrow$ Lisboa (ou no sentido inverso)
com um custo total de 89,5 euros.

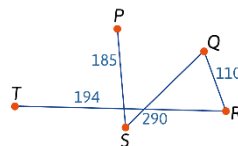
3.2.2 Usando o algoritmo por ordenação do peso das arestas, obtemos o seguinte percurso, começando e terminando em Lisboa:

Lisboa $\rightarrow$ Guarda $\rightarrow$ Coimbra $\rightarrow$ Porto $\rightarrow$ Braga $\rightarrow$ Lisboa (ou no sentido inverso)
com um custo total de 84,10 euros.

4.1 Por exemplo:

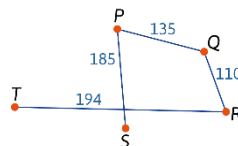


com um peso total de 844 e



com um peso total de 779.

4.2 Usando o algoritmo de Kruskal, obtemos o grafo:



que tem um peso total de 624.

4.3 Usando o algoritmo de Prim, obtemos um grafo igual ao obtido pelo algoritmo de Kruskal. A ordem de inclusão de vértices na árvore é R , Q , P , S e T .

5.1

Tarefas	Tempo (horas)	Precedências
T_1	10	Nenhuma
T_2	5	T_1
T_3	5	T_2
T_4	9	Nenhuma
T_5	10	T_4
T_6	12	T_3 e T_5
T_7	9	T_2
T_8	5	T_6
T_9	12	Nenhuma
T_{10}	5	T_7 , T_8 e T_9

5.2 As possíveis sequências de tarefas são:

$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_7 \rightarrow T_{10}$, com $10 + 5 + 9 + 5 = 29$ horas

$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_6 \rightarrow T_8 \rightarrow T_{10}$, com $10 + 5 + 5 + 12 + 5 + 5 = 42$ horas

$T_4 \rightarrow T_5 \rightarrow T_6 \rightarrow T_8 \rightarrow T_{10}$, com $9 + 10 + 12 + 5 + 5 = 41$ horas

$T_9 \rightarrow T_{10}$, com $12 + 5 = 17$ horas

O caminho crítico é $T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_6 \rightarrow T_8 \rightarrow T_{10}$ e são necessárias, no mínimo, 42 horas para executar o projeto.