Teste 1

pág. 76

1.1 Não, porque existem dois vértices que são adjacentes entre si, B e E.

1.2 Grau 4: A, C e D; grau 3: B e E.

1.3 Não, porque os vértices não têm todos o mesmo grau.

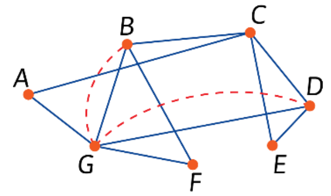
1.4 Sim, porque existem apenas dois vértices de grau ímpar. Um trajeto pode ser, por exemplo,

$B \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow E \longrightarrow C \longrightarrow A \longrightarrow B \longrightarrow D \longrightarrow A \longrightarrow E$.

1.5 Sim, por exemplo, $A \longrightarrow B \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow E \longrightarrow A$.

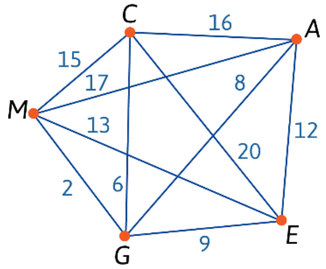
2.1 Não é possível porque existem vértices de grau ímpar (B e D).

2.2 Uma vez que não existe ligação entre os vértices B e D, teremos de encontrar outra forma de os tornar de grau par. Uma alternativa é duplicar as arestas BG e DG. Assim, o número mínimo de estradas a repetir é dois:



pág. 77

3.1 Os vértices representam os locais que o João tem de visitar e as arestas representam o tempo, em minutos, das deslocações entre locais. Um grafo representativo da situação pode ser, por exemplo,



3.2 Seguindo o algoritmo, a sequência de locais a visitar será:

- sai de A e segue para G (8 min);
- sai de G e segue para M (2 min);
- sai de M e segue para E (13 min);
- sai de E e segue para C (20 min);
- sai de C e regressa a A (16 min).

Assim, o percurso a seguir pelo João será $A \longrightarrow G \longrightarrow M \longrightarrow E \longrightarrow C \longrightarrow A$, com uma duração de 59 minutos.

3.3 Seguindo o algoritmo, a sequência de escolha das arestas do grafo será:

- MG (2 min);
- CG (6 min);

(rejeitamos as arestas AG e EG porque são as "terceiras" arestas a coincidir no vértice G)

- AE (12 min);

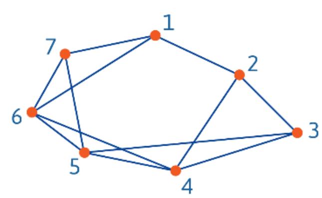
(rejeitamos a aresta MC porque fecha circuito e ainda não foram visitados todos os vértices)

- ME (13 min);
- AC (16 min).

O João tem razão, se escolher o percurso $A \longrightarrow C \longrightarrow G \longrightarrow M \longrightarrow E \longrightarrow A$ (ou sentido inverso), precisa de apenas 49 minutos.

pág. 79

4.1 Um grafo representativo desta situação pode ser, por exemplo:

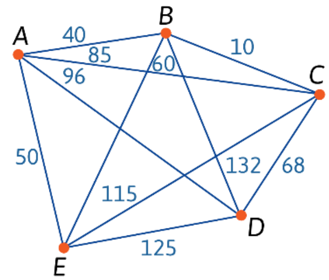


em que os vértices representam os produtos químicos e as arestas representam as possíveis reações entre os diferentes produtos.

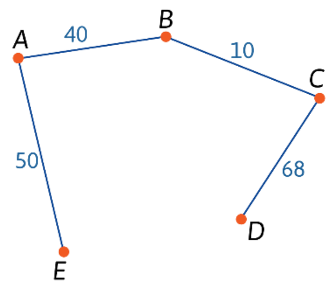
4.2 Analisando o grau dos diferentes vértices, verificamos que os vértices 4, 5 e 6 têm o maior grau (grau 4). Começamos, por exemplo, pelo vértice 4, que colorimos com uma primeira cor, bem como o vértice 1, que não lhe é adjacente. Passamos a outro vértice de maior grau, vértice 5, por exemplo, que colorimos com uma segunda cor, bem como vértice 2, que não lhe é adjacente. Repetimos o processo agora com o vértice 6, colorindo com uma terceira cor, bem como vértice 3, que não lhe é adjacente. Por fim, colorimos o vértice 7 com uma quarta cor. Assim precisaríamos, no mínimo, de 4 compartimentos para o transporte dos sete produtos.

4.3 Uma combinação possível para acondicionar os produtos será, por exemplo, 1 e 4, 2 e 5, 3 e 6, e 7.

5.1 Por exemplo:



5.2 Seguindo o algoritmo de Kruskal e após ordenar as arestas por ordem crescente dos seus pesos, a ordem de seleção das arestas para formar a árvore abrangente mínima é a seguinte: BC, AB, rejeitamos EB porque forma circuito, CD e, neste ponto, já temos uma árvore com todos os vértices do grafo:



5.3 As ligações a serem efetuadas são AB, BC, AE e CD, e o custo mínimo deste serviço é:

$$50 + 40 + 10 + 68 = 168 \text{ dezenas de euros por ano}$$

ou, mais simplesmente, 1680 euros/ano.