

I. Modelo matemáticos

Capítulo 2 Modelos populacionais

pág. 36

1.1 $6 + 2 + 2 = 10$ euros

1.2 $6 + 14 \times 2 = 34$ euros

1.3 Seja P o preço a pagar, em euros, por h horas de aluguer.

$$P(h) = 6 + (h - 1) \times 2 = 4 + 2h$$

2.1 $C_1 = 1600 \times (1 + 0,046) = 1673,6$ euros

$$C_5 = 1600 + 1600 \times 0,046 \times 5 = 1968 \text{ euros}$$

2.2 $C_n = 1600 (1 + 0,046n) \Leftrightarrow C_n = 1600 + 73,6n$

2.3 $C_n = 2704 \Leftrightarrow 1600 + 73,6n = 2704 \Leftrightarrow 73,6n = 1104 \Leftrightarrow n = 15$ anos

3. $C_n = 1950(1 + t \times n)$ $\searrow$ $2 \times 1950 = 1950(1 + 15t) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 1 + 15t = 2 \Leftrightarrow t \approx 6,7\%$

4.1 Terá de pagar $50 + 4 \times 15 = 110$ euros.

4.2 $185 = 50 + 15n \Leftrightarrow 15n = 135 \Leftrightarrow n = 9$ dias

5.1 No terceiro dia houve $6 + 8 + 8 = 22$ inscrições.

5.2 Como $N(3) = 6 + 2 \times 8$, o modelo pode ser:

$$N(t) = 6 + (t - 1) \times 8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N(t) = 8t - 2$$

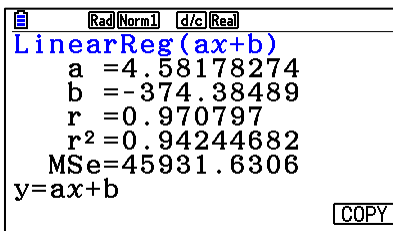
5.3.1 $N(8) = 8 \times 8 - 2 = 62$ inscrições no oitavo dia

5.3.2 $N(t) > 100 \Leftrightarrow 8t - 2 > 100 \Leftrightarrow t > 12,75$

Foi no 13.º dia.

5.3.3 $N(t - 1) + N(t) = 340 \Leftrightarrow 8 \times (t - 1) - 2 + 8t - 2 = 340 \Leftrightarrow t = 22$ dias

6.1 Com auxílio da calculadora gráfica, obtemos os valores pretendidos:



ou seja, $y = 4,582x - 374,385$

6.2 $y = 4,582 \times 1225,8 - 374,385 \approx 5242,2306 \approx 5242$ milhões de euros

7.1 $C_2 = 1250 \times 1,0331^2 \approx 1334,12$ euros

7.2 $C_n = 1250 \times 1,0331^n$

$$\mathbf{7.3} \quad 1972 = 1250 \times 1,0331^n \Leftrightarrow 1,0331^n = 1,5776 \Leftrightarrow n \approx 14 \text{ anos}$$

(resolução com auxílio da calculadora gráfica)

8. $2C_0 = C_0 \times 1,037^n \Leftrightarrow 1,037^n = 2 \Leftrightarrow n \approx 19$ anos

9. $3C_0 = C_0 \times (1+t)^{15} \Leftrightarrow (1+t)^{15} = 3 \Leftrightarrow 1+t = \sqrt[15]{3} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow t \approx 1,076 - 1 \Leftrightarrow t \approx 0,076 = 7,6\%$

10.1 $10\,000 \times 0,1 \times 5 = 5000$ euros

$$\mathbf{10.2} \quad 10\,000 \times (1 + 0,1n) = 50\,000 \Leftrightarrow n = 40 \text{ anos}$$

10.3 $10\,000 \times 1,1^n = 50\,000 \Leftrightarrow n = \log_{1,1} 5 \Leftrightarrow n \approx 16,8863$

(ou através da resolução gráfica com a calculadora)

Ao fim de 17 anos.

11.1 $C_A(n) = 1000 \times 1,015^n$

$$C_A(4) = 1000 \times 1,015^4 \approx 1061,36 \text{ euros}$$

$$C_B(n) = 1000 \times (1 + 0,017n)$$

$$C_R(4) = 1000 \times (1 + 0,017 \times 4) = 1068 \text{ euros}$$

A modalidade B é mais rentável.

$$\mathbf{11.2} \quad 1000 \times 1,015^n = 1000 \times (1 + 0,017n) \Leftrightarrow 1,015^n = 1 + 0,017n$$

Usando a calculadora gráfica, através de uma tabela, graficamente ou por tentativa e erro, obtemos:

$$n = 0 \vee n \approx 17,437$$

Assim, a modalidade A torna-se mais rentável ao fim de 18 anos.

12.

$$1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 + 2197 + 6564 = 9841 \text{ alunos em } 4 \text{ min} \times 7 = 28 \text{ minutos}$$

13.1 $2035 - 2015 \rightarrow 2$ décadas

$$P(2) = 3520 \times 0,943^2 \approx 3130 \text{ habitantes}$$

13.2 $P(10) = 3520 \times 0,943^{10} \approx 1957$ habitantes

14.1 $P(0) = 2 + e^{0,6 \times 0} = 3$

Existiam 3000 bactérias.

14.2 $P(1,5) = 2 + e^{0,6 \times 1,5} \approx 4,45960$

Existirão cerca de 4460 bactérias.

14.3 $P(t) = 6,5 \Leftrightarrow 2 + e^{0,6t} = 6,5 \Leftrightarrow e^{0,6t} = 4,5 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ln 4,5}{0,6} \Leftrightarrow t \approx 2,51 \text{ h}$$

Ao fim de cerca de 2,51 horas.

15.1 $T(7) = 960 \times 1,07^7 \approx 1541,55$ (2032 – 2025 = 7)

Será de aproximadamente 1542 veículos/dia.

15.2 $1875 = 960 \times (1 + t)^9 \Leftrightarrow$ (2034 – 2025 = 9)

$$\Leftrightarrow (1 + t)^9 = 1,953125 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \approx 0,077 = 7,7\%$$

16.1 $R(0) = 475 \times e^{-0,08 \times 0} = 475 \text{ mg}$

16.2 $R(10) = 475 \times e^{-0,08 \times 10} \approx 213,43 \text{ mg}$

16.3 $182 = 475 \times e^{-0,08t} \Leftrightarrow e^{-0,08t} = \frac{182}{475} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-100}{8} \times \ln\left(\frac{182}{475}\right) \Leftrightarrow t \approx 11,991 \approx 12 \text{ anos}$$

pág. 39

17.1.1 $C(0) = 10 \times 1,2^0 = 10$ coelhos

17.1.2 $C(t) > 1000 \Leftrightarrow 10 \times 1,2^t > 1000 \Leftrightarrow 1,2^t > 100 \Leftrightarrow t > 25,26$

Ao fim de aproximadamente 26 meses.

17.2 $\begin{cases} C(12) = 163 \\ C(18) = 787 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \cdot a^{12} = 163 \\ k \cdot a^{18} = 787 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{163}{a^{12}} \\ k = \frac{787}{a^{18}} \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{163}{a^{12}} = \frac{787}{a^{18}} \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a^{18}}{a^{12}} = \frac{787}{163} \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^6 = \frac{787}{163} \\ k = \frac{787}{a^{18}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \approx 1,30 \\ k \approx 7,00 \end{cases}$$

18.1 Recorrendo à calculadora gráfica, introduzimos os valores dados em duas listas e fazemos uma regressão exponencial.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	0	3		
2	5	19.39		
3				
4				

ExpReg(a·e ^{bx})
a = 3
b = 0.37322903
r = 1
r ² = 1
MSe =
y = a · e ^{bx}

Se usar $y = a \times b^x$, vem $a = 3$ e $b \approx 1,452$.

Se usar $y = a \times e^{bx}$, vem $a = 3$ e $b \approx 0,373$.

Logo, o modelo pedido será:

$$P(t) = 3 \times 1,452^t \text{ ou } P(t) = 3e^{0,373t}$$

pág. 40

18.2 Zero horas de 18 de setembro $\rightarrow t = 0$

$$M(0) = 19,39 \times e^{-0,08 \times 0} = 19,39$$

Queremos determinar o menor valor de t , para o qual $M(t) \leq \frac{1}{8}M(0)$, isto é:

$$M(t) \leq \frac{19,39}{8} \Leftrightarrow M(t) \leq 2,42375$$

Colocamos a função $M(t) = 19,39 \times e^{-0,08t}$ no editor de funções da calculadora e analisamos a tabela de valores:

X	Y1
25	2.6241
26	2.4223
27	2.2361
28	2.0642

Verificamos que o primeiro valor de $M(t)$ mais próximo de 2,43275 acontece para $x = 26$ ($t = 26$). Assim, terão de passar, pelo menos, 27 dias para que o número de microrganismos presentes na água seja inferior a um oitavo do número contabilizado no instante em que se adicionou a substância.

$$\begin{aligned}
 19.1 \quad & \begin{cases} P(0) = 3 \\ P(2) = 4,23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 3 \\ a + e^{2b} = 4,23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ e^{2b} = 2,23 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{1}{2} \ln 2,23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b \approx 0,4 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$19.2 \quad P(5) = 2 + e^{0,4 \times 5} = 2 + e^2 \approx 9,389$$

Existirão cerca de 9389 microrganismos.

$$19.3 \quad 2 \times 3 = 2 + e^{0,4t} \Leftrightarrow e^{0,4t} = 4 \Leftrightarrow 0,4t = \ln 4 \Leftrightarrow t \approx 3,4657 \rightarrow 3 \text{ dias, 11 horas e 11 minutos}$$

20.1 Foi 9160 euros.

20.2 Recorrendo à regressão exponencial da calculadora gráfica, obtemos:

$$L(t) = 5,77 \times e^{0,09t} \text{ ou } L(t) = 5,77 \times 1,10^t$$

20.3 $2032 - 2016 = 16$ anos

$$y = 5,77 \times e^{0,09 \times 16} \approx 24,35 \text{ milhares de euros}$$

$$\text{ou } y = 5,77 \times 1,10^{16} \approx 26,51 \text{ milhares de euros}$$

pág. 41

21.1 $P(3 \times 24) = 500 \times 1,03^{72} \approx 4200$ amibas

21.2 $P(t) = 500 \times 1,03^t$, com t em horas

21.3 $10\,000 = 500 \times 1,03^t \Leftrightarrow 1,03^t = 20 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ln 20}{\ln 1,03} \Leftrightarrow t \approx 101,348, \text{ isto é, ao fim de 4 dias, 5 horas e 21 minutos}$$

22. $y(t) = c \times e^{-0,000121t}$

$$0,96c = c \times e^{-0,000121t} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -0,000121t = \ln(0,96) \Leftrightarrow t \approx 337 \text{ anos}$$

De acordo com a informação dada pelo laboratório, podemos concluir (pelos cálculos) que a idade do papel é de cerca de 337 anos. Como foi analisado em 2008, tem-se que $2008 - 337 = 1671$.

Teria sido esta a data, aproximada, de fabrico do papel. Como Leonardo da Vinci morreu em 1519, o manuscrito não pode ser da sua autoria.

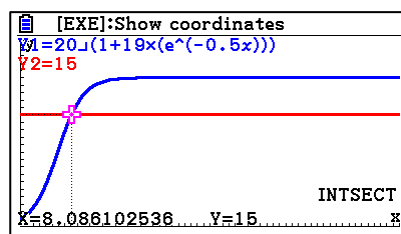
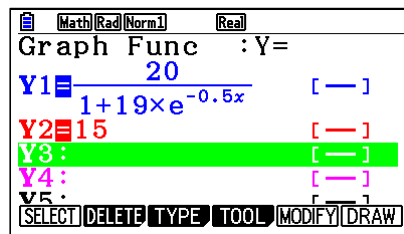
pág. 42

23.1 $P(0) = 1$ $P(1) \approx 1,5969$

$$\text{Percentagem de aumento: } \frac{1,5969 - 1}{1} \times 100 \approx 59,7\%$$

23.2 $P(t) = 15 \Leftrightarrow t \approx 8,086$

Resolução gráfica:



Decorreram 8 anos.

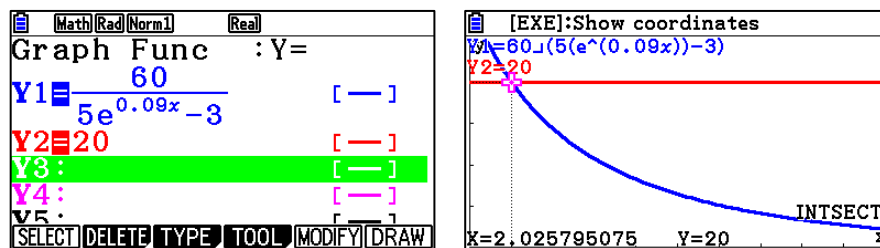
23.3 De acordo com o modelo, com o passar do tempo, o tamanho da população de peixes vai-se aproximando cada vez mais das 20 toneladas sem nunca ultrapassar (ou mesmo atingir) este valor.

$$24.1 \quad q(0) = \frac{60}{5 \times e^{0,09 \times 0 - 3}} = \frac{60}{2} = 30 \text{ g}$$

$$24.2 \quad q(5) = \frac{60}{5 \times e^{0,45 - 3}} \approx 12,393 \text{ g}$$

$$30 - 12,393 \approx 17,61 \text{ g (quantidade de produto dissolvido)}$$

24.3



$t \approx 2,026 \approx 2$ minutos e 2 segundos

25.1 $N(0) = \frac{300}{1+e^{-0,2 \times 0}} = \frac{300}{2} = 150$ plantas

25.2 $N(t) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 300$ (calculadora)

25.3 Não. Tende a estabilizar nas 300 plantas.

26.1 $N(0) = \frac{3000}{1+20 \times e^{-0,5 \times 0}} = \frac{3000}{21} \approx 143$ computadores

26.2 $N(0,5) = \frac{3000}{1+20 \times e^{-0,25}} \approx 181$ computadores

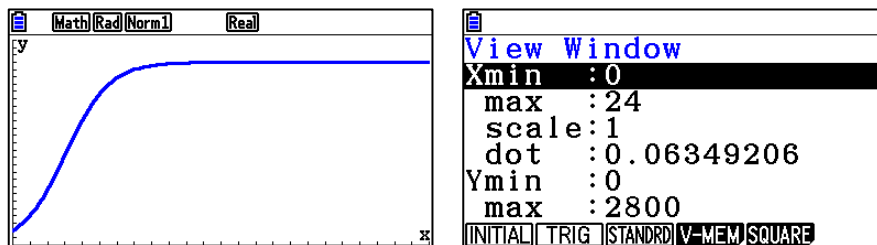
26.3 $N(t) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 3000$ Esperam vender cerca de 3000 computadores.

pág. 43

27.1 Queremos saber o valor de t para o qual $P(t) = 2453$. Consultando a tabela de valores na calculadora, após a introdução da expressão no editor de funções, podemos concluir que o número de desempregados inscritos na delegação em questão é 2453 ao fim de 8 meses.

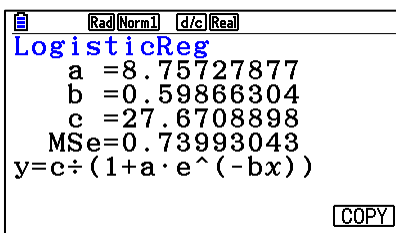
X	Y1
6	2283.8
7	2398
8	2453.1
9	2478.7

27.2 Com auxílio da calculadora, podemos obter o gráfico da função:



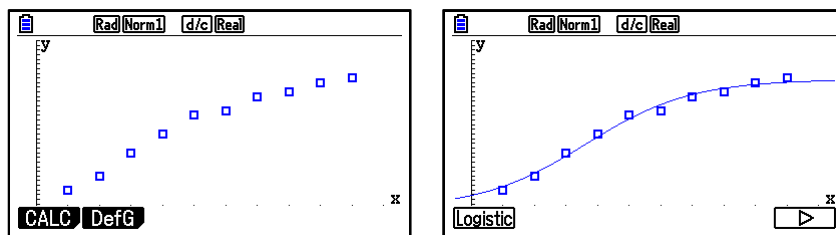
Podemos observar que inicialmente o número de desempregados inscritos era de 200 e que, no final do período em estudo, era 2500 $\left(P(24) = \frac{5000}{2+23 \times e^{-0,8 \times 24}} \approx 2499,99\right)$, o que corresponde ao número máximo de inscritos. Assim, verifica-se um aumento de $2500 - 200 = 2300$ desempregados inscritos nos 24 meses que durou o estudo. Por observação do gráfico, podemos também afirmar que inicialmente se verificou um aumento acentuado do número de desempregados inscritos, mas esse valor foi tendendo a estabilizar com o decorrer do tempo.

28.1 Recorrendo à calculadora gráfica:



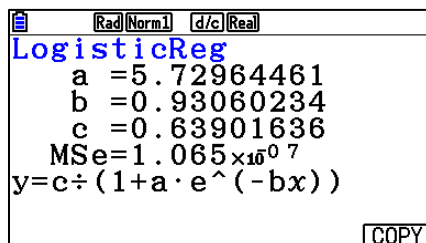
O modelo pedido é, portanto, $y = \frac{27,7}{1+8,8e^{-0,6x}}$.

28.2



28.3 $y = \frac{27,7}{1+8,8e^{-0,6 \times 15}} \approx 27,67$, ou seja, cerca de 28 tulipas.

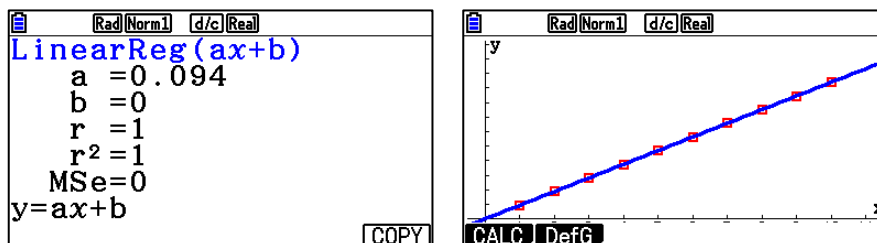
29.1 Introduzindo os valores do tarifário N no editor de estatística e fazendo uma regressão logística, obtemos os seguintes valores:



Assim, os valores pedidos são:

$$a \approx 5,730; b \approx 0,931 \text{ e } c \approx 0,639$$

29.2 Introduzindo agora os valores do tarifário M e fazendo uma regressão linear, obtemos o diagrama de dispersão e a respetiva reta de regressão, em que o eixo horizontal representa a duração das chamadas, em minutos, e o eixo vertical representa o custo da chamada, em euros.



O coeficiente de correlação é $r = 1$, logo, podemos afirmar que a correlação linear é perfeita e concluir que o modelo linear é o adequado para descrever os dados relativos ao tarifário M.

29.3 O modelo linear que se adequa ao tarifário M é (ver ecrã da calculadora na resolução da alínea 28.2):

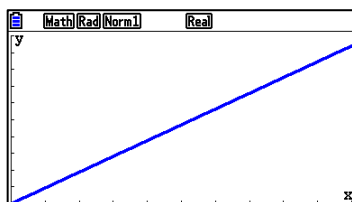
$$M(t) = 0,094t$$

O modelo para o tarifário N, como já vimos é:

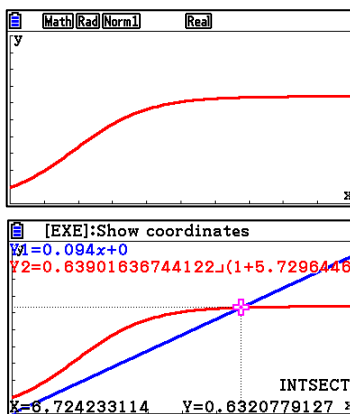
$$N(t) = \frac{0,639}{1 + 5,730 \times e^{-0,931t}}$$

Podemos observar a representação gráfica de cada um destes modelos (e a janela de visualização):

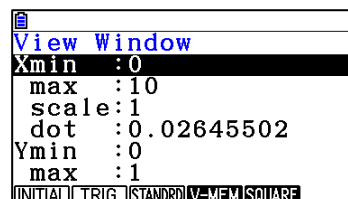
Modelo M



Modelo N



Janela de visualização



Assim, podemos observar que enquanto o modelo M aumenta proporcionalmente, no modelo N verifica-se um aumento acentuado nos primeiros minutos e depois uma estabilização a partir de uma certa altura (0,639 euros). Apesar das diferenças de evolução nos dois tarifários, para chamadas com uma duração total de 6,724 minutos, aproximadamente, o custo é igual para os dois. A partir daqui, o tarifário M torna-se mais dispendioso do que o tarifário N.

30.1 $N(6) = 4,8 \times 3^{0,15 \times 6} \approx 12,902$

$N(5) = 4,8 \times 3^{0,15 \times 5} \approx 10,942$

$N(6) - N(5) = 1,96$, o que significa que, entre o quinto e o sexto mês, as vendas de telemóveis aumentaram cerca de 1,96 milhares.

30.2 $V(t)$ é um modelo logístico, pelo que, com o auxílio da calculadora:

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
6	6	16.236		
7	7	16.257		
8	8	16.288		
9	9	16.29		
				16.29

TOOL EDIT DELETE DEL-ALL INSERT

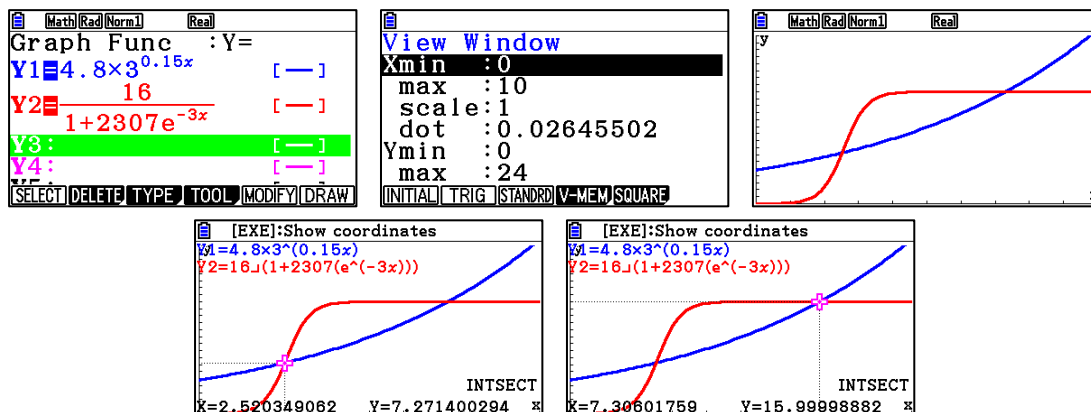
	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
6	6	16.236		
7	7	16.257		
8	8	16.288		
9	9	16.29		
				16.29

LogisticReg
 $a = 2415.66315$
 $b = 3.10230424$
 $c = 15.7852325$
 $MSe = 0.52166039$
 $y = c \div (1 + a \cdot e^{(-bx)})$

COPY

$a \approx 2415,66$; $b \approx 3,10$ e $c \approx 15,79$

30.3 Podemos observar, com o auxílio da calculadora, o gráfico das duas funções (N a azul e V a vermelho), com a janela de visualização utilizada:



De facto, é verdade que, até ao final do segundo mês, o número N de telemóveis vendidos é maior do que o número V de computadores, uma vez que a curva representativa de N se encontra acima da curva representativa de V . A partir do terceiro mês, e até aproximadamente o final do sétimo, o número V de computadores vendidos é superior ao de telemóveis vendidos. A partir do oitavo mês, a representação gráfica da função N fica acima da representação gráfica de V . Logo, o número de telemóveis vendidos volta a ser superior. Assim, a afirmação é falsa.

31.1 $C_n = C + C \times n \times i$

$$1680 = 1500 + 3000i \Leftrightarrow i = \frac{180}{3000} \Leftrightarrow i = 0,06$$

A taxa de juro trimestral é de 6%.

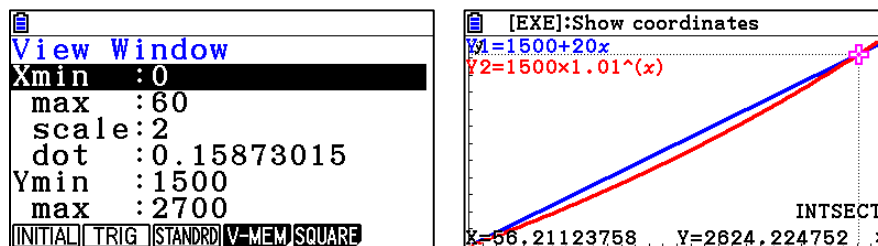
31.2 Ao analisar o capital no final de cada mês da conta X , verificamos que a variação é constante, pois de um mês para o seguinte aumenta 20 euros, o que nos leva a optar por um modelo linear:

$$y = 1500 + 20x$$

Analisando a conta Y , verificamos que o capital no final de cada mês é 1,01 vezes maior do que no mês anterior, o que corresponde a um aumento mensal de 1%. Assim, leva-nos a optar por um modelo exponencial:

$$y = 1500 \times 1,01^x$$

Usando a calculadora gráfica para uma visualização simultânea das duas funções:



Podemos verificar que, no final do mês 56, o montante existente na conta Y ainda não era superior ao da conta X , mas, no final do mês 57, este facto já se verificava. Logo, a Carla tem razão na afirmação que fez.

$$31.3 \ N(10) = \frac{30}{1+16 \times e^{-1,15 \times 10}} \approx 29,995$$

O número de aplicações feitas é de cerca de 30.

$$32. \ L(h) > 4 \Leftrightarrow \log(80 + h) + 2 > 4 \Leftrightarrow \log(80 + h) > 2 \Leftrightarrow 80 + h > 10^2 \Leftrightarrow h > 20 \text{ (analiticamente)}$$

Será necessário trabalhar mais de 20 horas.

pág. 48

$$33.1 \ A(0) = 20 \ln 4 + 30 \approx 57\,726 \text{ km}$$

$$33.2 \ 80 = 20 \ln\left(\frac{t+8}{2}\right) + 30 \Leftrightarrow \ln\left(\frac{t+8}{2}\right) = 2,5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 2e^{2,5} - 8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \approx 16,365, \text{ isto é, cerca de 16 horas e 22 minutos}$$

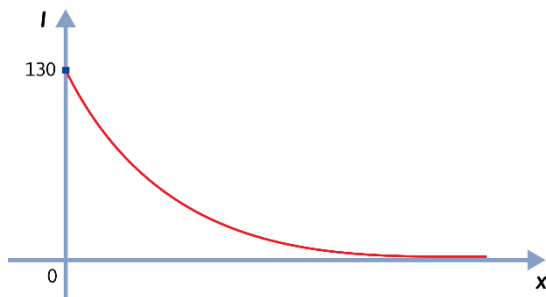
$$34.1 \ \log \frac{30}{130} = -0,03x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{0,03} \log \frac{3}{13} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \approx 21,23 \text{ metros}$$

$$34.2 \ \log \frac{I}{130} = -0,03 \times 10 \Leftrightarrow I = 130 \times 10^{-0,3}$$

$$\Leftrightarrow I \approx 65,15 \text{ lúmens}$$

$$34.3 \ I = 130 \times 10^{-0,03x} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 0 \text{ (} x \text{ representa a profundidade)}$$



A intensidade da luz diminui com o aumento da profundidade (o que também pode ser verificado com a calculadora gráfica).

$$35.1 \ M = \log 1 + 3 = 0 + 3 = 3$$

É a magnitude de um sismo que regista 1 milímetro de amplitude.

$$35.2 \ M = \log 10 + 3 \Leftrightarrow M = 1 + 3 = 4$$

$$35.3 \ 6,2 = \log A + 3 \Leftrightarrow \log A = 3,2 \Leftrightarrow A = 10^{3,2} \Leftrightarrow A \approx 1585 \text{ milímetros}$$

36.1 $D(67) = \log_2 67 = \frac{\ln 67}{\ln 2} \approx 6,1$

A diversidade será cerca de 6,1.

36.2 Queremos determinar o valor de n , de modo que:

$$D(n) \geq 4,3 \Leftrightarrow \log_2 n \geq 4,3$$

Usamos a tabela de valores da função na calculadora (após a introdução da função):

X	Y1
18	4.1699
19	4.2479
20	4.3219
21	4.3923

Podemos verificar que o primeiro valor a ultrapassar 4,3 é 4,3219, que corresponde ao valor $x = 20$. Assim, é necessário um número mínimo de 20 espécies no aquário para que a diversidade não seja inferior a 4,3.

pág. 49

37.1 $2018 - 2006 = 12 \rightarrow$ número de anos decorridos

Assim, $A(12) = 100 \ln(4 + 0,49 \times 12) \approx 229,05$.

O número de unidades de sangue a recolher em 2018 será de aproximadamente 229 milhares.

37.2 Podemos recorrer à calculadora gráfica para observar a tabela de valores da função A:

X	Y1
14	238.5
15	242.92
16	247.14
17	251.2

Pretendemos determinar o menor valor de t para o qual $A(t) \geq 250$. Concluimos que terão de passar 17 anos até que o número de unidades de sangue recolhidas ultrapasse as 250 mil por ano. Assim, as necessidades do país serão asseguradas em $2006 + 17 = 2023$.

38.1 Ao fim de uma semana (sete dias), a planta tem 7,15 centímetros.

38.2 $y = 0,85 + 3,13 \ln x$ (calculadora)

38.3 $y = 0,85 + 3,13 \ln 31 \Leftrightarrow y \approx 11,60$ centímetros

pág. 50

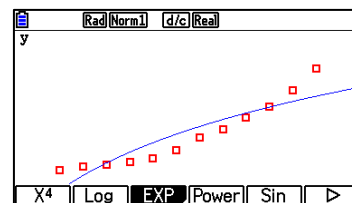
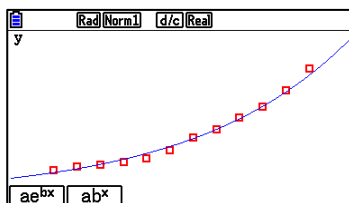
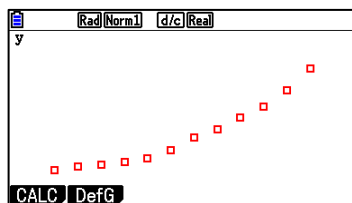
39.

Exponencial:

$$y = 0,68e^{-0,30x} \text{ ou } y = 0,68 \times 1,35^x$$

Logarítmico:

$$y = -4,16 + 4,94 \ln x$$

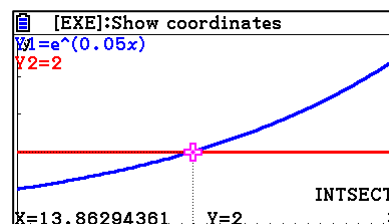
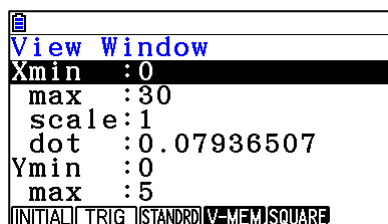
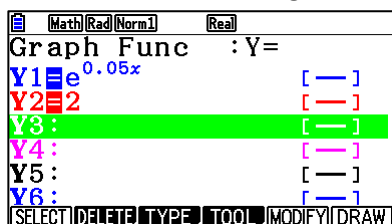


O modelo exponencial é o que melhor se ajusta.

40.1 $P(0) = 1800 \times e^{0,05 \times 0} \approx 1800$

e $P(t) = 2 \times 1800 \Leftrightarrow e^{0,05t} = 2$

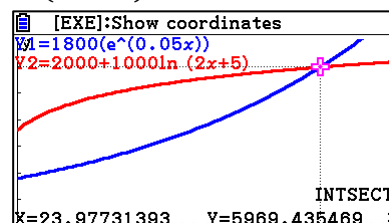
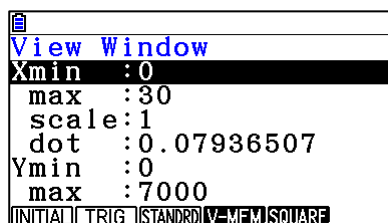
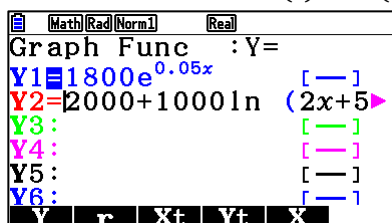
Recorrendo à calculadora gráfica:



Serão necessários cerca de 14 anos para que o número de habitantes de Peso duplique.

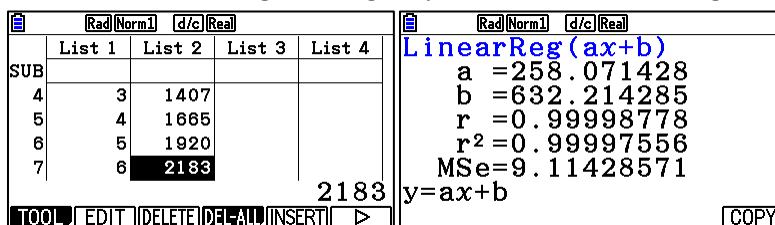
40.2 Recorremos mais uma vez às potencialidades gráficas da calculadora, agora para resolver a condição:

$$P(t) > N(t) \Leftrightarrow 1800 \times e^{0,05t} > 2000 + 1000 \ln(2t + 5)$$



Serão necessários cerca de 24 anos para que o número de habitantes de Peso seja superior ao de Neiva.

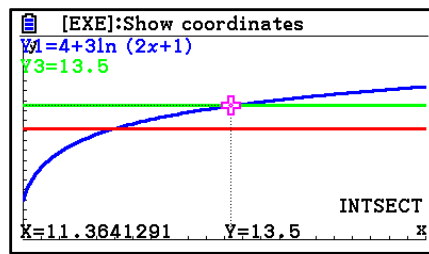
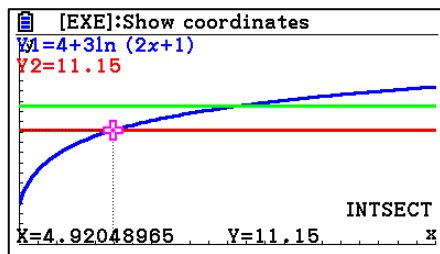
40.3 Mais uma vez, utilizamos a calculadora gráfica, agora para determinar uma regressão linear:



Obtemos: $R(t) = 258,07x + 632,21$

A data 1 de junho de 2012 corresponde a $t = 12$. Logo, $R(12) = 258,07 \times 12 + 632,21 = 3729,05$, isto é, a 1 de junho de 2012, o número de habitantes de Runa deveria ser aproximadamente 3729.

41.1 Queremos resolver as equações $A(t) = 11,15$ e $A(t) = 13,5$. Recorrendo à calculadora gráfica:



obtemos respetivamente as soluções $t \approx 4,92$ e $t \approx 11,36$.

O maior investimento em publicidade ocorreu durante $11,36 - 4,92 = 6,44$, isto é, durante 6 anos completos.

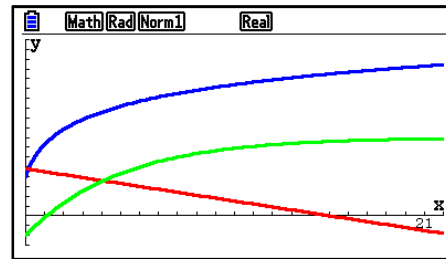
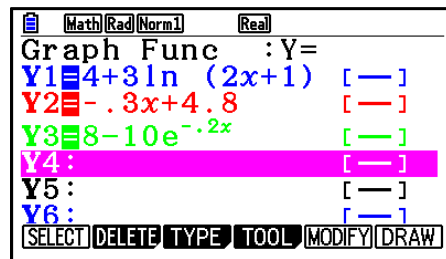
41.2 Opção (D)

$$A(0) = 4$$

$$A(1) \approx 7,296$$

Percentagem de aumento: $\frac{7,276-4}{4} \times 100 \approx 82\%$

41.3 Através da calculadora gráfica podemos obter o gráfico de cada uma das funções e analisar as afirmações por comparação com os gráficos.



Assim:

- (a) $\rightarrow$ (4) e (7);
- (b) $\rightarrow$ (1), (2) e (6);
- (c) $\rightarrow$ (3) e (5) ($A(2) - A(0) \approx 4,8$ milhões de euros e $C(2) - C(0) \approx 3,3$ milhões de euros).