

Capítulo 5- Modelos financeiros (pág.280)

Introdução(281).

Neste capítulo vamos estudar algumas situações concretas dos modelos financeiros, tais como impostos, preços, juros, inflação, etc.

Em alguns casos, a nossa abordagem será ligeiramente simplificada, isto é, não terá em conta todas as variáveis da situação real.

5.1 Problemas matemáticos da área financeira(282).

5.1.1 Impostos(282).

Imposto é uma prestação obrigatória, com vista à cobertura das despesas públicas.

Ex: IRS/IRC, IMI e IMT, IVA, Imposto de Selo.

Os impostos podem ser diretos ou indiretos.

Diretos: impostos que taxam diretamente o contribuinte. Ex: IRS/IRC e IMI.

Indiretos: Impostos que taxam os bens adquiridos pelo contribuinte. Ex: IVA, IMT, ISV.

IRS (Pág. 283)

Sugestão: consulte o vídeo indicado na página 283.

IRS-Imposto sobre o rendimento das pessoas singulares. A sua taxa depende do valor coletável e da zona do país onde foi auferido.

Tabela IRS (ano 2023) pág. 283.

Nota 1: No caso de um casal, devemos dividir o rendimento total por dois, usar a tabela e voltar a multiplicar por dois.

Nota 2: Para rendimentos muito altos ainda existe uma taxa adicional (pág. 283)

Exemplo 1 (pág. 283).

Check (pág. 284).

O **salário bruto mensal** corresponde ao valor que a entidade patronal paga a um trabalhador, antes de qualquer desconto e de qualquer abono.

O **salário líquido mensal** obtém-se retirando ao salário bruto mensal alguns descontos tais como o IRS e a segurança social, e acrescentando os abonos.

Exemplo 2 (pág. 285) Salário Líquido.

IMI (pág. 287)

Sugestão: consulte o vídeo indicado na página 287.

IMI- Imposto municipal sobre imóveis. Incide sobre o valor patrimonial dos prédios.

Para calcular o valor a pagar de IMI, multiplicamos o valor patrimonial tributário(VPT) pela taxa.

O VPT ou V_t , calcula-se com:

$$V_t = V_c \times A \times Ca \times Cl \times Cq \times Cv$$

(consulte a página 287 do livro).

Exemplo 3 (pág. 287).

Check (pág. 288).

IVA (pág. 289).

Sugestão: consulte o vídeo indicado na página 289.

IVA-Imposto sobre o Valor Acrescentado.

É um imposto que pagamos quando compramos os produtos de consumo.(Alimentos, medicamentos, livros, ...)

Taxas referentes ao ano 2023- Artigo 18º (pág. 289)

Portugal continental- 6%, 13% e 23%

Açores-4%, 9% e 16%

Madeira-5%, 12% e 22%

Exemplo 4 (pág.289)

Check (pág. 289)

IMT (pág. 290).

Sugestão: consulte o vídeo indicado na página 290.

O **IMT:** Imposto Municipal sobre as Transmissões Onerosas de Imóveis.

Aplica-se na compra de casa para habitação, apartamento(ou fração autónoma), casa para férias, espaço para uma loja, terreno, etc...

O valor do imposto depende do incide sobre o maior dos seguintes valores: o valor celebrado no ato da aquisição, o que se encontra no contrato de compra e venda ou o valor do VPT. Calcula-se a partir das tabelas oficiais. (pág, 290 e 291).

Há também uma percentagem de 5% para os prédios rústicos(terrenos) e 6.5% para espaços comerciais ou escritórios. É aplicada uma taxa de 10% quando o comprador tem residência num *off-shore*. (pág. 291).

Exemplo 5(pág. 291). (2º processo: usando o valor a abater...)

Nota: no exemplo anterior, também pode fazer diretamente com a taxa 2% e a parcela a abater. $(123650 \times 0.02 - 1941.28 = 531.73 \text{ €})$

Exemplo 6(pág. 292).

Check (pág. 292).

ISV (pág. 292).

ISV-Imposto Sobre Veículos.

Pagamos quando compramos o carro. Este imposto depende da cilindrada do carro e da emissão de CO₂. Também depende do tipo de combustível.

Os carros 100% elétricos não pagam ISV.

$$\text{ISV} = \text{Taxa}_{\text{cilindrada}} + \text{Taxa}_{\text{CO}_2}$$

Nota: ao valor deste imposto, ainda é aplicada uma taxa de IVA de 23%.

Tabelas pág. 293.

Exemplo 7(pág. 294).

Check (pág. 294).

IUC (pág. 295).

IUC-Imposto Único de Circulação

É pago anualmente. O seu valor depende da categoria do carro(ligeiro, pesado, passageiros, carga, trator,...), o ano de matrícula, da cilindrada, do tipo de combustível e das emissões de CO₂.

$$\text{IUC} = (\text{Taxa}_{\text{cilindrada}} + \text{Taxa}_{\text{CO}_2}) \times \text{Coeficiente}_{\text{data de matrícula}} + \text{Taxa}_{\text{adicional de gasóleo}}$$

Tabelas: pág. 295 e 296

Exemplo 8(pág. 296).

Check (pág. 296).

Prova dos 9 (pág. 297). Vários impostos. (Resolver todos na aula)

Exercícios de aplicação (pág. 332): 1 a 14. (Resolver para praticar).

5.1.2 Inflação e custo de vida(298).

Sugestão: vídeo da PorData: <https://youtu.be/4gsrnpGRCTo>

Inflação representa o crescimento contínuo e generalizado dos preços dos bens.

Exemplo: (extra). Um pacote de leite custava 1 euro. Tenho 6 euros e consigo comprar 6 pacotes de leite. Se o leite passar a custar 1.5 euros, com os mesmos 6 euros apenas consigo comprar 4 pacotes...(mas aplicado a um cabaz...).

O oposto da inflação é a **deflação**.

Exemplo: extra. Um pacote de leite custava 1.5 euros. Tenho 6 euros e consigo comprar 4 pacotes de leite. Se o leite passar a custar 1 euro, com os mesmos 6 euros já consigo comprar 6 pacotes...(mas aplicado a um cabaz...).

Nota: Se o ordenado não se altera e os preços sobem, aumenta o “custo de vida”.

A variação do custo de vida calcula-se pelo “**Índice de Preços ao Consumidor**”(IPC).

Este índice toma em consideração um «cabaz de bens de consumo corrente» fixo (bens alimentares, habitação, vestuário e cuidados médicos) e mede o seu custo.

A taxa de inflação corresponde à taxa de variação do IPC entre dois momentos.

Taxa de inflação no período compreendido entre os momentos A e B: (Pág. 299)

$$\frac{IPC_{\text{MomentoB}} - IPC_{\text{MomentoA}}}{IPC_{\text{MomentoA}}} \times 100\%$$

Nota: Para uma melhor comparação das taxas de inflação entre os países da União Europeia (UE) utiliza-se o **Índice Harmonizado de Preços no Consumidor (IHPC)**.

Exemplo 9 (299)

Prova dos 9 (pág. 300)- Inflação e custo de vida. (Resolver na aula).

Exercícios de aplicação (pág. 333): 15 (Resolver para praticar).

5.2 Atividade bancária(301).

Sugestão: consulte o vídeo indicado na pág. 301

5.2.1 Depósitos e juros(301).

Alguns tipos de depósitos (pág. 302).

À ordem; com pré-aviso; a prazo; a prazo não mobilizáveis antecipadamente; em regime especial.

Nota: sobre o dinheiro depositado, costuma incidir uma taxa de juro ganho pelo depositante. Também é frequente ser aplicado um imposto sobre os juros ganhos.

Capitalização de juros- quando se juntam os juros ganhos ao capital.

Taxa de juro pode ser anual, semestral, trimestral, ...

TANB- taxa anual nominal bruta. (pág. 302).

Anual- capitalizado anualmente.

Nominal- não varia em função da inflação.

Bruta- ainda não considera o imposto a aplicar.

TANL- Taxa anual nominal líquida. Já considera o valor depois de aplicados os impostos.

Nota: Para os cálculos exatos dos juros, consideramos um ano com 360 dias e um mês com 30 dias.

Exemplo 10 (pág. 303).

Juro simples. (pág. 304).

Juro simples: o juro produzido é sempre o mesmo e não é adicionado ao capital.

Cálculo do juro (ao fim de n anos).

$$J_n = C_0 \times n \times i$$

onde n é o número de anos, C_0 é o capital inicial e i é a taxa de juro na forma decimal.

Exemplo 11 (pág. 304)

Exemplo 12 (pág. 304)

Capital ao fim de n anos:

$$C_n = C_0 + C_0 \times n \times i$$

$$[\text{ou } C_n = C_0 \times (1 + n \times i)]$$

onde n é o número de anos, C_0 é o capital inicial e i é a taxa de juro na forma decimal.

Exemplo (EXTRA)

Suponhamos que eu deposito 5000 euros em regime de juro simples a uma taxa de 6% ao ano.

- 1) Quanto ganharei de juro ao fim de 1 ano?
- 2) Quanto ganharei de juro ao fim de 5 anos?
- 3) Qual será o meu capital ao fim de 8 anos?

Resolução

1) $J_1 = 5000 \times 1 \times 0.06 = 300$ Ganharei 300 € de juro.

2) $J_5 = 5000 \times 5 \times 0.06 = 1500$ Ganharei 1500 € de juro.

3) $C_8 = 5000 + 5000 \times 8 \times 0.06 = 7400$ ao fim de 8 anos o meu capital será 7400€.

[Ou, diretamente $C_8 = 5000 \times (1 + 8 \times 0.06) = 7400$]

Exemplo 13 (pág. 305)

Check (pág. 305).

Juros compostos. (pág. 306).

Juros compostos: o juro produzido em cada período é adicionado ao capital.

Nota: Admitimos que o juro é **capitalizado anualmente**, isto é, adicionado ao capital, no fim de cada ano.

Exemplo 14 (pág. 306).

Capital ao fim de n anos:

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n$$

Cálculo do **juro** (ao fim de n anos).

$$J_n = C_n - C_0.$$

onde n é o número de anos, C_0 é o capital inicial e i é a taxa de juro na forma decimal.

Exemplo(EXTRA)

Suponhamos que eu deposito 5000 euros em regime de juro composto a uma taxa de 6% ao ano. Qual será o meu capital ao fim de 8 anos? E qual é o valor do juro ganho?

Resolução:

$$C_8 = 5000 \times (1+0.06)^8 = 5000 \times (1.06)^8 \approx 7969.24$$

Ao fim de 8 anos o capital é de 7969.24€

O juro ganho é:

$$7969.24 - 5000 = 2969.24 \text{ euros.}$$

Exemplo 15 (pág. 307).

Nota: Vamos agora apresentar uma fórmula que permite calcular o capital, mesmo quando o **período de capitalização** não é um ano.

$$C_n = C_0 \times \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{kn}$$

Onde i é a taxa de juro anual na forma decimal e k é o número de capitalizações anuais.

Exemplo 16 (pág. 308).

Exemplo 17 (pág. 309).

Check (pág. 309).

Exemplo (Extra)- Calculadora gráfica.

Foi feito um investimento em regime de juro composto no valor de 1 020 000€.
A taxa de juro anual foi de 10% e produziu um capital acumulado de 2 186 460.59 €.
Qual terá sido o tempo de duração deste investimento?

Resolução:

1º processo- Tentativa e erro:

Colocamos $2186460.59 = 1020000 \times 1.1^n$

E experimentamos vários valores para o n.

Podemos concluir que $2186460.59 = 1020000 \times 1.1^8 = 2186460.586 \approx 2186460.59$

Resposta: 8 anos.

2º processo: Calculadora gráfica-Tabela.

Colocar na calculadora gráfica a função $Y_1 = 1020000 \times 1.1^x$ e pedir uma tabela com valores para x a varia entre 0 e 20. Colocar o cursor sobre a tabela para procurar o número.

Casio:

Menu/ tabela (ou table)/

Se houver alguma função escrita, apague (Delete).

Introduzir $Y_1 = 1020000 \times 1.1^x$. (EXE).

Nota: o x é com a tecla: $[X, \theta, T]$ e o “elevado a” é com $[^]$.

Use o [SET] para definir: Start:1 | End: 10 | e Step: 1. (EXE).

[TABLE]

Coloque o cursor sobre os valores da tabela e para ler os números ...

Texas:

Tecla [Y=]

Se houver alguma função escrita, apague [CLEAR].

Introduzir $Y_1 = 1020000 \times 1.1^x$. (ENTER).

Nota: o x é com a tecla: $[X, \theta, T, n]$ e o “elevado a” é com $[^]$.

Use o [TBLSET](por cima de Window) para definir: TblStart:1 Δ TBL=1 (ENTER).

[TABLE] (por cima de [GRAPH])

Coloque o cursor sobre os valores da tabela e para ler os números ...

TI-Nspire:

Utilizar os materiais sobre tabelas. Por exemplo, pode adaptar de:

<https://pedronoia.net/nspire/10li197ex5.pdf>

ou procurar nas instruções.

NumWorks:

<https://www.numworks.com/pt/professores/tutoriais/>

funções/

<https://www.numworks.com/pt/professores/tutoriais/funcoes/>

“obter a tabela de valores de uma função”

<https://youtu.be/UofH2hQ0uik?si=xuR-vDrFVa555-NF>

Nota: Nas calculadoras existe uma secção específica para matemática financeira. Para conhecer o seu funcionamento, pode aceder ao modelo da sua calculadora e entrar em “Juros simples” e/ou “juros compostos”, no link abaixo:

<https://auladigital.leya.com/resources/qrcodes/multiresource/QR2980/index.html>

Conta poupança habitação:

Raciocínio semelhante ao juro composto, mas vamos fazendo novos depósitos.

Exemplo 18 (pág. 310)- Conta poupança habitação.

Prova dos 9 (pág. 311)- Juro simples e juro composto.

Página 312: Questões 4.3 e 5- **instruções sobre a calculadora/secção de finanças.**

Exercícios de Aplicação(pág. 333): 16 a 20.

Nota: Os juros que se recebe numa conta a prazo estão sujeitos a imposto. Atualmente são taxados a 28%.

5.2.2 Crédito. (313).

Nota: Quando um banco nos empresta dinheiro somos obrigados a devolvê-lo numa ou em várias contraprestações, acrescido de um juro.

Crédito à habitação.(pág. 313).

Exemplo 19 (pág. 314)

Nota: na prática, ao exemplo anterior ainda falta adicionar algumas taxas tais como imposto, seguro, etc. A taxa anual de encargos efetiva global (**TAEG**), inclui todas as taxas que recaem sobre o nosso empréstimo.

Nota: quando o cliente tem alguma dificuldade temporária em suportar a totalidade do valor de cada prestação, pode negociar com o banco um período de carência.

Empréstimo com carência- Durante um determinado período de tempo, o cliente paga apenas os juros.

Exemplo 20 (pág. 315)- Carência durante dois anos.

Check (pág. 315).

Crédito pessoal(pág. 316).

É um crédito a curto ou médio prazo, em que, na generalidade, o prazo de pagamento não ultrapassa os cinco anos.

Exemplo 21 (pág. 316).

Check (pág. 316).

Cartão de crédito (pág. 317).

Neste tipo de crédito existem duas possibilidades:

1-Pagamos toda a dívida dentro do prazo (normalmente 30 dias), e nesse caso a dívida fica paga. Não são acrescentados juros.

2-Pagamos apenas uma parte da dívida no final do mês e vamos pagando o restante mensalmente. Neste caso, são acrescentados juros ao valor em dívida.

Nota: no caso 2, a percentagem da dívida a pagar em cada mês pode ter uma das modalidades: 15%; 30% ou 50%. Outra alternativa é o número de prestações: 3; 6 ou 12. Quando o valor em dívida é muito reduzido, costuma ser cobrado todo de uma vez.

Exemplo 22 (pág. 317).

Check (pág. 318).

Prova dos 9 (pág. 318)- Crédito.

Exercícios de Aplicação(pág. 334): 21 a 23.

5.2.3. Aluguer e compra (320).

Aquisição de um automóvel:

Pronto pagamento; Crédito automóvel; *leasing*; ALD; *renting*.

Crédito automóvel- semelhante ao crédito pessoal.

Leasing- O cliente utiliza o automóvel e paga uma renda mensal. No final do contrato pode comprar o automóvel se pagar o valor residual.
Geralmente, o prazo mínimo de pagamento é de 18 meses.

ALD- Parecido ao leasing. O cliente deve pagar um seguro contra todos os riscos. O cliente compromete-se a comprar o carro no final do contrato. A vantagem deste contrato é ter taxas de juro mais baixas.

Renting- aluguer de um carro.

Exemplo 23 (pág. 321) contrato *leasing*.

Nota: reparemos que, no exemplo anterior, o valor do juro vai diminuindo à medida que o valor em dívida diminui.

Exemplo 24 (pág. 322) Crédito automóvel.

Exercícios de Aplicação(pág. 334): 24.

5.3 Tarifários(323).

São várias as situações do dia a dia em que é necessário tomar decisões relativamente a modelos financeiros simples. Exemplos: o tarifário para a eletricidade, para o telemóvel, para a Internet, TV cabo, estacionamento, etc.

Exemplo 25(pág. 323)Tarifário do estacionamento.

Exemplo 26(pág. 324)Tarifário da água.

Prova dos 9 (pág. 325)- Tarifários.

Exercícios de Aplicação(pág. 334): 25 a 27.

Pensamento computacional- Python e Excel. (pág. 327).

Sugestão: consulte os links e os tutoriais de Python (pág. 327) e Excel (pág. 328) indicados no seu manual.

Se tiver dificuldade em Python, pode consultar também:

<https://pedronoia.pt/python/tutorial.htm>

Síntese (pág. 329)

IMPOSTOS DIRETOS (taxam diretamente o contribuinte) IRS, IMI

IMPOSTOS INDIRETOS (taxam os bens adquiridos pelo contribuinte) IVA, IMT, ISV, IUC

INFLAÇÃO E CUSTO DE VIDA Inflação

ATIVIDADE BANCÁRIA (depósitos e juros) Juros simples, Juros compostos

Preparado ? (pág. 335).

A pensar no exame (pág. 338)