Capítulo 3- Estatística Descritiva. (Pág. 155)

Introdução (pág. 157)

(Pág. 158)

Estatística → Estatística **descritiva**.

Estatística → Estatística **Indutiva** **ou inferência Estatística**.

A **Estatística Descritiva** envolve métodos de recolha, organização e apresentação dos dados, procurando descrever as características principais de uma amostra.

A **Estatística Indutiva** tem por finalidade inferir para uma população , as propriedades verificadas na amostra.

Nota: a estatística indutiva ou inferência estatística só será aprofundada no 11º ano.

Estudo estatístico (fases) (pág. 158)

1ª fase — Identificação do objeto do estudo estatístico: Nesta fase decide-se qual o objeto no nosso estudo e a variável ou variáveis a estudar. (ex: alturas dos alunos)
2ª fase — Recolha de dados: Esta recolha pode ser realizada através de inquéritos, observações, consulta de documentos ou entrevistas (por exemplo, telefónicas). (Ex: Medir os alunos)
3ª fase — Organização e apresentação de dados: Consiste em reduzir os dados obtidos e organizá-los em tabelas e/ou gráficos.
4ª fase — Análise e interpretação de resultados: É a fase em que se obtém as conclusões relativamente ao objetivo que nos havíamos proposto estudar.

(Pág. 159):

População ou universo estatístico é um conjunto de elementos, que podem ser pessoas, animais, resultados experimentais, etc. , com pelo menos uma característica comum, que se pretende analisar.

Ex: alunos de uma Escola.

Variável ou caráter estatístico é uma característica ou propriedade da população em estudo à qual se possa atribuir um número ou uma categoria.

Ex: altura de cada aluno.

Unidade estatística é cada um dos elementos da população.
Exemplo: cada um dos alunos.

Efetivo ou **dimensão da população** é o número de elementos da população.

Amostra é um subconjunto finito da população.

Nota: Censo é um estudo estatístico que incide sobre todos os elementos de uma população. Sondagem é um estudo estatístico em que se utiliza apenas uma amostra da população.

Qualitativas – são atributos que, por se relacionarem com qualidades, não se podem traduzir numericamente. Por exemplo, a cor dos olhos, a profissão, o sexo e a nacionalidade.

Quantitativas – são atributos que se podem traduzir numericamente, quer através de uma contagem, quer através de uma medição. Por exemplo, a duração de um tema musical, a distância de casa à escola e o número de irmãos.

Dentro das variáveis quantitativas podemos distinguir:

Discretas – a variável só toma valores isolados. Por exemplo, o número de irmãos e o número de mensagens recebidas por dia.

Contínuas – a variável toma qualquer valor de um dado intervalo. Por exemplo, a altura e a temperatura.

Check (159)

3.1 Interpretação de tabelas e gráficos(pág. 160).

Exemplo 1 (pág. 160)- INE -População portuguesa(homens mulheres) entre 2012 e 2022.

Exemplo 2 (pág. 162)- Espetadores no cinema em 2022 em várias regiões de Portugal.

Exemplo 3 (pág. 163)- Tipos de crimes em Portugal em 2018.

Exemplo 4 (pág. 164)- Pirâmides etárias em Portugal em 2020 e previsão para 2050.

Prova dos 9 (pág. 165). (Resolver na aula: 2, 3, 5, 7. Resolva para praticar: 1, 4, 6)

Exercícios de Aplicação (pág. 231) 1 a 13. (Resolva para praticar)

3.1.1 Mentir com a Estatística (169).

Exemplo 5(169)

Exemplo 6(170)

Exemplo 7(170)

Check (171)

Quiz (pág 171)- Interpretação de tabelas e gráficos. (Tente resolvar)

3.2 Planeamento e aquisição de dados (pág. 99)

Tipologias de estudos estatísticos:

Censo ou **recenseamento** é um estudo estatístico que incide sobre todos os elementos de uma população.
Sondagem é um estudo estatístico em que se utiliza apenas uma amostra da população.

Nota: Dado que a população tem todos os elementos, as amostras só são utilizadas quando não é viável ou não é prático usar todos os elementos da população.

Exemplo 8 (172)

Check (pág.173).

Quiz (pág. 174) (Tente resolver)

Exemplo 9 (pág. 174).

CG: Gerar aleatoriamente 60 números inteiros entre 1 e 1200

Casio: (pág. 226)

Tecla **OPTN/** PROB/RAND/Int.

RanInt#(1,1200,60)

Texas (pág. 229).

Tecla **MATH**/ PROB/randInt (inteiro)

randint(1, 1200, 60) ou introduzir por esta ordem…

Check (pág. 174) Resolva na aula o nº1. Tente resolver o nº2
Nota: Os métodos de amostragem serão dados no 11º ano.

3.3Tabelas de frequências (pág. 175)

Frequência **absoluta**.(f_i) de um valor da variável é o número de vezes que esse valor ocorre nos dados.

Frequência **relativa**.(**fr_i**) de um valor da variável é o quociente entre a sua frequência absoluta e o número total de dados.

Exemplo 10 (pág. 175).

Frequência absoluta acumulada (F_i) de um valor da variável é a soma das frequências absolutas simples correspondentes aos valores inferiores ou iguais ao valor da variável dado.

Frequência relativa acumulada (Fr_i) de um valor da variável é a soma das frequências relativas simples correspondentes aos valores inferiores ou iguais ao valor da variável dado.

Continuação do exemplo 10 para as frequências acumuladas…(pág. 176)

Check (pág. 177)

Nota: Não é costume construir tabelas com frequências **acumuladas**, para variáveis qualitativas, exceto se estas tiverem alguma ordenação implícita.
Exemplo: ensino pré escolar-Básico 1º ciclo-Básico 2º ciclo- Básico 3º ciclo- Secundário-Superior.

Dados agrupados em classes.

Exemplo 11 (178).

Regra: " Número de classes"(178)
Para uma amostra de dimensão n , o número de classes a considerar
é k , onde k é o menor número inteiro tal que $2^k > n$.
No exemplo11: $2^0 = 1$; $2^1 = 2$; $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2^4 = 16$; $2^5 = 32$ $2^6=64>50$

…Continuação do exemplo 3 passos e construção das classes. (178).

Check (pág. 179)

Prova dos 9 (pág. 179). (resolva 1 e 2 na aula)

Quiz (pág. 179). Tente resolver)

Exercícios de aplicação (pág. 235) 14 a 17. (Resolva para praticar) (15.3- Não resolver!….só depois…).

Exemplo extra: Calculadora gráfica.
Retomemos a tabela do check nº 2 (pág. 177)

Nº dias	***f***	***F***	***fr(%)***	***Fr(%)***
10	5			
12	3			
13	8			
15	9			
17	6			
21	10			
22	8			
30	1			
Total:	**50**			

Podemos usar a calculadora gráfica para resolver esta questão de forma mais rápida:

<u>Calculadora gráfica: Tabelas de frequências.</u>

Vamos usar listas da estatística.
Na lista 1, colocamos os valores da variável: 10; 12: 13;(…)
Na lista 2, colocamos as frequências absolutas: 5; 3; 8;(…)
Lista 3-Frequências absolutas acumuladas.
Lista 4- Frequências relativas.
Lista 5- Frequências relativas acumuladas.

Casio:

Na lista1, na linha "SUB" pode escrever XI e na lista 2 "FA".
Para a lista 3, vamos colocar o cursor sobre "List3" e OPTN, LIST, e procurar até encontrar **Cumul**. Depois, completamos:
Cumul List 2 (EXE).
Para a lista 4, vamos colocar o cursor sobre "List4" e OPTN, LIST, e procurar até encontrar "**%**". Depois, completamos:
Percent List 2 (EXE).
Para a lista 5, vamos colocar o cursor sobre "List 5" e OPTN, LIST, e procurar até encontrar **Cumul**. Depois, completamos:
Cumul List 4 (EXE).

Texas:

Comece por completar as duas primeiras listas com os valores da variável e as frequências absolutas respetivamente.
Para obter as frequências absolutas acumuladas:
Coloque o cursor sobre L3 e: |2nd |STAT | OPS|6-cumSum
(ou soma cumulativa)
L3=cumSum(L2) (enter)

Para obter as percentagens, pode colocar o cursor sobre L4 e L4=(L2/50)*100
Para L5, repita o procedimentos cumulativo, aplicado a L4.

TNspire
procure em:
https://pedronoia.net/nspire10.htm
ou, especificamente:
https://pedronoia.net/nspire/10li102ex1.pdf

3.4- Representações gráficas (pág. 180)

3.4.1-Diagrama de Caule e folhas (180)

Traça-se uma linha vertical.
Lado esquerdo, o dígito (ou os dígitos) da ordem de maior grandeza.
Lado direito, o dígito ou dígitos (folhas) imediatamente a seguir ao(s) colocado)s) no caule.
Por fim, devemos colocar por ordem crescente as folhas de cada caule.

Sugestão: consulte o vídeo animação da página 180.

Exemplo 12(pág. 180).

Exemplo 13(pág. 181).

Check (pág. 181).

Exercícios de aplicação(236): 18. (Resolva para treinar)

3.4.2 Gráficos circulares (182)

Deve ter a legenda e a percentagem (ou frequência absoluta) de cada setor;
A área de cada setor é proporcional à frequência; Deve ter um título.

Amplitude do ângulo: $fr_i \times 360°$, [ou $(fi/n) \times 360°$].

(ou regra dos 3 simples com 100% → 360°)

Sugestão: vídeo sobre o gráfico circular (pág. 182)

Exemplo 14 (pág. 182).

Check (pág. 183).

Exercício de aplicação(236): 19, (Resolva para treinar)

3.4.3 Pictogramas(pág.184)

Deve ter em conta que no gráfico:
Tem de ter um título.
-Tem de existir a legenda, a explicitar o significado de cada símbolo;
-o símbolo deve estar relacionado com a característica em estudo e deve poder dividir-se segundo eixos de simetria.
-o número de símbolos é proporcional à frequência;
-os símbolos podem ser desenhados em linhas ou em colunas;

Exemplo 15 (pág. 184)

Check (pág. 184).

Exercícios de aplicação(237): 24, (Resolva para treinar).

3.4.4 Gráficos de barras(185).

A altura é proporcional às frequências (absolutas ou relativas).

As barras devem ficar igualmente distanciadas umas das outras.

Sugestão: consulte o vídeo da página 185

Exemplo 16 (pág. 185)

Exemplo 17 (pág. 186)

Check (pág. 187). (? Lapso na resolução de .1?)

3.4.5 Gráficos de linhas(188).

São segmentos de reta que unem pontos isolados.
É utilizado para representar dados que evoluem ao longo do tempo.

Sugestão: consulte o vídeo "Gráfico de linhas"

Exemplo 18 (pág. 188)

Check (pág. 188)

3.4.6 Histogramas(189).

Para variáveis contínuas com dados agrupados em classes.
As barras ficam juntas.
A área de cada barra é proporcional à respetiva frequência.

Exemplo 19 (pág. 189).

Check (pág. 190).

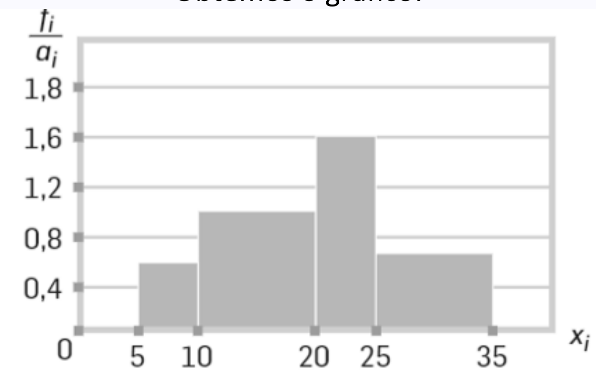
Nota: Quando as classes **não têm a mesma amplitude**, a frequência é igual à área do respetivo retângulo. Assim, a altura é igual à frequência a dividir pela amplitude do intervalo, como no exemplo que se segue:

Classes	[5, 10[	[10, 20[	[20, 25[	[25, 35[
f_i	3	10	8	7

Calculemos as alturas das barras:

Classes	f_i	Amplitudes (a_i)	Altura das barras $\left(\frac{f_i}{a_i}\right)$
[5, 10[	3	5	$\frac{3}{5} = 0{,}6$ (*)
[10, 20[	10	10	$\frac{10}{10} = 1$
[20, 25[	8	5	$\frac{8}{5} = 1{,}6$
[25, 35[	7	10	$\frac{7}{10} = 0{,}7$

Obtemos o gráfico:



Muito importante: estes cálculos só se aplicam quando as amplitudes dos intervalos não são todas iguais (o que é raro aparecer !...)

3.4.7 Polígonos de frequências (190).

Polígono de frequências simples:
Este resulta da união sucessiva, com segmentos de reta, dos pontos médios das bases superiores dos diferentes retângulos.
Marcamos uma classe vazia antes da primeira e outra depois da última.

Exemplo 20(pág. 190).

Polígono de frequências acumuladas:
À Esquerda da primeira classe é zero.
À direita da última classe é igual ao último valor.
Unimos, com segmentos de reta, os pontos mais à direita de cada retângulo.

Exemplo 21 (pág. 191).

Check (pág. 191).

Exercícios de aplicação(pág. 236): 20, 21, 22, 23, 25. (Resolva para praticar)

Prova dos 9 (pág. 192). (Resolva na aula: 1, 3 e 4. O nº 2 resolva para praticar)

Quiz (pág. 193) (Tente resolver)

Sugestão-Calculadora gráfica- Gráficos.

Podemos obter um gráfico de linhas a partir da calculadora gráfica.
Na secção estatística(STAT), podemos colocar na lista 1: [25; 35; 45; 55; 65; 75; 85] e na lista 2: [0; 2; 3; 15; 8; 2; 0].

Casio: GRAPH(F1),
SET(F6) (para definir o tipo de gráfico)
Graph Type:
xyLine(F2) EXE
e
Graph 1.

Texas:
STAT PLOT (2nd Y=)
1: On Type escolher o segundo.
Xlist: L1
YList: L2
Tecla: Graph
Sugestão: tecla Zoom/ ZoomStat

TI-Nspire… procure em:
https://pedronoia.net/nspire10.htm
https://pedronoia.net/nspire/10li112ex8.pdf

3.5 Cálculo de estatísticas(194).

Medidas de localização/Medidas de dispersão.

3.5.1 Medidas de localização(194).

Medidas de tendência central: (média, moda e mediana).

Média (pág. 194).

Média ($\overline{x}$) é o quociente da soma de todos os dados (valores da variável) pelo número de dados, ou seja:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Exemplo 22(pág. 195).Dados simples.

Nota: para a média de uma **amostra** usamos o símbolo $\bar{\mathbf{x}}$. Quando de trata de uma **população**, o valor médio populacional é representado por $\boldsymbol{\mu}$.

Nota: quando os dados estão agrupados, a média pode ser dada por:

$$\overline{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_M f_M}{n}$$

O que seria equivalente a multiplicar cada número pela respetiva frequência relativa:

$\overline{x} = x_1 fr_1 + x_2 fr_2 + \ldots + x_M fr_M$. Recorde que $fr_1=f_1/n$.

Exemplo 23(pág. 195).Dados agrupados.

Nota: no caso de termos dados **agrupados em classes** na forma de **intervalos**, apenas podemos calcular uma <u>aproximação</u> do valor da média. Para tal, usamos a <u>marca</u> da classe e a frequência respetiva.

A **marca da classe** (m_i) obtém-se fazendo a média dos valores extremos do intervalo considerado.(pág.196).
Exemplo: a marca da classe [10, 20[é (10+20) / 2 =15

Média:
(dados agrupados em classes na forma de intervalos)

$$\overline{x} \approx \frac{m_1 f_1 + m_2 f_2 + \ldots + m_M f_M}{n}$$

Onde m_1, m_2, …m_M são as marcas das várias classes.

Exemplo 24(pág. 196).

Check (pág.197).

***Exemplo*(*extra*)** consideremos os números 1; 2; 3.
A sua média é (1+2+3)/3 = 6/3 = 2.

Se, a cada um dos números ***somarmos*** cinco unidades:

1**+5**=6; 2**+5**=7; 3**+5**=8 ,

a nova média será (6+7+8)/3 = 21/3 = 7. A nova média também virá somada de 5 unidades, pois 2+5=7

Do mesmo modo, se ***multiplicarmos*** todos os números por 4, teremos:

$1\times\mathbf{4}= 4;\ 2\times\mathbf{4}= 8;\ 3\times\mathbf{4}= 12.$

A nova média será (4+8+12)/3 = 24/3 = 8. A nova média também virá multiplicada por 4 unidades, pois 2×4=8.

Propriedades da média.(pág. 198)

1) Se a cada valor da variável x adicionarmos uma constante $c\neq 0$, obtemos uma nova variável, y , cuja média é $\bar{y} = \bar{x} + c$.
Exemplo 25 (pág. 198)

2) Se multiplicarmos cada valor da variável x por uma constante $c\neq 0$, obtemos uma nova variável, y , cuja média é $\bar{y} = \bar{x} \times c$.
Exemplo 26 (pág. 198)

Moda (pág. 199)

Moda (M_o) é o valor da variável ao qual corresponde uma maior frequência (absoluta ou relativa).

Exemplo 27 (pág.199).

Se todos os valores da variável têm a mesma frequência, diz-se **amodal**.

No caso de existirem vários valores com a frequência mais alta, diz-se que a amostra é **plurimodal**.

Se existirem exatamente dois valores com a maior frequência — diz-se **bimodal**.

Se os dados estiverem agrupados em classes indicaremos a **classe modal.**
Classe modal é a classe à qual corresponde a maior frequência.

Sugestão: consulte o vídeo da página 199.

Exemplo 28 (pág. 199)

Check (pág. 200).

Mediana(201).

Sugestão: consulte o vídeo da página 201

.
A **mediana** ($\tilde{x}$ ou med. ou M_e) é o valor que divide o conjunto de dados (depois de ordenados) em duas partes com o mesmo número de observações.

-Se o número de dados é **ímpar**, a mediana é o <u>valor central</u>.

-Se o número de dados é **par**, a mediana é a <u>média aritmética dos valores centrais</u>.

Exemplo 1(Extra) 10; 13; **15**; 18; 19; $\tilde{x} = 15$

Exemplo 2(Extra):

10; 13; **<u>15; 18</u>**; 19; 22 $\tilde{x} = \frac{15+18}{2} = 16.5$

Exemplo 29(pág. 201).

Nota: se o número de dados for muito grande, pode não ser prático apresentar todos. Será mais adequado procurar a ordem K da mediana.

Se o número de dados *n* é **ímpar**, a ordem k da mediana é dada por $\boldsymbol{k = \frac{n+1}{2}}$

Se o número de dados *n* é **par**, a mediana corresponde à média dos valores de ordens $\boldsymbol{\frac{n}{2}}$ e $\boldsymbol{\frac{n}{2}}$+1 .

Exemplo 30 (pág. 202).

Exemplo 31 (pág. 202).

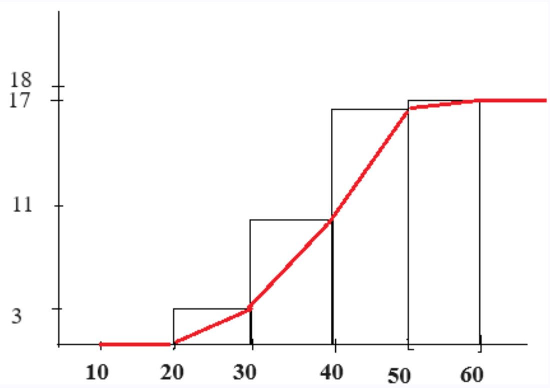
<u>Nota:</u> Se os **dados** estiverem **agrupados** em classes na forma de **intervalos**, determinaremos a classe mediana.

Classe mediana é a classe à qual pertence a mediana. (pág. 202)

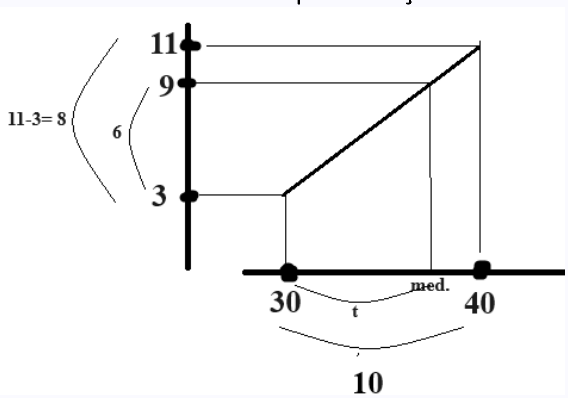
Nota: Para identificarmos a **classe mediana**, determinamos as frequências acumuladas e procuramos a primeira classe que tem frequência acumulada maior ou igual a **n/2**(ou 50%).

Exemplo 32(pág. 203).

Sugestão: (para o exemplo 32)
Construímos o histograma de frequências absolutas acumuladas.



O total de elementos é 18.
18/2=9. A mediana está na classe [30, 40[.
A classe anterior acumula 3 elementos. A classe [30, 40[acumula 3+8=11 elementos.
Queremos determinar geometricamente uma aproximação do 9º elemento.



Usamos a regra dos 3 simples para calcular o ***t***.
10→ 8
t→ 6 t=(10×69/8 ⇔ t= 7.5 med.≈ 30+7.5 ≈37.5

Logo, o valor aproximado da mediana é 37.5

Check (pág. 203). (lapso na resolução do ~~n= 26~~ n=56)

Vantagens, desvantagens e limitações das medidas de tendência central (pág. 204).

Exemplo(Extra): consideremos os números: 1, 1, 3, 4, 61
Média: 14
Mediana: 3
Se substituirmos o 61 por 6:

1, 1, 3, 4, 6
Obtemos:

Média: 3 Mediana: 3

A média é muito **sensível** a valores discrepantes.

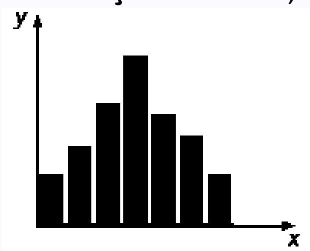
A **mediana** é uma medida **resistente**.

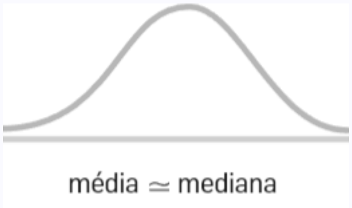
Exemplo 33(pág. 204).

Check (pág. 204).

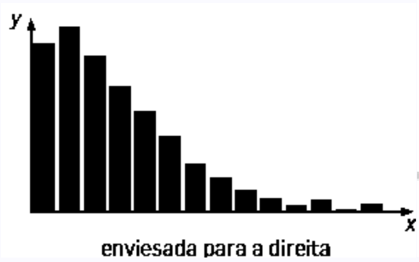
Simetria da distribuição (pág. 205)

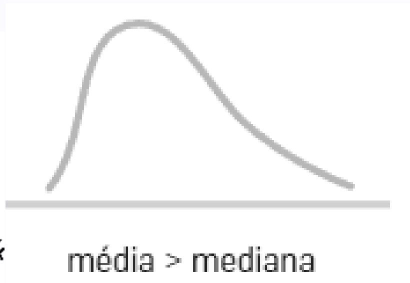
Distribuição simétrica, se a média se aproxima da mediana:



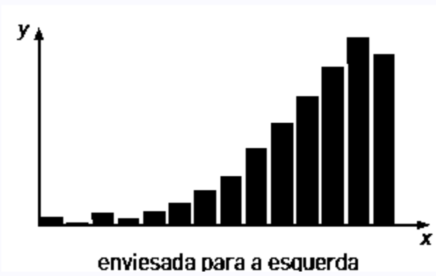


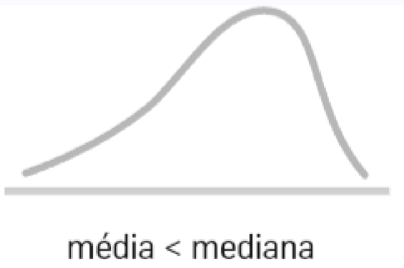
Enviesada para a direita (assimétrica positiva), se a média tende a ser maior do que a mediana:





Enviesada para a esquerda (assimétrica negativa), se a média tende a ser inferior à mediana:





Outras medidas de localização (quartis e percentis) (pág. 206)

Quartis (pág. 206).

Sugestão: consulte o vídeo da página 206.

Os quartis dividem a distribuição em quatro partes iguais, de modo que cada uma das partes contenha o mesmo número de observações.

***Exemplo(extra*)** 1 2 3 4 5 6 7 8 (n=8)

1 2 | 3 4 | 5 6 | 7 8

(1º quartil) Q_1=2.5 Mediana: 4.5 (3º quartil) Q_3=6.5

1º quartil (Q_1) é um valor que divide a amostra (depois de organizados os dados por ordem crescente) em duas partes, de tal modo que, no mínimo, 25% das observações sejam inferiores ou iguais a esse valor e, no máximo, 75% das observações sejam superiores a esse valor.

2º quartil (**Q_2** ou **med.**) corresponde à mediana.

3º quartil (**Q3**) é o valor que divide a amostra (ordenada por ordem crescente) em duas partes, de tal modo que, no mínimo, 75% das observações sejam inferiores ou iguais a esse valor e, no máximo, 25% das observações sejam superiores a esse valor.

Exemplo 34(pág. 206).

Exemplo 35(pág. 207).

Exemplo 36(pág. 207).

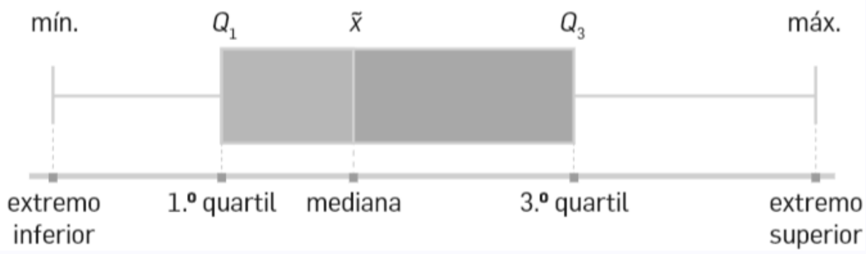
Exemplo 37(pág. 208).

Exemplo 38(pág. 209).

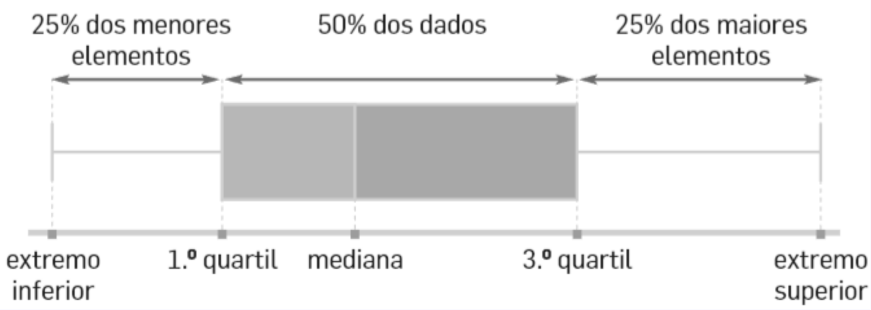
Check (pág. 209).

Diagrama de extremos e quartis (pág. 210)

1º) Desenhamos uma linha vertical, ou horizontal, onde se marcam os extremos e os quartis.
2º) Construímos dois retângulos contíguos — o primeiro entre Q_1 e a mediana e o segundo entre esta e Q_3.
3º) Construímos um segmento de reta entre o mínimo e Q_1 e outro entre Q_3 o máximo.



Percentagens:



Exemplo 39 (pág. 210).

Nota: podemos obter o **diagrama de extremos e quartis** usando a **calculadora gráfica**.

Sugestão 1: Pode consultar os vídeos indicados na página 211.(Escolha a sua calculadora)

Sugestão 2: Pode usar os tutoriais indicados no código QR apresentado no verso da capa do manual ou o link:
https://auladigital.leya.com/resources/qrcodes/multiresource/QR2980/index.html

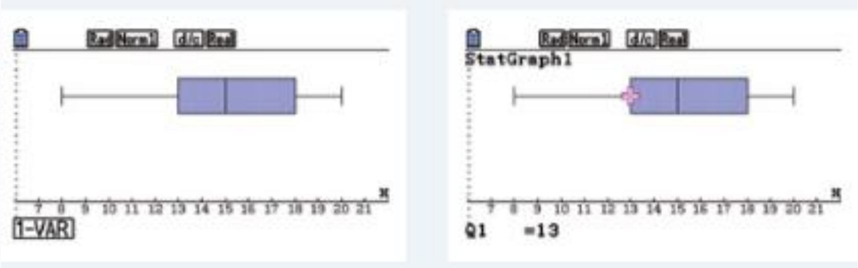
Sugestão 3:

Calculadora gráfica- Diagrama de Extremos e quartis.

Coloque os valores 8; 12; 14; 15; 15; 17; 17; 19; 20. na "lista 1" da calculadora gráfica. (Stat).

Casio:

Depois de lançar os dados, GRAPH(F1);
SET(F6) Graph Type: **MedBox**
Xlist: **list 1**
Frequency: **1**
EXE
GRAPH 1

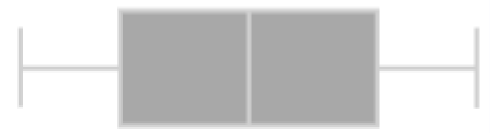


Texas

Depois de lançar os dados em L1, STAT PLOT (2nd Y=)
On e escolha em Type o diagrama de extremos e quartis.
Xlist: L1
Freq: 1
GRAPH

Simetria/ enviesamento (211)

Dados simétricos: Os dados estão distribuídos de forma simétrica.



Enviesamento para a direita: Os dados estão mais dispersos à direita de Q2 e
mais concentrados à esquerda de Q2 .

Enviesamento para a esquerda: Os dados estão mais dispersos à esquerda de Q2 e mais concentrados à direita de Q2 .

Check (pág. 211).

Percentis(pág. 212)

Os **percentis** dividem um conjunto de dados ordenados em cem partes iguais.

O percentil P_k de ordem k tem, no mínimo, k% dos dados da amostra inferiores ou iguais a ele e, no máximo, (100 –k)% dos dados da amostra superiores a ele.

Por exemplo, 20% dos elementos da amostra são inferiores ou iguais ao percentil 20 (P_{20}).

Exemplo 40 (pág. 212).

Exemplo 41 (pág. 213).

Prova dos 9(pág. 214)- Medidas de localização. (Resolva na aula: 1 e.2. Resolva o nº 3 para praticar)

Exercícios de aplicação (pág. 237): 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32. (Resolva para praticar)

3.5.2 Medidas de dispersão(216).

Nota: As medidas que se seguem servem para analisar se os número estão muito próximo (concentrados) entre si, tais como: {10; 10; 10; 11; 11; 11; 12; 12} ou se estão muito afastados(dispersos), tais como {1; 5; 16; 22; 34; 55; 61} .

Amplitude(pág. 216).

Amplitude (h) é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo da variável, ou seja:

$$h = x_{max} - x_{min}$$

Exemplo 43(pág. 216)

Nota: Quando os dados estão agrupados em classes, a amplitude é a diferença entre o limite superior da última classe e o limite inferior da primeira classe.

Exemplo 44(pág. 217)

Nota: Como a amplitude é muito sensível a valores discrepantes, isto é, demasiado altos ou demasiado baixos em relação aos restantes elementos da amostra, por vezes usamos a amplitude interquartil.

Amplitude interquartil(pág. 217)

Amplitude interquartil (A_q) é a diferença entre o 3.º quartil e o 1.º quartil:

$$A_q = Q_3 - Q_1$$

Exemplo 45(pág. 217).

Check (pág. 217).

Desvio médio (pág. 218).

Desvio médio (d_m) é a média dos desvios entre as observações e a média, ou seja:

$$d_m = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

em que x_1, x_2, …x_n são as observações, $\bar{x}$ é a média e n é o número de observações.

Exemplo 46 (pág. 218) Exemplo com dados simples.

Exemplo 47 (pág. 218) Exemplo com dados agrupados.

Exemplo 48 (pág. 219) Exemplo com dados agrupados em intervalos de classe.

Variância (amostral) (pág. 220).

Variância (s^2) é o quociente entre a soma dos quadrados dos desvios em relação à média e o número de observações menos 1, ou seja:

$$s^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \dots + (x_n - \overline{x})^2}{n - 1}$$

Desvio padrão (amostral) (pág. 220).

Desvio padrão(s) é a raiz quadrada da **Variância.**

Exemplo(extra): Variância amostral(**S^2**) e desvio padrão amostral(**S**).

Consideremos os dados de uma <u>amostra</u>: 4; 5; 6.

1º calculemos a média amostral.

$\overline{x}$= (4+5+6)/3 = 5

Variância amostral:

$$S^2 = \frac{(4-\mathbf{5})^2 + (5-\mathbf{5})^2 + (6-\mathbf{5})^2}{3-1} = \frac{1+0+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância:

$$S = \sqrt{S^2}$$

Neste caso, $S = \sqrt{1} = 1$

Exemplo (extra) Desvio padrão amostral.
Consideremos os dados da <u>amostra</u>: 2; 3; 7.
1º calculemos a média da amostra:

$\overline{x}$=(2+3+7)/3 = 4

Variância:

$$S^2 = \frac{(2-\mathbf{4})^2 + (3-\mathbf{4})^2 + (7-\mathbf{4})^2}{3-1} = \frac{4+1+9}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância:

$$S = \sqrt{S^2}$$

Neste caso, $S = \sqrt{7} \approx 2.646$

Nota: se os **dados** forem discretos e estiverem **agrupados**, usamos o mesmo raciocínio, agrupando os respetivos valores:

Variância para dados agrupados:

$$s^2 \approx \frac{f_1\,(m_1 - \overline{x})^2 + f_2\,(m_2 - \overline{x})^2 + \dots + f_M\,(m_M - \overline{x})^2}{n - 1}$$

Nota: se preferirmos, podemos utilizar uma tabela para indicarmos alguns cálculos intermédios, como é indicado no exemplo seguinte.

Exemplo 49 (pág. 221)-usando uma tabela com cálculos intermédios.

Exemplo 50 (pág. 222)Usando calculadora gráfica.

Sugestões para a calculadora gráfica:

Nota: podemos obter o **desvio padrão (s)** usando a **calculadora gráfica**.
Sugestão 1: Pode consultar os vídeos indicados na página 222.(escolha a sua calculadora)
Sugestão 2: Pode usar os tutoriais indicados no código QR apresentado no verso da capa do manual.
Sugestão 3:
https://auladigital.leya.com/resources/qrcodes/multiresource/QR2980/index.html

ou:

Casio:

(CG-Casio)Exemplo 1: dados simples 14; 17; 15; 17; 15; 15; 18:
Colocamos os dados numa lista da secção estatística(Lista 1).

Menu/Estatística.
Introduza os valores na lista 1.
Calc(F2) SET(F6)/ 1Var Xlist: **List 1** 1Var **Freq: 1**. (EXE). 1-VAR(F1)
Aparece a média $\bar{x}$ (aprox. 15.86)
e também outras grandezas. (use a seta para descer.)

(CG-Casio)Exemplo 2: dados Agrupados.
"Lista1": 0; 1; 2; 3; 4. "Lista 2": 3; 5; 7; 10; 5.
Colocamos os dados nas listas da secção estatística(Lista 1, Lista 2).

Casio: Menu/Estatística.
Introduzir os valores na listas 1 e Lista2.
Calc(F2) SET(F6)/ 1Var Xlist: **List 1** 1Var **Freq: List 2**. (EXE). 1-VAR(F1)
Aparece a média $\bar{x}$ (2.3)
e também outras grandezas (use a seta para descer.)
A mediana é representada por "med".

Texas

(CG-Texas)Exemplo 1: dados simples 14; 17; 15; 17; 15; 15; 18:
Colocamos os dados numa lista da secção estatística(Lista 1).

Tecla STAT / edit
Introduza os valores na lista "L1".
STAT/ CÁlCULO(ou CALC)/ 1-Var Stats/
1-Var Stats L1 (ENTER)
Aparece a média $\bar{x}$ (aprox. 15.86)
e também outras grandezas (use a seta para descer.)

(CG-Texas)Exemplo 2: dados Agrupados.
"Lista1": 0; 1; 2; 3; 4. "Lista 2": 3; 5; 7; 10; 5.
Colocamos os dados nas listas da secção estatística(STAT) (Edit) (Lista 1, Lista 2).

Introduza os valores nas listas "L1" e "L2".

STAT/ CÁlCULO(ou CALC)/ 1-Var Stats/
1-Var Stats L1, L2 (ENTER) ou preencha os espaços(…)
Aparece a média $\bar{x}$ (2.3)
e também outras grandezas (use a seta para descer.)
A mediana é representada por "med".

TI-Nspire… procure em:
Primeira página de:
https://pedronoia.net/nspire.pdf

NumWork
Procure em:
https://www.numworks.com/pt/professores/tutoriais/estatistica/

Notas importantes:

Nota 1) Tal como a média, o desvio padrão também é uma medida **pouco resistente** pois é influenciado por valores discrepantes. No que diz respeito a **valores discrepantes** e comparando as três medidas de dispersão estudadas (amplitude, amplitude interquartil e desvio padrão), podemos afirmar que a amplitude interquartil é a mais robusta(ou resistente) das três.

Nota 2) O desvio padrão toma sempre valores maiores ou iguais a zero. Se todos os dados forem iguais, o desvio padrão é zero.

Nota 3) Para amostras com a mesma média, quanto **mais dispersos** forem os dados, **maio**r é o valor do **desvio padrão**. ***Sugestão:*** experimente com a CG para as populações: 9; 10; 11 e 5; 10; 15. Obtenha a média e o desvio padrão para cada uma.

Propriedades do desvio padrão:

Propriedade1: Se adicionarmos a cada um dos valores uma constante k, o novo desvio padrão não se altera.

Propriedade2: Se multiplicarmos cada um dos valores por uma constante k, o novo desvio padrão será igual ao desvio padrão original, multiplicado por k.

Sugestão 1- consulte o simulador Geogebra(Pág. 223) – Propriedades do desvio padrão.

Sugestão 2 **(Extra)**
Considere a população com os dados: 10; 12; 14; 17; 22.

1) Calcule o desvio padrão.

2) Adicione 3 unidades a cada um dos elementos e calcule novamente o desvio padrão. Comente os resultados obtidos.

3) Adicione 5 unidades a cada um dos elementos e calcule novamente o desvio padrão. Comente os resultados obtidos.

4) Multiplique por 2 cada um dos dados e calcule o desvio padrão. Comente os resultados obtidos.

5) Multiplique por 3 cada um dos dados e calcule o desvio padrão. Comente os resultados obtidos.

Continuação do exemplo 50- pág. 222:

Intervalo: $]\bar{x}-s,\ \bar{x}+s[$

Nota: Poderá ser importante saber a percentagem de livros cujo peso pertence ao intervalo

$$]\bar{x}-s,\ \bar{x}+s[$$

Pág. 222-223.

Check (pág. 223) (Para o 1.3, pode usar a calculadora gráfica. Na questão 2, indique todos os cálculos.)

Prova dos 9(pág. 224).(Resolva na aula: 2 e 4. Para treinar: 1 e 3).
Exercícios de aplicação (pág. 239): 33, 34, 35, 36. (Resolva para praticar)

Preparado? (pág. 240) (Resolva para praticar)

Pensamento computacional- Python. (pág. 226)
(média, mediana, máximo, mínimo, desvio padrão e amplitude)
A ideia é importar o módulo "statistics":

```
import statistics
```

para poder utilizar os termos técnicos da estatística tais como a média:

```
statistics.mean
```

Ou desvio padrão:

```
statistics.stdev
```

Os restantes procedimentos são continuação da abordagem feita anteriormente na teoria matemática das eleições pág. 59.

Sugestão: consulte vídeos tutoriais sobre python do manual.
Ou

https://pedronoia.pt/python/pyl6.htm
ou:
https://pedronoia.pt/python/10m26a.htm
ou:
https://pedronoia.pt/python/10m26b.htm

Síntese (pág. 227)

CLASSIFICAÇÃO DE VARIÁVEIS ESTATÍSTICAS (227).
REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS(227)
MEDIDAS DE LOCALIZAÇÃO(228)
MEDIDAS DE DISPERSÃO(229)