ESCOLA SECUNDÁRIA JAIME MONIZ

Matemática Aplicada às Ciências Sociais **11º ano**

Trabalho de Avaliação- Grafos

Turma 41 **Outubro 2024**

Para todas as questões, apresente todas as passagens e as justificações necessárias.

Nome.....Nº.....

1) A Elsa, que em 2018 fez um Interrail, relatou à Maria a sua viagem, explicando-lhe também algumas dificuldades na sua organização. Uma das dificuldades foi decidir que países visitariam e, em cada país, a quantas cidades iriam.

O grupo de amigos da Elsa acabou por decidir que visitariam a Alemanha, a Áustria, a França, a Itália e a Suíça e que, em cada país, iriam apenas a uma cidade.

Na tabela ao lado, apresentam-se as distâncias, em quilómetros, entre as cidades que o grupo considerou mais atrativas e os países a que pertencem

		Cidades	Viena	Salzburgo	Paris	Milão	Veneza	Zurique
Países	Alemanha	Munique	430	140	800	500	520	340
	Áustria	Viena		290	1230	860	600	740
		Salzburgo			980	530	460	450
	França	Paris				850	1100	650
	Itália	Milão					270	280
		Veneza						540
	Suíça	Zurique						

Os amigos acordaram que o percurso a realizar seria definido partindo de um grafo no qual duas cidades são interligadas se não pertencerem ao mesmo país, selecionando-se apenas uma cidade de cada país e atendendo ao seguinte algoritmo:

• escolher a aresta do grafo com menor peso, qualquer que ela seja;

• escolher, sucessivamente, as arestas de menor peso, garantindo que três arestas do percurso que está a ser definido não se encontram num mesmo vértice e não permitindo que se fechem percursos sem que todos os vértices sejam incluídos.

Apresente um percurso possível, definido pelo grupo de amigos da Elsa, com início e fim na cidade de Paris.

Na sua resposta, apresente:

−a ordenação das arestas selecionadas pelo algoritmo descrito;

−um grafo que resulte da aplicação do algoritmo;

−um percurso que o grupo de amigos da Elsa poderá ter definido

2) Quantas arestas tem um grafo completo de ordem 211? Apresente os cálculos.

3) Explique por suas palavras a diferença entre grafo conexo e grafo completo.

4) Explique a diferença entre um circuito euleriano e um circuito hamiltoniano. Acha que é possível existir um grafo com 9 vértices e 12 arestas que tenha um circuito euleriano mas não tenha um circuito hamiltoniano? Se acha que sim, apresente um exemplo. Se acha que não, apresente uma justificação.

5) Seis freguesias designadas pelas letras A, B, C, D, E, F, de um determinado concelho, estão unidas umas às outras, por estradas com determinadas distâncias como podemos ver na tabela. As distâncias estão em quilómetros.

		A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
A			16		19		32
B				30			21
C					24	23	
D						25	
E							20
F							

Como podemos constatar, nem todas as freguesias têm ligação direta a todas as outras. Por exemplo, "A" tem ligação direta a "B" mas não tem ligação direta a "C".

5.1) Qual a distância de "D" a "E"?

5.2) Se o objetivo fosse ligar as freguesias por um cabo de fibra ótica e as distâncias fossem as que estão indicadas, qual seria a árvore abrangente mínima? Use o algoritmo de Kruskal e apresente a árvore e a respetiva distância.

5.3) Admita que pretendemos partir de uma das freguesias, percorrer todas as outras uma única vez e voltar à freguesia de onde partimos, percorrendo a menor distância possível. Apresente uma solução possível para esta questão usando o algoritmo

5.3.1) dos mínimos sucessivos (apresente todas as possibilidades).

5.3.2) da ordenação dos pesos das arestas.

5.4) Suponha agora que pretendemos partir da freguesia "A", ir de seguida para "B" ou para "D", percorrer todas as outras uma única vez e voltar à freguesia "A", percorrendo a menor distância possível. Apresente uma solução para esta questão seguindo o método das árvores.

6) Para a execução de um determinado projeto são necessárias 8 tarefas T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7 e T8.

Sabemos que T1, T2 e T3 não têm qualquer dependência; T4 depende de T1 e de T2;

T6 depende de T1, T2 e T3; T5 depende de T4 e de T6; T7 depende de T4 e de T6.

T8 depende de T5 e de T7.

A duração de T2 é 20 e a duração de T3 é 22.

T7 demora mais quatro dias do que T5.

T6 demora mais quatro dias do que T4.

T6 demora mais 5 dias do que T7

T1 demora mais dois dias do que T7.

Sabemos que a soma das durações de T4 e T5 é 53 dias.

Sabemos ainda que o tempo mínimo para concluir o projeto é 108 dias.

Apresente o dígrafo correspondente e determine a duração das tarefasT1, T4, T5, T6, T7 e T8. Apresente todos os cálculos e/ou justificações. Se apenas apresentar o resultado sem qualquer justificação, será considerado errado.

<u>Cotações:</u>

1) 2 **2)** 1 **3)** 1 **4)** 2 **5.1)** 1 **5.2)** 2 **5.3.1)** 3 **5.3.2)** 2 **5.4)** 3 **6)** 3