ESCOLA SECUNDÁRIA JAIME MONIZ

Matemática Aplicada às Ciências Sociais **11º ano**

Trabalho de Avaliação- Grafos

Turma 40 **Outubro 2024**

Para todas as questões, apresente todas as passagens e as justificações necessárias.

Nome.....Nº.....

1) Mariana decidiu viajar até Praga e, a partir daí, visitar outras capitais europeias, regressando a essa primeira cidade no final da visita. As capitais que pretende visitar, além de Praga, são Berlim, Bratislava, Varsóvia e Viena.
Para planear as suas férias, Mariana utilizou a tabela ao lado, que apresenta as distâncias, em quilómetros, entre as referidas capitais.

	Bratislava	Praga	Varsóvia	Viena
Berlim	677	349	572	640
Bratislava	-----	328	673	80
Praga	-----	----	681	305
Varsóvia	-----	----	----	689

Com base na informação apresentada e num mapa da Europa semelhante ao que se apresenta na figura seguinte, Mariana construiu um grafo em que duas capitais são interligadas, desde que os países a que pertencem façam fronteira entre si.



O seu percurso será definido a partir do grafo construído e atendendo ao seguinte algoritmo:

• escolher a aresta do grafo com menor peso, qualquer que ela seja;

• escolher, sucessivamente, as arestas de menor peso, garantindo que três arestas do percurso que está a ser definido não se encontram num mesmo vértice e não permitindo que se fechem percursos sem que todos os vértices sejam incluídos.

Apresente um percurso possível, definido por Mariana, com início e fim em Praga.

Na sua resposta, apresente:

–um grafo semelhante ao que Mariana construiu;

–a ordenação das arestas selecionadas pelo algoritmo descrito;

–um percurso que Mariana poderá ter definido

2) Quantas arestas tem um grafo completo de ordem 231? Apresente os cálculos.

3) Explique por suas palavras a diferença entre grafo conexo e grafo completo.

4) Explique a diferença entre um circuito euleriano e um circuito hamiltoniano. Acha que é possível existir um grafo com 5 vértices e 6 arestas que tenha um circuito euleriano mas não tenha um circuito hamiltoniano? Se acha que sim, apresente um exemplo. Se acha que não, apresente uma justificação.

5) Seis freguesias designadas pelas letras A, B, C, D, E, F, de um determinado concelho, estão unidas umas às outras, por estradas com determinadas distâncias como podemos ver na tabela. As distâncias estão em quilómetros.

		A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
A			12		15		28
B				26			17
C					20	19	
D						21	
E							16
F							

Como podemos constatar, nem todas as freguesias têm ligação direta a todas as outras. Por exemplo, "A" tem ligação direta a "B" mas não tem ligação direta a "C".

5.1) Qual a distância de "D" a "E"?

5.2) Se o objetivo fosse ligar as freguesias por um cabo de fibra ótica e as distâncias fossem as que estão indicadas, qual seria a árvore abrangente mínima? Use o algoritmo de Kruskal e apresente a árvore e a respetiva distância.

5.3) Admita que pretendemos partir de uma das freguesias, percorrer todas as outras uma única vez e voltar à freguesia de onde partimos, percorrendo a menor distância possível. Apresente uma solução possível para esta questão usando o algoritmo

5.3.1) dos mínimos sucessivos (apresente todas as possibilidades).

5.3.2) da ordenação dos pesos das arestas.

5.4) Suponha agora que pretendemos partir da freguesia "A", ir de seguida para "B" ou para "D", percorrer todas as outras uma única vez e voltar à freguesia "A", percorrendo a menor distância possível. Apresente uma solução para esta questão seguindo o método das árvores.

6) Para a execução de um determinado projeto são necessárias 8 tarefas T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7 e T8.

Sabemos que T1, T2 e T3 não têm qualquer dependência; T4 depende de T1 e de T2;

T6 depende de T1, T2 e T3; T5 depende de T4 e de T6; T7 depende de T4 e de T6.

T8 depende de T5 e de T7.

A duração (em dias) de T1 é 18. A duração de T2 é 8 e a duração de T3 é 10.

T7 demora mais um dia do que T5.

T6 demora mais um dia do que T4.

T6 demora mais 5 dias do que T7

Sabemos que a soma das durações de T4 e T5 é 29 dias.

Sabemos ainda que o tempo mínimo para concluir o projeto é 60 dias.

Apresente o dígrafo correspondente e determine a duração das tarefas T4, T5, T6, T7 e T8. Apresente todos os cálculos e/ou justificações. Se apenas apresentar o resultado sem qualquer justificação, será considerado errado.

Cotações:

1) 2 **2)** 1 **3)** 1 **4)** 2 **5.1)** 1 **5.2)** 2 **5.3.1)** 3 **5.3.2)** 2 **5.4)** 3 **6)** 3