ESCOLA SECUNDÁRIA JAIME MONIZ

Matemática Aplicada às Ciências Sociais **11º ano**

Teste de avaliação- Grafos

Turma 42 **Novembro 2026**

Para todas as questões, apresente todas as passagens e as justificações necessárias.

Nome.....Nº.....

1) Um morador de uma das freguesias da ilha da Madeira construiu um grafo que modela a existência de troços pedonais que permitem transitar entre as levadas L1, L3, L5, L7 e L9. Nesse grafo, conexo, os vértices representam as levadas e as arestas representam os troços pedonais que permitem transitar entre levadas. Com base nesse grafo, o morador chegou à conclusão de que bastaria construir um novo troço pedonal entre as levadas L5 e L7, que ainda não existia, para ser possível iniciar e terminar um percurso numa mesma levada, percorrendo todos os troços pedonais, incluindo o novo, sem repetir nenhum deles.

Uma das tabelas ao lado, pode apresentar o grau de cada vértice do grafo que o morador construiu.

Indique qual a letra que lhe corresponde e justifique porque é que essa resposta está correta.

(A)

Vértice	Grau
L1	3
L3	3
L5	3
L7	3
L9	2

(B)

Vértice	Grau
L1	4
L3	4
L5	3
L7	3
L9	4

(C)

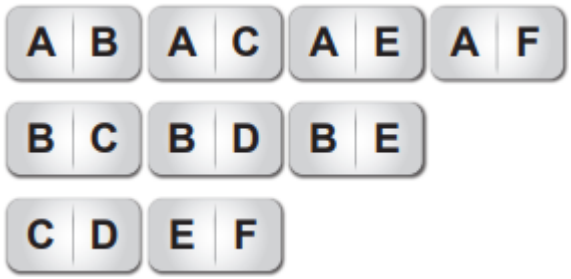
Vértice	Grau
L1	4
L3	3
L5	2
L7	1
L9	2

(D)

Vértice	Grau
L1	2
L3	2
L5	4
L7	4
L9	2

2) Durante as pausas na viagem ao longo da EN2, alguns viajantes aproveitam para se divertir com jogos. O Manuel inventou um jogo, criando peças divididas ao meio. Nas extremidades de cada peça, inscreveu uma das letras, A, B, C, D, E ou F.

A Figura ao lado apresenta a totalidade das peças criadas pelo Manuel.



O objetivo deste jogo é criar uma sequência:

− formada por todas as peças, independentemente da primeira peça a ser jogada;

− em que duas peças adjacentes têm de ter letras iguais nas extremidades de contacto, como se exemplifica na Figura seguinte.



Para averiguar se as peças criadas eram suficientes para formar uma sequência nas condições descritas, o Manuel decidiu construir um grafo. No grafo construído, cada vértice representa uma das letras utilizadas nas peças criadas pelo Manuel, e cada aresta representa uma peça. Assim, por exemplo, a aresta AB representa a existência da peça em que uma das extremidades tem a letra A e a outra extremidade tem a letra B. Depois de construir o grafo, o Manuel concluiu que faltava uma peça ao jogo. Indique as letras que devem estar inscritas nas extremidades da peça em falta.

Na sua resposta, apresente:

− um grafo semelhante ao que o Manuel terá construído;

− uma razão que justifique a impossibilidade de atingir o objetivo do jogo, utilizando apenas as peças apresentadas.

3) Segundo o lema do aperto de mão: "em qualquer grafo, a soma dos graus de todos os seus vértices é igual ao dobro do número de arestas".

3.1) Exemplifique a aplicação do lema do aperto de mão num grafo completo de ordem 6.

3.2) Num grafo completo, a soma dos graus de todos os seus vértices é 1056. Qual o número de vértices desse grafo? Justifique.

4)Uma empresa de produtos químicos vai proceder ao transporte de sete produtos distintos. Como alguns deles podem reagir entre si durante o transporte, terão de ser acondicionados em compartimentos diferentes. Na tabela seguinte, registaram-se as possíveis reações entre os diferentes produtos a transportar.

Produto	1	2	3	4	5	6	7
Reage com	2, 6, 7	1, 3, 4	2, 4, 5	2, 3, 5, 6	3, 4, 6, 7	1, 4, 5, 7	1, 5, 6

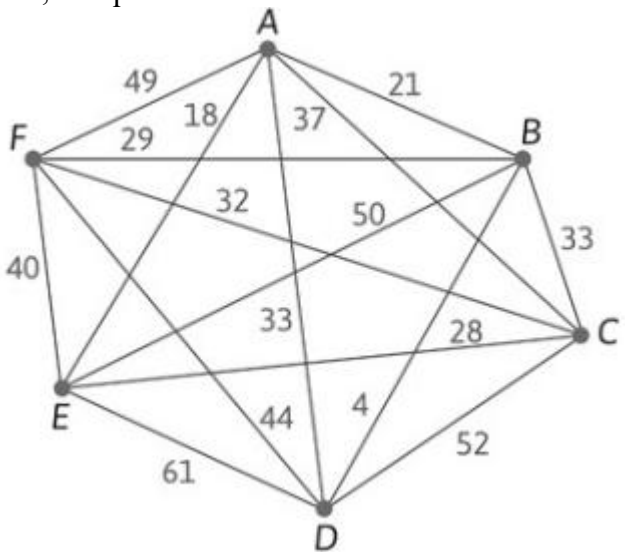
Modele a situação por um grafo onde os vértices representem os produtos e as arestas representem as incompatibilidades. Determine o número mínimo de compartimentos necessários para o transporte dos sete produtos, indicando uma distribuição possível dos produtos pelos compartimentos.

5) A Maria convidou uns amigos para almoçar e vai ser ela a cozinhar. Para isso, elaborou a tabela seguinte, onde constam todas as tarefas que terá de realizar, o tempo, em minutos, de duração de cada uma e as suas precedências(prec.), ou seja, se dependem da realização de alguma tarefa anterior para poder avançar. A letra "N" indica que a tarefa não tem qualquer precedência.

Tarefa	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}	T_{13}	T_{14}	T_{15}
Tempo	20	10	10	20	55	15	10	35	15	15	8	12	15	15	20
Prece.	N	T_1	T_2	T_3	T_4	N	T_6	T_7	N	T_9	T_8	T_{11}	T_5	N	T_{10}, T_{12}, T_{13}, T_{14}

O almoço deverá ser servido às 13 horas. A que horas deverá a Maria João iniciar a preparação do almoço para conseguir cumprir o horário? Justifique.
Na sua resposta:
*Represente, por um dígrafo os dados da tabela.
*Indique as possíveis sequências de concretização das tarefas e a respetiva duração.
*Indique o caminho crítico e a sua duração.
*Justifique a hora a que deverá ser iniciada a preparação do almoço.

6)O grafo seguinte representa a localização de alguns pontos de interesse de uma certa região, os caminhos que os ligam e respetivas distâncias, em quilómetros.



6.1) Admitindo que queremos fazer uma visita a cada um desses pontos e voltar ao ponto de partida, determine o melhor percurso(percurso mínimo) usando:

6.1.1) o algoritmo dos mínimos sucessivos. (Indique todas as possibilidades)

6.1.2) o algoritmo por ordenação dos pesos das arestas. (Apresente todas as etapas.)

6.2) Vamos agora supor que pretendíamos fazer uma visita começando em A, seguir de imediato para B e depois para D, depois passar por todos os outros pontos uma única vez, e regressar a A. Pretendemos encontrar a solução mais curta usando o método das árvores. Apresente a respetiva árvore e indique todas as possibilidades e respetivas distâncias.

6.3) Se o objetivo fosse ligar estes pontos de interesse por um cabo de fibra ótica e as distâncias fossem as que estão indicadas na figura, qual seria a árvore abrangente mínima? Apresente a árvore abrangente mínima e a respetiva distância usando o algoritmo de Kruskal.

Cotações:

1) 2 **2)** 2 **3.1)** 1 **3.2)** 1 **4)** 2 **5)** 3 **6.1.1)** 2 **6.1.2)** 2 **6.2)** 3 **6.3)** 2