ESCOLA SECUNDÁRIA JAIME MONIZ

Matemática Aplicada às Ciências Sociais **11º ano**

Teste de avaliação- Grafos

Turma41 **Novembro 2024**

Para todas as questões, apresente todas as passagens e as justificações necessárias.

Nome.....Nº.....

1) Na ilha da Madeira, existem diversos miradouros com vistas deslumbrantes.

A Dora consultou um blogue sobre viagens, no qual estavam indicadas as altitudes de diversos miradouros, assim como informação sobre ligações diretas entre eles, quer fossem rodoviárias quer fossem pedonais.

Na Tabela ao lado, estão registadas as altitudes, em metros, dos miradouros referidos no blogue.

Miradouro	Altitude (em metros)
Balcões (B)	860
Cabo Girão (CG)	580
Encumeada (E)	1007
Pináculo (P)	283
Pico do Areeiro (PA)	1818
Pico de Barcelos (PB)	355
Pico do Facho (PF)	280
Ponta do Pargo (PP)	312
Pico Ruivo (PR)	1862
Pico da Torre (PT)	205

Na segunda tabela, estão assinaladas com o símbolo ✓ as ligações diretas entre os miradouros, indicadas no blogue. O símbolo ✗ significa que, no blogue, não estava indicada a existência de uma ligação direta entre os miradouros.

	B	CG	E	P	PA	PB	PF	PP	PR	PT
B		✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗
CG	✗		✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✓
E	✗	✓		✓	✓	✓	✗	✗	✓	✓
P	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✗	✗	✓
PA	✓	✗	✓	✓		✗	✓	✗	✓	✗
PB	✓	✓	✓	✓	✗		✓	✗	✗	✓
PF	✓	✗	✗	✓	✓	✓		✗	✓	✗
PP	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗		✗	✗
PR	✓	✗	✓	✗	✓	✗	✓	✗		✗
PT	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗	

A Dora pretende visitar miradouros de altitude superior a 350 metros e que tenham ligações diretas entre si. Para definir o seu percurso, construiu um grafo, tendo por base a informação apresentada nas dua tabelas dadas.

Depois de construir o grafo, a Dora definiu o percurso, começando pelo miradouro de maior altitude. Em seguida, usando as ligações diretas, optou sempre pelo miradouro que, de entre os restantes, tem maior altitude.

Quantos miradouros poderá a Dora visitar, nestas condições?

Na sua resposta, apresente:

- um grafo semelhante ao que a Dora construiu;
- o percurso definido pela Dora.

2) Numa escola existem 10 turmas (T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9, T10) e 7 professores (A, B, C, D, E, F, G).

Cada professor tem as seguintes turmas:

Professor: / *Turmas*	
A → 1, 2, 10 B→ 1, 6, 8 C→ 4, 8, 10 D→ 2, 10 E→ 7, 9 F→ 3, 5, 6 G → 3, 6, 8	Pretendemos fazer reuniões com todas as turmas de modo que cada professor não tenha mais do que uma reunião por dia. **2.1)** Apresente um grafo onde os vértices representam as turmas e as arestas ligam as turmas que não podem ter reunião no mesmo dia. **2.2)** Indique o número mínimo de dias para efetuar as reuniões de todas as turmas indicando em cada dia quais as turmas que têm reunião.

3) O diretor de operações de terra da companhia de aviação ASA5 fez a lista das tarefas efetuadas entre a aterragem de um certo avião e uma nova descolagem.
A tabela seguinte apresenta o tempo necessário para concretizar cada tarefa (Duração) e, quando existem, as tarefas que devem ser previamente concluídas (tarefas precedentes).

Tarefa	Duração (em minutos)	Tarefas precedentes
Carregamento da bagagem (CB)	26	Descarga de bagagem (DB)
Descarga de bagagem (DB)	22	---------
Desembarque de passageiros (DP)	24	----------
Embarque de passageiros (EP)	30	Desembarque de passageiros (DP) e Descarga de bagagem (DB)
Limpeza de cabine (LC)	22	Desembarque de passageiros (DP)
Reabastecimento alimentar (RA)	14	Limpeza de cabine. (LC)

Há tarefas que se podem realizar em simultâneo, por exemplo, enquanto decorre o desembarque de passageiros (DP), pode estar a realizar-se a descarga de bagagem (DB).
Determine o tempo mínimo, em minutos, necessários para realizar todas as tarefas que antecedem uma nova descolagem desse avião da ASA5, nas condições previstas na tabela.
Apresente também o grafo correspondente e o caminho crítico.

4) Seis freguesias designadas pelas letras A, B, C, D, E, F, de um determinado concelho, estão unidas umas às outras, por estradas com determinadas distâncias como podemos ver na tabela. As distâncias estão em quilómetros. Como podemos constatar, nem todas as freguesias têm ligação direta a todas as outras. Por exemplo, "A" tem ligação direta a "B" mas não tem ligação direta a "C".

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
A		10		13		26
B	10		24			15
C		24		18	17	
D	13		18		19	
E			17	19		14
F	26	15			14	

Se o objetivo fosse ligar as freguesias por um cabo de fibra ótica e as distâncias fossem as que estão indicadas, qual seria a árvore abrangente mínima? Utilize o algoritmo de Kruskal. Apresente a árvore e a respetiva distância.

5) Segundo o lema do aperto de mão: "em qualquer grafo, a soma dos graus de todos os seus vértices é igual ao dobro do número de arestas".
5.1) Apresente um grafo conexo com 5 vértices e 9 arestas e explique a aplicação do lema do aperto de mão ao grafo que obteve.
5.2) Será possível desenhar um grafo conexo com 9 vértices, todos com grau cinco, e que não tenha circuito euleriano? Se acha que sim, apresente um exemplo. Se acha que não, explique por suas palavras a razão de tal impossibilidade.

6) Numa ilha existem vários concelhos, que designamos pelas letras A, B, C, D, E, F, G. Estes estão ligados por várias estradas. As ligações existentes e as respetivas distâncias, em Km, são as seguintes:
[D, E] 15 [E, F] 7 [F A] 1 [A E] 16 [AG] 4 [B, G] 8 [A, B] 5
[B, C] 10 [C, D] 6 [G E] 2 [B D] 14 [CG] 3
6.1) Admita que pretendemos partir de um dos concelhos, percorrer todos os outros uma única vez e voltar ao concelho de onde partimos, percorrendo a menor distância possível. Apresente uma solução possível para esta questão usando o algoritmo
6.1.1) dos mínimos sucessivos(indique todas as possibilidades e respetivas distâncias)
6.1.2) da ordenação dos pesos das arestas(comece por ordenar as arestas). Indique a distância.
6.2) Suponha agora que pretendemos sair do concelho "A", passar de imediato para passar de imediato para "B" ou para "F", passar em todos os restantes concelhos, e terminar em "A", percorrendo a menor distância possível. Obtenha uma solução para o melhor percurso, usando o método das árvores. (indique todas as possibilidades e as respetivas distâncias).

Cotações:
1) 3 **2.1)** 1 **2.2)** 2 **3)** 3 **4)** 1.5 **5.1)** 1 **5.2)** 1 **6.1.1)** 2.8 **6.1.2)** 1.5 **6.2)** 3.2