ESCOLA SECUNDÁRIA JAIME MONIZ

Matemática Aplicada às Ciências Sociais **11º ano**

Teste de avaliação- Grafos

Turma 40 **Novembro 2026**

Para todas as questões, apresente todas as passagens e as justificações necessárias.

Nome.....Nº.....

1) Um morador de uma das freguesias da ilha da Madeira construiu um grafo que modela a existência de troços pedonais que permitem transitar entre as levadas L1, L3, L5, L7 e L9. Nesse grafo, conexo, os vértices representam as levadas e as arestas representam os troços pedonais que permitem transitar entre levadas. Com base nesse grafo, o morador chegou à conclusão de que bastaria construir um novo troço pedonal entre as levadas L3 e L7, que ainda não existia, para ser possível iniciar e terminar um percurso numa mesma levada, percorrendo todos os troços pedonais, incluindo o novo, sem repetir nenhum deles.

Uma das tabelas ao lado pode apresentar o grau de cada vértice do grafo que o morador construiu.
Indique qual a letra que lhe corresponde e justifique porque é que essa resposta está correta.

(A)

Vértice	Grau
L1	3
L3	3
L5	3
L7	3
L9	2

(B)

Vértice	Grau
L1	4
L3	4
L5	3
L7	3
L9	4

(C)

Vértice	Grau
L1	4
L3	3
L5	2
L7	1
L9	2

(D)

Vértice	Grau
L1	2
L3	2
L5	4
L7	4
L9	2

2) A equipa organizadora de uma prova de trail pretende definir um percurso que passe, obrigatoriamente, pelos cinco postos de controlo: C1, C2, C3, C4 e C5.
Na Tabela ao lado, estão registadas as distâncias mínimas, em metros, entre cada dois postos de controlo.

	C1	C2	C3	C4	C5
C1		2770	2400	2260	1780
C2	2770		2370	2360	2550
C3	2400	2370		2225	2660
C4	2260	2360	2225		3100
C5	1780	2550	2660	3100	

A equipa organizadora decidiu que a prova teria início no posto de controlo C2 e terminaria num dos restantes postos de controlo.

Para definir o percurso, a equipa optou por aplicar o método a seguir descrito.

- Seleciona-se o posto de controlo seguinte, tendo em conta que:
  - deve ser o mais próximo possível;
  - se houver dois postos à mesma distância, a seleção é aleatória.
- Procede-se como foi indicado no ponto anterior, não se repetindo nenhum posto de controlo, e terminando após a passagem por todos os postos de controlo.

Determine o comprimento do percurso da prova, respeitando as condições definidas pela equipa organizadora.

Na sua resposta, apresente:

- um grafo que resulte da aplicação do método descrito;
- a ordem de passagem pelos postos de controlo.

3) Segundo o lema do aperto de mão: "em qualquer grafo, a soma dos graus de todos os seus vértices é igual ao dobro do número de arestas".

3.1) Exemplifique a aplicação do lema do aperto de mão num grafo completo de ordem 5.

3.2) Num grafo completo, a soma dos graus de todos os seus vértices é 702. Qual o número de vértices desse grafo? Justifique.

4) Uma empresa de produtos químicos vai proceder ao transporte de sete produtos distintos. Como alguns deles podem reagir entre si durante o transporte, terão de ser acondicionados em compartimentos diferentes. Na tabela seguinte, registaram-se as possíveis reações entre os diferentes produtos a transportar.

Produto	1	2	3	4	5	6	7
Reage com	2, 6, 7	1, 3, 4	2, 4, 5	2, 3, 5, 6	3, 4, 6, 7	1, 4, 5, 7	1, 5, 6

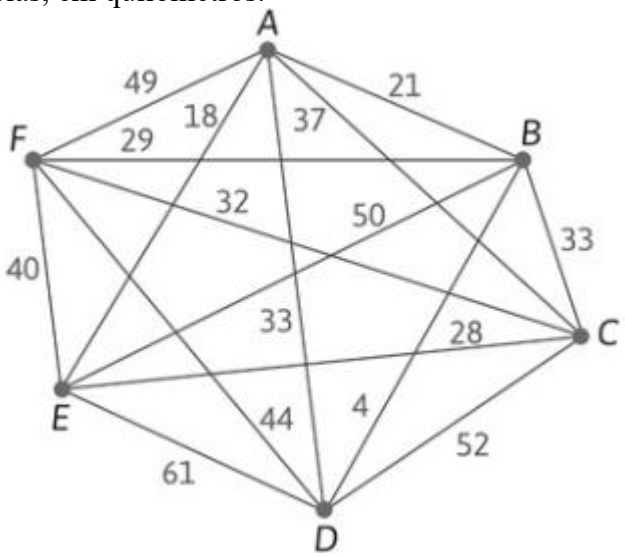
Modele a situação por um grafo onde os vértices representem os produtos e as arestas representem as incompatibilidades. Determine o número mínimo de compartimentos necessários para o transporte dos sete produtos, indicando uma distribuição possível dos produtos pelos compartimentos.

5) A Maria convidou uns amigos para almoçar e vai ser ela a cozinhar. Para isso, elaborou a tabela seguinte, onde constam todas as tarefas que terá de realizar, o tempo, em minutos, de duração de cada uma e as suas precedências(prec.), ou seja, se dependem da realização de alguma tarefa anterior para poder avançar. A letra "N" indica que a tarefa não tem qualquer precedência.

Tarefa	**T_1**	**T_2**	**T_3**	**T_4**	**T_5**	**T_6**	**T_7**	**T_8**	**T_9**	**T_{10}**	**T_{11}**	**T_{12}**	**T_{13}**	**T_{14}**	**T_{15}**
Tempo	20	10	10	20	55	15	10	35	15	15	8	12	15	15	20
Prece.	N	T_1	T_2	T_3	T_4	N	T_6	T_7	N	T_9	T_8	T_{11}	T_5	N	T_{10}, T_{12}, T_{13}, T_{14}

O almoço deverá ser servido às 14 horas. A que horas deverá a Maria João iniciar a preparação do almoço para conseguir cumprir o horário? Justifique.
Na sua resposta:
*Represente, por um digrafo os dados da tabela.
*Indique as possíveis sequências de concretização das tarefas e a respetiva duração.
*Indique o caminho crítico e a sua duração.
*Justifique a hora a que deverá ser iniciada a preparação do almoço.

6)O grafo seguinte representa a localização de alguns pontos de interesse de uma certa região, os caminhos que os ligam e respetivas distâncias, em quilómetros.



6.1) Admitindo que queremos fazer uma visita a cada um desses pontos e voltar ao ponto de partida, determine o melhor percurso(percurso mínimo) usando:

6.1.1) o algoritmo dos mínimos sucessivos. (Indique todas as possibilidades)

6.1.2) o algoritmo por ordenação dos pesos das arestas. (Apresente todas as etapas.)

6.2) Vamos agora supor que pretendíamos fazer uma visita começando em A, seguir de imediato para B e depois C, depois passar por todos os outros pontos uma única vez, e regressar a A. Pretendemos encontrar a solução mais curta usando o método das árvores. Apresente a respetiva árvore e indique todas as possibilidades e as respetivas distâncias.

6.3) Se o objetivo fosse ligar estes pontos de interesse por um cabo de fibra ótica e as distâncias fossem as que estão indicadas na figura, qual seria a árvore abrangente mínima? Apresente a árvore abrangente mínima e a respetiva distância usando o algoritmo de Kruskal.

Cotações:
1) 2 **2)** 2 **3.1)** 1 **3.2)** 1 **4)** 2 **5)** 3 **6.1.1)** 2 **6.1.2)** 2 **6.2)** 3 **6.3)** 2