ESCOLA SECUNDÁRIA JAIME MONIZ

Matemática Aplicada às Ciências Sociais **11º ano**

Teste de avaliação- Grafos

Turma 40 **Novembro 2024**

Para todas as questões, apresente todas as passagens e as justificações necessárias.

Nome.....Nº.....

1) Os pais da Luísa fizeram um cruzeiro com o itinerário seguinte.

Dia 1 – Atenas (A) Dia 2 – Istambul (I) Dia 3 – Volos (V) Dia 4 – Mykonos (M)
Dia 5 – Rodes (R) Dia 6 – Santorini (S) Dia 7 – Atenas (A)

A Luísa, não podendo acompanhar os pais, tenciona visitar os mesmos locais, sem repetir nenhum deles, mas viajando em transportes públicos terrestres e marítimos. No seu planeamento, a Luísa pretende iniciar e terminar a viagem em Atenas, despendendo o menor tempo possível nas deslocações entre estes locais. Na Tabela ao lado, estão registadas as durações das viagens entre os vários locais a visitar, pesquisadas na Internet pela Luísa.

	A	I	M	R	S	V
A		17h20	2h50	15h50	9h30	4h40
I	17h20		26h00	15h30	28h20	14h50
M	2h50	26h00		10h30	2h30	6h10
R	15h50	15h30	10h30		2h40	7h00
S	9h30	28h20	2h30	2h40		6h20
V	4h40	14h50	6h10	7h00	6h20	

Para definir o seu percurso, a Luísa decide construir um grafo para modelar a situação, aplicando o método seguinte.

- Escolhe-se a aresta do grafo com menor peso, qualquer que ela seja.
- Escolhe-se, sucessivamente, as arestas com menor peso, garantindo que três arestas do grafo que está a ser definido não se encontram num mesmo vértice e não permitindo a formação de quaisquer percursos fechados que não incluam todos os vértices.

Poderá a Luísa visitar os locais pela mesma ordem seguida pelos pais?

Na sua resposta, apresente:
− a ordenação das arestas selecionadas que resulte da aplicação do método descrito;
− um grafo semelhante ao que terá sido construído pela Luísa;
− um possível itinerário definido pela Luísa.

2) Numa escola existem 10 turmas (T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9, T10) e 7 professores (A, B, C, D, E, F, G).

Cada professor tem as seguintes turmas:

Professor: / *Turmas*
A→ 1, 2, 10
B→ 1, 6, 8
C→ 4, 8, 10
D→ 2, 10
E→ 7, 9
F→ 3, 5, 6
G → 3, 6, 8

Pretendemos fazer reuniões com todas as turmas de modo que cada professor não tenha mais do que uma reunião por dia.

2.1) Apresente um grafo onde os vértices representam as turmas e as arestas ligam as turmas que não podem ter reunião no mesmo dia.

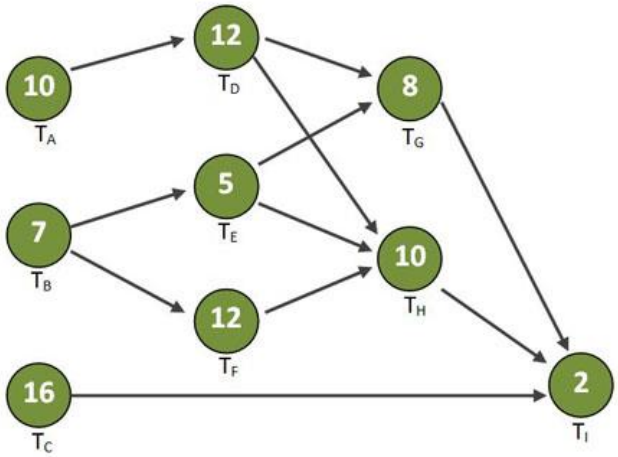
2.2) Indique o número mínimo de dias para efetuar as reuniões de todas as turmas indicando em cada dia quais as turmas que têm reunião.

3) Observe o dígrafo, que representa a concretização de um projeto composto por 9 tarefas com um tempo de realização, em minutos, para cada uma delas.

3.1) Se contarmos o tempo desde o início, ao fim de quanto tempo estarão concluídas as seguintes tarefas:

TD? TE? TF? TG? TH? TI?

3.2) Determine tempo mínimo necessário para concluir o projeto e apresente o caminho crítico.



4)

Seis freguesias designadas pelas letras A, B, C, D, E, F, de um determinado concelho, estão unidas umas às outras, por estradas com determinadas distâncias como podemos ver na tabela. As distâncias estão em quilómetros.

Se o objetivo fosse ligar as freguesias por um cabo de fibra ótica e as distâncias fossem as que estão indicadas, qual seria a árvore abrangente mínima? Utilize o algoritmo de Kruskal. Apresente a árvore e a respetiva distância.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
A		10		13		26
B	10		24			15
C		24		18	17	
D	13		18		19	
E			17	19		14
F	26	15			14	

5) Segundo o lema do aperto de mão: "em qualquer grafo, a soma dos graus de todos os seus vértices é igual ao dobro do número de arestas".

5.1) Apresente um grafo conexo com 5 vértices e 8 arestas e explique a aplicação do lema do aperto de mão ao grafo que obteve.

5.2) Será possível desenhar um grafo conexo com 7 vértices, todos com grau três, e que não tenha circuito euleriano? Se acha que sim, apresente um exemplo. Se acha que não, explique por suas palavras a razão de tal impossibilidade.

6) Numa ilha existem vários concelhos, que designamos pelas letras A, B, C, D, E, F, G. Estes estão ligados por várias estradas. As ligações existentes e as respetivas distâncias, em Km, são as seguintes:

[D, E] 15 [E, F] 7 [F A] 1 [A E] 16 [AG] 4 [B, G] 8 [A, B] 5
[B, C] 10 [C, D] 6 [G E] 2 [B D] 14 [CG] 3

6.1) Admita que pretendemos partir de um dos concelhos, percorrer todos os outros uma única vez e voltar ao concelho de onde partimos, percorrendo a menor distância possível. Apresente uma solução possível para esta questão usando o algoritmo

6.1.1) dos mínimos sucessivos(indique todas as possibilidades e respetivas distâncias)

6.1.2) da ordenação dos pesos das arestas(comece por ordenar as arestas). Indique a distância.

6.2) Suponha agora que pretendemos sair do concelho "A", passar de imediato para passar de imediato para "B" ou para "F", passar em todos os restantes concelhos, e terminar em "A", percorrendo a menor distância possível. Obtenha uma solução para o melhor percurso, usando o método das árvores. (apresente a árvore e indique todas as possibilidades e as respetivas distâncias).

Cotações:

1) 3 **2.1)** 1 **2.2)** 2 **3.1)** 1.2 **3.2)** 1.8 **4)** 1.5 **5.1)** 1 **5.2)** 1 **6.1)** 2.8 **6.1.2)** 1.5 **6.2)** 3.2