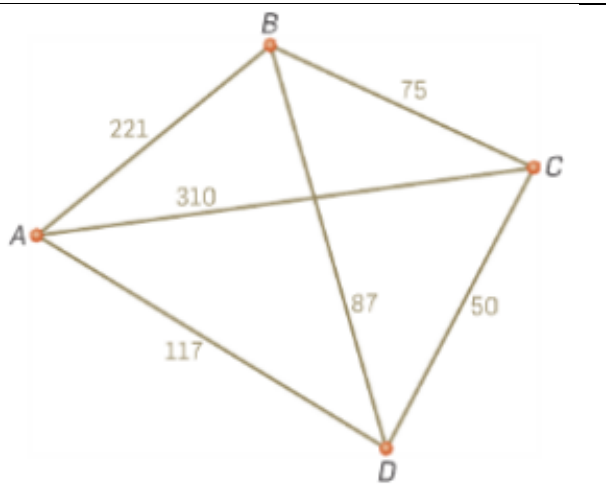


## Grafos. Ficha 4

### Exemplo 3(41)

Vamos sair do ponto "A", passar por todos os outros e voltar ao ponto "A", usando o percurso mais curto.

**1º processo:** Vamos experimentar **todas as possibilidades**(34)



$$A \xrightarrow{221} B \xrightarrow{75} C \xrightarrow{50} D \xrightarrow{117} A \quad (\text{Total} = 463 \text{ km}) \quad A \xrightarrow{221} B \xrightarrow{87} D \xrightarrow{50} C \xrightarrow{310} A \quad (\text{Total} = 668 \text{ km})$$

$$A \xrightarrow{310} C \xrightarrow{75} B \xrightarrow{87} D \xrightarrow{117} A \quad (\text{Total} = 589 \text{ km}) \quad A \xrightarrow{310} C \xrightarrow{50} D \xrightarrow{87} B \xrightarrow{221} A \quad (\text{Total} = 668 \text{ km})$$

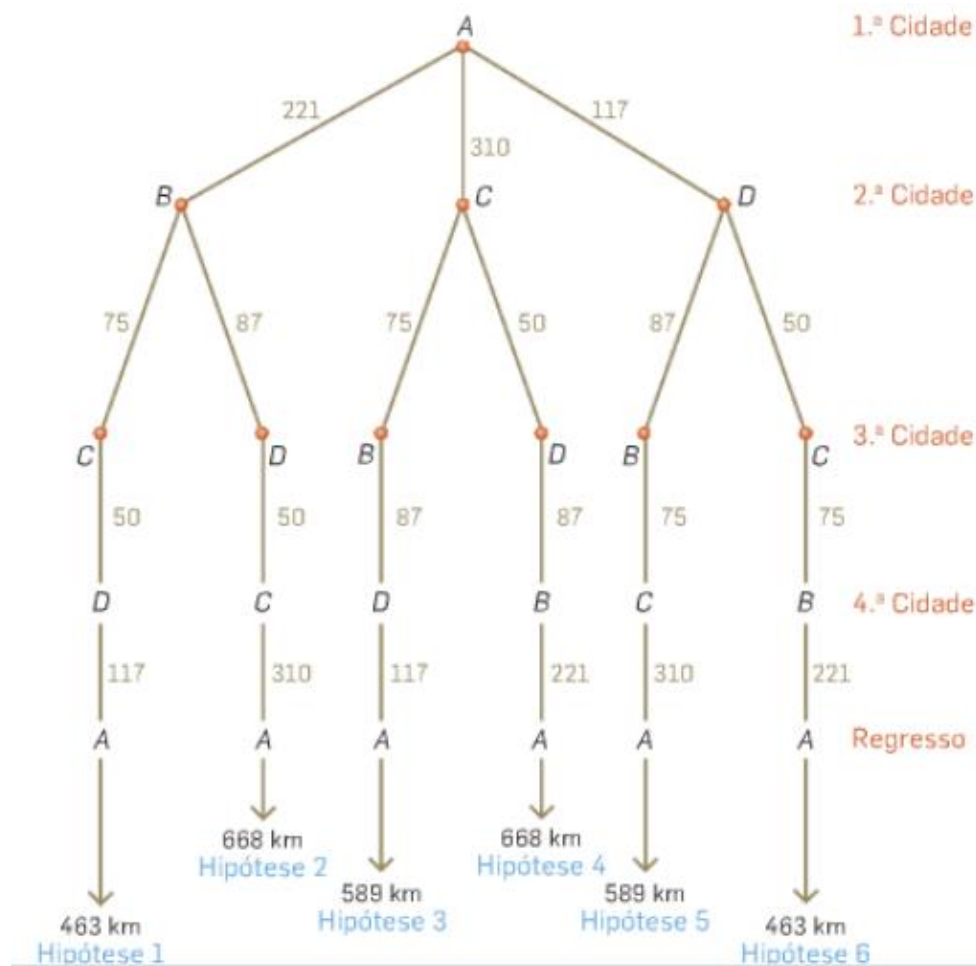
$$A \xrightarrow{117} D \xrightarrow{87} B \xrightarrow{75} C \xrightarrow{310} A \quad (\text{Total} = 589 \text{ km}) \quad A \xrightarrow{117} D \xrightarrow{50} C \xrightarrow{75} B \xrightarrow{221} A \quad (\text{Total} = 463 \text{ km})$$

As melhores soluções são as hipóteses 1 e 6, cuja distância é 463 Km.

### 2º processo: Método das árvores-(42)

Também experimentamos todas as possibilidades, mas apresentamos sob a forma de uma árvore. Começamos por "A" e vamos experimentado todas as possibilidades:

Nota: Os dois métodos que vimos são muito úteis e garantem-nos sempre a melhor solução possível, mas tornam-se pouco práticos quando aumentamos o número de lugares a visitar.



Se o grafo for demasiado grande, utilizaremos outros métodos que apresentaremos de seguida, a partir do exemplo 4.

**Exemplo 4 (45)** Pretendemos sair de uma das cidades A, B, C, D, E ou F, visitar as restantes e voltar a cidade inicial, usando o menor percurso possível. (Quantas possibilidades?)

**Algoritmo dos mínimos sucessivos(46)** Começamos numa cidade e seguimos sempre para a cidade mais próxima ainda não visitada. Experimentamos o começo em cada uma das cidades.

**Vamos começar na cidade “A”:**

$$A \xrightarrow{400} F \xrightarrow{100} C \xrightarrow{232} D \xrightarrow{320} B \xrightarrow{642} E \xrightarrow{560} A \text{ (Total = 2254 km)}$$

**Vamos aplicar o mesmo algoritmo, começando em cada uma das cidades:**

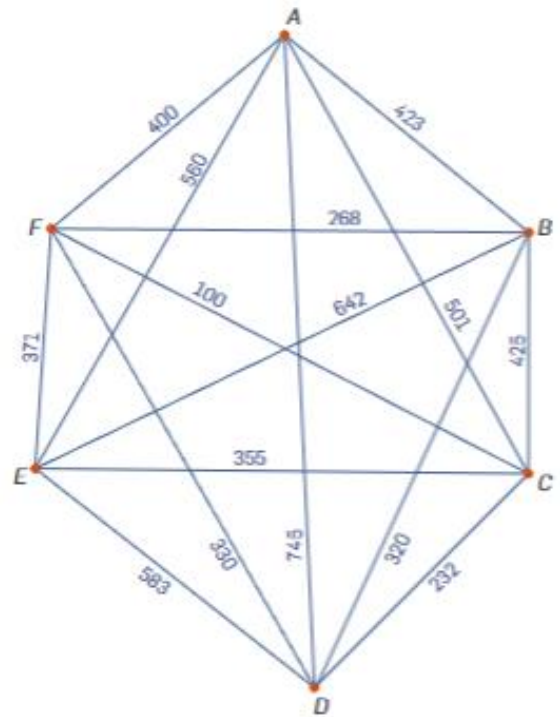
$$B \xrightarrow{268} F \xrightarrow{100} C \xrightarrow{232} D \xrightarrow{583} E \xrightarrow{560} A \xrightarrow{423} B \text{ (Total = 2166 km)}$$

$$C \xrightarrow{100} F \xrightarrow{268} B \xrightarrow{320} D \xrightarrow{583} E \xrightarrow{560} A \xrightarrow{501} C \text{ (Total = 2332 km)}$$

$$D \xrightarrow{232} C \xrightarrow{100} F \xrightarrow{268} B \xrightarrow{423} A \xrightarrow{560} E \xrightarrow{583} D \text{ (Total = 2166 km)}$$

$$E \xrightarrow{355} C \xrightarrow{100} F \xrightarrow{268} B \xrightarrow{320} D \xrightarrow{745} A \xrightarrow{560} E \text{ (Total = 2348 km)}$$

$$F \xrightarrow{100} C \xrightarrow{232} D \xrightarrow{320} B \xrightarrow{423} A \xrightarrow{560} E \xrightarrow{371} F \text{ (Total = 2006 km)}$$



A melhor é a última, a que corresponde à distância total de 2006 Km.

Esta solução também pode ser escrita na

$$\text{forma: } A \xrightarrow{560} E \xrightarrow{371} F \xrightarrow{100} C \xrightarrow{232} D \xrightarrow{320} B \xrightarrow{423} A$$

(Total:2006)

**Nota:** Apesar de esta ser a melhor solução segundo este algoritmo, pode não ser a melhor em termos absolutos.

### Algoritmo por ordenação dos pesos das arestas (46)

1º) Ordenamos as arestas por ordem crescente dos seu pesos.

2º) escolhemos sucessivamente a aresta com o peso mais baixo, tendo em conta que:

\*Nunca se pode obter três arestas no mesmo vértice.

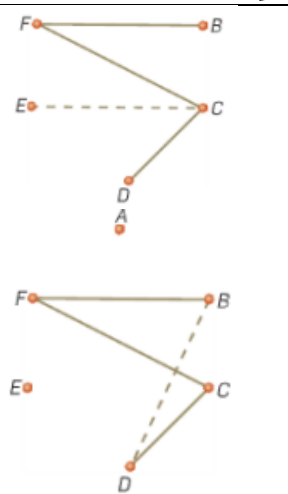
\* Nunca se pode fechar o circuito quando ainda restam vértices por visitar.

#### Exemplo:

Retomando o exemplo anterior, começamos por ordenar as arestas:

Começamos por F-C, seguido por C-D e por B-F por terem menor peso. O B-D não é aceite por fechar o circuito.

O D-F não é aceite, porque um vértice ficaria com grau 3. Acontecendo o mesmo com C-E e com A-F.

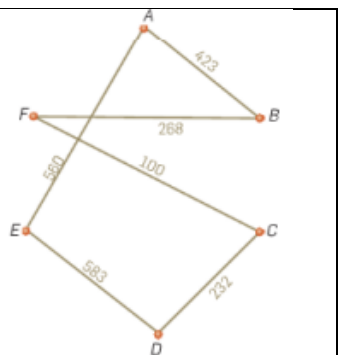


$$F \xrightarrow{100} C; C \xrightarrow{232} D; B \xrightarrow{268} F; B \xrightarrow{320} D; D \xrightarrow{330} F;$$

$$C \xrightarrow{355} E; E \xrightarrow{371} F; A \xrightarrow{400} F; A \xrightarrow{423} B; B \xrightarrow{425} C;$$

$$A \xrightarrow{501} C; A \xrightarrow{560} E; D \xrightarrow{583} E; B \xrightarrow{642} E; A \xrightarrow{745} D$$

...Do mesmo modo analisamos as restantes arestas. Acrescentamos A-B, A-E e D-E. e obtemos o grafo final cuja distância total é 2166.



Solução final:

$$A \xrightarrow{423} B \xrightarrow{268} F \xrightarrow{100} C \xrightarrow{232} D \xrightarrow{583} E \xrightarrow{560} A \text{ total: 2166 Km}$$

**Nota :** Apesar de esta ser a melhor solução segundo este algoritmo, pode não ser a melhor em termos absolutos. Basta constatar que, no método anterior obtivemos uma solução melhor.

**Nota:** Os algoritmos “mínimos sucessivos” e “ordenação dos pesos das arestas”, não são aplicáveis a alguns grafos.