

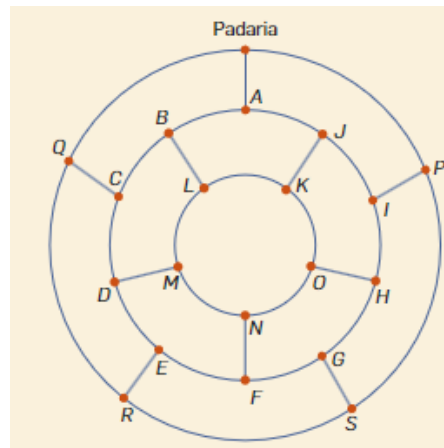
MACS-11º ano. Ficha sobre Grafos nº 1

(Exercícios de Aplicação(pág. 76 e 77)- no final)

👉 Exercício 1 (pág. 76)

👉 Atividade 1 (pág. 10)

A cidade Redondo da Beira é constituída por uma série de estradas concêntricas e ruas de ligação. Todas as manhãs, o padeiro sai do seu estabelecimento e percorre a cidade, deixando pão em todas as casas (representadas pelas letras, de A a S).



1.1 Mostre que é possível o padeiro fazer todo o percurso e regressar à padaria, passando em cada uma das casas uma única vez.

1.2 Verifique que a solução que encontrou não é única.

Sugestão: Confronte a sua solução com as encontradas pelos seus colegas.

👉 Atividade 2(11)

ATIVIDADE 2

Seis equipas de voleibol jogaram num torneio distrital. Os vencedores de cada jogo encontram-se identificados na tabela seguinte:

	B	C	D	E	F
A	A	C	A	E	F
B		B	D	B	B
C			C	C	F
D				E	D
E					F

No confronto entre as equipas A e B, a equipa A ganhou.

NOTA: A tabela não se encontra totalmente preenchida porque este torneio é disputado a uma mão e nenhuma equipa joga contra si própria!

Represente o problema por meio de um grafo em que o sentido das arestas signifiquem «ganhou a».

Atividade 3(12)

ATIVIDADE 3

Num certo jardim urbano, a autarquia pretende criar um espaço com oito espécies diferentes de aves. As aves não podem partilhar o mesmo espaço por razões que se prendem com incompatibilidades entre algumas delas. Na tabela seguinte estão indicadas com um «X» as espécies incompatíveis:

	M	N	O	P	Q	R	S	T
N	X							
O	X							
P	X		X					
Q		X		X				
R		X	X		X			
S	X	X	X		X			
T	X		X	X				

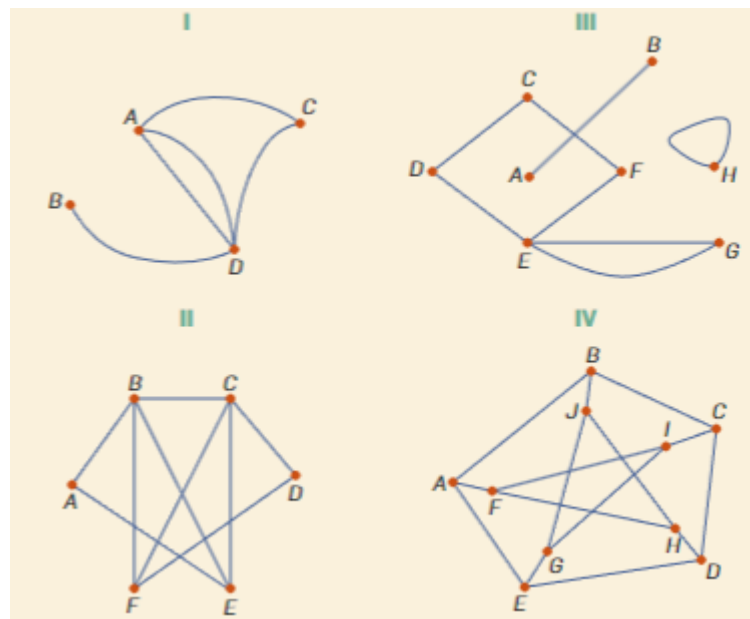
Construa um grafo que represente a informação da tabela.

Sugestão: Represente cada espécie de ave por um vértice, de forma que cada aresta indique duas espécies incompatíveis.

(*)**Exercícios** (pág. 76): 2, 3, 4, 5, 6, 7.

↳ **Atividade 1**(16)

Considere os grafos seguintes:



1.1 Para cada um dos grafos representados, indique o grau de cada um dos seus vértices.

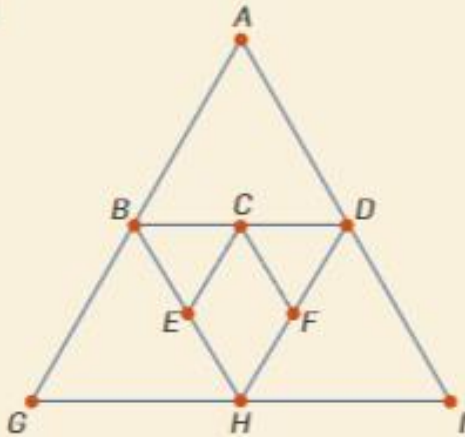
1.2 Um grafo diz-se regular se todos os seus vértices têm o mesmo grau. Algum dos quatro grafos representados é regular? Justifique.

1.3 Existe, em teoria de grafos, o denominado «Lema do aperto de mão», que afirma que, em qualquer grafo, a soma dos graus de todos os seus vértices é igual ao dobro do número de arestas. Verifique a aplicação deste teorema aos grafos I, II, III e IV.

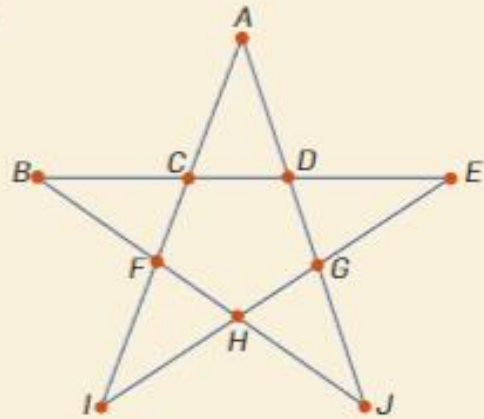
ATIVIDADE 2

Verifique se em cada um dos grafos seguintes é possível percorrer todas as arestas uma única vez:

2.1



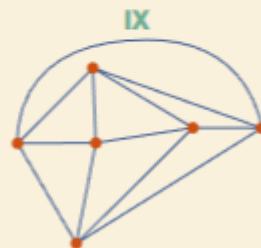
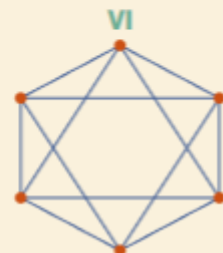
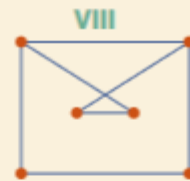
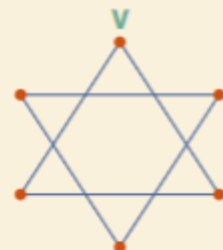
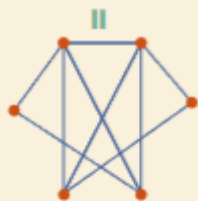
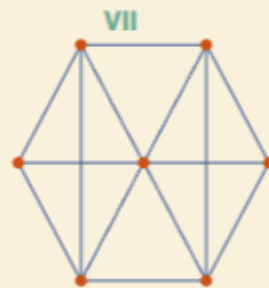
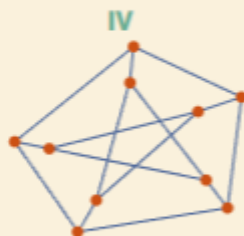
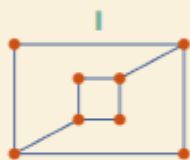
2.2



Atividade 3 (19)

ATIVIDADE 3

Verifique se em cada um dos grafos seguintes é possível percorrer todas as arestas uma única vez:



↳ **Atividade 5** (21) O vírus que invadiu o cyber-room !

O Ernesto e o Jacinto andaram a fazer das suas: estiveram no pavilhão D da escola e, pouco depois, um vírus informático infestou todos os computadores do cyber-room, destruindo toda a informação neles contida.

A disposição das divisões do pavilhão D é a seguinte:



O professor de Informática, Paulo Trocas, recolheu os seus depoimentos:
Ernesto – Eu vi o Jacinto entrar no pavilhão D e, passado um bocado, sair pela mesma porta.

Jacinto – Certamente não fui eu quem o Ernesto viu, pois eu entrei no pavilhão D, passei por todas as portas uma única vez e saí.

O professor analisou as declarações de ambos e afirmou ter resolvido o problema.
Qual dos dois alunos está a mentir?

O que levou o professor a perceber que aluno está a mentir?

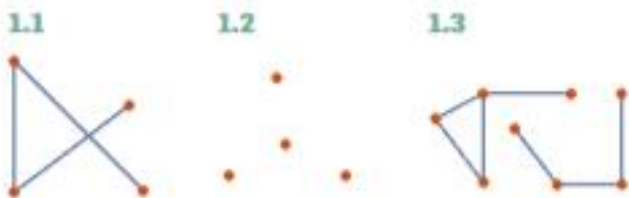
Sugestão: Comece por construir um grafo que modele o problema proposto.

Traduza, em termos de grafos, as duas declarações e verifique a sua veracidade. ↳

Exercícios de Aplicação. (pág. 76 e 77)

NOÇÕES ELEMENTARES DE GRAFOS

1. Quais dos seguintes grafos são conexos?



2. Desenhe um grafo em que:

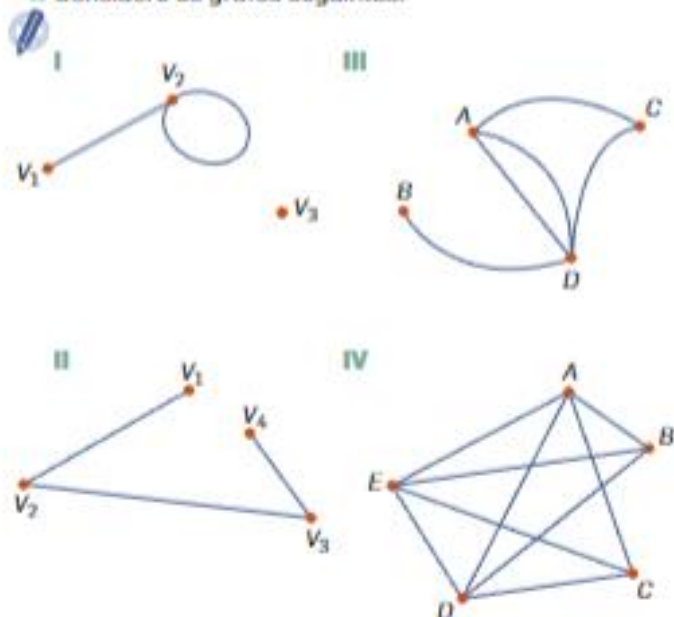
2.1 $V = \{V_1, V_2, V_3, V_4\}$ e $A = \{V_1V_2, V_1V_3, V_2V_4\}$.

2.2 $V = \{A, B, C, D, E, F\}$ e
 $A = \{AB, AC, AD, AF, EE, EF\}$.

2.3 $V = \{M, N, O, P, Q, R, S, T\}$ e
 $A = \{MN, NO, PQ, PQ, PR, RR, RS, RT, ST\}$.

3. Considere os grafos do exercício anterior. Existem grafos conexos? Quais? Justifique.

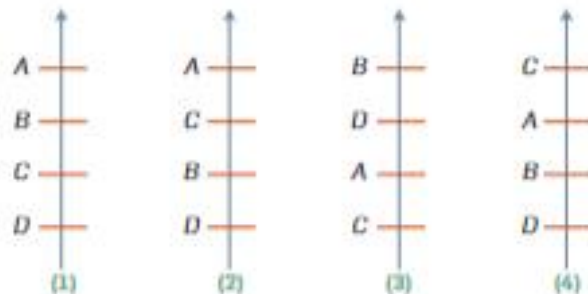
4. Considere os grafos seguintes:



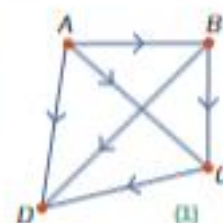
4.1 Para cada um dos grafos representados, indique o número de vértices e de arestas.

4.2 Representando por V o conjunto dos vértices e por A o conjunto das arestas, indique, para cada um dos grafos, os conjuntos V e A .

5. Recordando a teoria matemática das eleições estudada no ano anterior, considere os seguintes esquemas preferenciais:



Considerando os vértices como preferências e as arestas como a ordem dessas preferências, o grafo para o primeiro esquema pode ser definido como se representa ao lado.



Faça os respectivos grafos para os outros esquemas apresentados.

6. Vão realizar-se sete reuniões de Conselho de Turma ($R1, R2, R3, R4, R5, R6$ e $R7$) na escola. Na tabela que se segue, o símbolo «X» identifica as reuniões que têm professores comuns.

	R2	R3	R4	R5	R6	R7
R1	X			X		X
R2		X			X	
R3			X	X		X
R4				X		
R5					X	X
R6						X

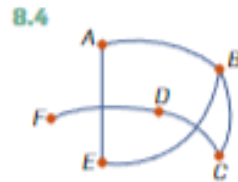
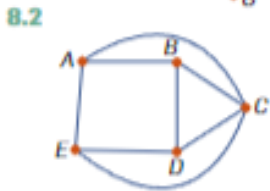
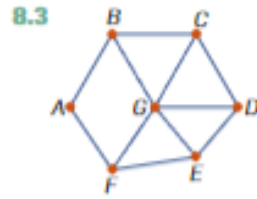
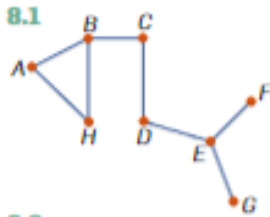
Desenhe um grafo que substitua a informação dada pela tabela.

7. Desenhe um grafo completo com:

- 7.1 quatro vértices.
- 7.2 cinco vértices.
- 7.3 seis vértices.
- 7.4 sete vértices.

Relacione o número de vértices de cada um dos grafos obtidos com o número de arestas. Generalize para um grafo com N_V vértices.

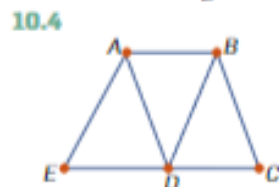
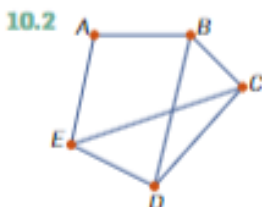
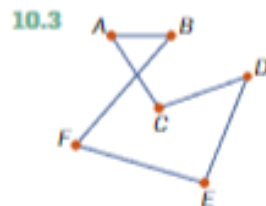
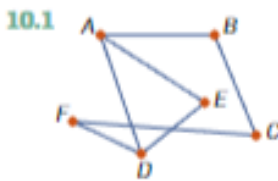
8. Indique o grau (ou a valência) de cada vértice dos grafos seguintes.



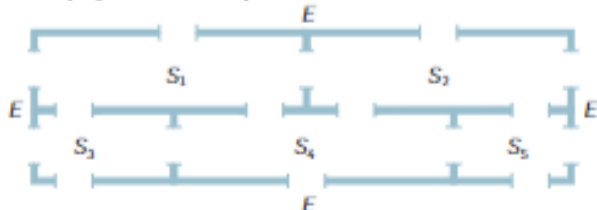
9. Recorde o Lema do aperto de mão: «Em qualquer grafo, a soma dos graus de todos os seus vértices é igual ao dobro do número de arestas.» Aplique este lema aos grafos do exercício 8.

TRAJETOS E CIRCUITOS EULERIANOS

10. Considere os grafos que se seguem e indique em quais deles consegue encontrar um trajeto ou um circuito euleriano. No caso de não haver, explique porquê.



11. Na figura seguinte está representada a planta de parte de um centro de exposições. S_1 , S_2 , S_3 , S_4 e S_5 são as salas destinadas às diferentes exposições e E o espaço exterior ao qual todas elas têm acesso.



11.1 Construa um grafo que represente a planta.

11.2 Determine o grau de cada um dos vértices do grafo que obteve na alínea anterior.

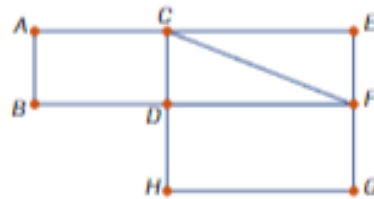
11.3 Será possível, partindo do exterior, percorrer todas as salas uma única vez e regressar ao exterior? Justifique.

11.4 Justifique que não é possível, partindo do exterior, passar por todas as salas uma única vez e regressar ao exterior.

11.5 Elabore uma proposta para o encerramento de algumas das portas de modo a ser possível, saindo e regressando ao exterior, visitar todas as salas de exposição passando por todas as portas uma única vez.

12. O Feliciano tem de distribuir folhetos de propaganda pelas moradias da sua vila. Com vista a minimizar o tempo que gasta, convém-lhe passar apenas uma vez em cada uma das ruas e começar e acabar no posto central de distribuição.

Considerando que no grafo seguinte as arestas representam as ruas da vila por onde ele tem de passar, será que o Feliciano consegue concretizar o seu objetivo?



13. Os funcionários da Junta de Freguesia de Bentlimpa têm de varrer todos os dias as ruas de determinado bairro. Têm de sair do local onde está armazenado o material de limpeza e regressar ao mesmo sítio para o arrumar (A).

Tendo em conta que os pontos abaixo indicados correspondem aos cruzamentos e as arestas às ruas que têm de limpar, verifique se conseguem passar uma única vez por cada rua. No caso de ser possível, indique qual foi o circuito encontrado.

