(Parte 2)

1.7- Estimativa pontual de proporção.(250)*[Vídeo41]*.

$$\hat{p} = \frac{f}{n}$$

A **proporção** é o número de elementos favoráveis à nossa condição, a dividir pelo número total de elementos da amostra.

Exemplo 1(250).

Exemplo 1

O gerente de um hotel pretende estudar as preferências dos hóspedes relativas aos canais dos filmes que veem. Numa amostra de 1050 hóspedes, 630 informaram ter preferência em ver filmes em canais de televisão por cabo.

Qual é a proporção amostral, $\hat{p}$, ou a estimativa pontual, para p ?

Resolução

A proporção amostral dá-nos a frequência relativa dos hóspedes que preferem ver filmes em canais de televisão por cabo. Neste caso, $\hat{p} = \frac{630}{1050} = 0{,}6$, ou seja, 60% dos hóspedes têm essa preferência.

Se a amostra escolhida fosse outra, embora com a mesma dimensão, seria provável obtermos outro valor para a proporção amostral.

***Nota**: podemos transformar uma proporção numa média, como podemos ver no exemplo seguinte.*

Exemplo (pág. 251)

Pretendemos estimar a proporção de alunos do género feminino a partir da seguinte amostra com 12 alunos:

N.º	Nome	Género
5	Elfrida Dias	Feminino
7	Gabriela Soares	Feminino
8	Hernâni Silva	Masculino
10	João Martins	Masculino
15	Nuno Sá	Masculino
16	Olga Peixoto	Feminino
17	Patrícia Lopes	Feminino
18	Pedro Coutinho	Masculino
19	Rita Ramalho	Feminino
21	Samuel Gomes	Masculino
23	Ulisses Madeira	Masculino
25	Zacarias Pinto	Masculino

São 5 do género feminino.

$$\hat{p} = \frac{5}{12} \approx 0,4167$$

Outro processo possível para calcular a proporção é recorrer à média. No estudo da população da escola quanto à proporção dos alunos de género feminino, o que nos interessa é apenas a presença ou ausência dessa característica (ser do género femi nino). Se um indivíduo da amostra for do género **feminino**, anotamos **1** e, se for do género masculino, anotamos **0**.

N.º	Nome	Género
5	Elfrida Dias	1
7	Gabriela Soares	1
8	Hernâni Silva	0
10	João Martins	0
15	Nuno Sá	0
16	Olga Peixoto	1
17	Patrícia Lopes	1
18	Pedro Coutinho	0
19	Rita Ramalho	1
21	Samuel Gomes	0
23	Ulisses Madeira	0
25	Zacarias Pinto	0

Calculemos a médias dos zeros (“0”) e uns (“1”)

$$\overline{x} = \frac{1+1+0+0+0+1+1+0+1+0+0+0}{12} =$$
$$= \frac{5}{12} \approx 0{,}4167$$

Dá o mesmo que a proporção indicada acima.

Nota: como podemos constatar com o exemplo, podemos transformar uma proporção numa média e assim adaptar os resultados anteriores ao caso das proporções.

A média é igual à proporção.

Para o desvio padrão, a dedução não é tão simples(pág, 253)

NOTA

Considerando a distribuição de probabilidades da *v.a.* X:

x_i	0	1
$P(X=x_i)$	$1-p$	p

Tem-se $\mu = 0 \times (1-p) + 1 \times p = p$

Desvio padrão populacional de X:

$$\sigma = \sqrt{p(1-p)^2 + (1-p)(0-p)^2} =$$
$$= \sqrt{p(1-p)^2 + (1-p)p^2} =$$
$$= \sqrt{p(1-p)(1-p+p)} =$$
$$= \sqrt{p(1-p)}$$

Desvio padrão de $\hat{p}$:

$$\sigma_{\hat{p}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} =$$
$$= \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Então podemos escrever:

De uma população, se extrairmos uma amostra aleatória de dimensão suficientemente grande ($n \geq 30$), os valores de $\hat{p}$ seguem uma distribuição aproximadamente normal com valor médio p e o desvio padrão:

$$\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

já que, se a população X puder ser considerada uma variável aleatória que assume os valores 1 e 0, com probabilidades p e $1-p$, respetivamente, então, $E(X) = p$ e $\text{Var}(X) = p(1-p)$, pelo que basta aplicar os resultados verificados para a variável aleatória média.

Estima-se o erro padrão da proporção por: $\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

Ou, resumidamente:

Proporção/ Valor médio(253). Válido para amostras com dimensão maior ou igual a 30 elementos.

Distribuição de amostragem da proporção amostral

$$\hat{p} \sim N\left(p;\ \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$$

Nota: O desvio padrão de amostragem também se designa" **erro padrão**"

Exemplo 2(253).

Exemplo 2

Consideremos uma população cuja proporção de crianças entre os 5 e os 10 anos é de 20%. Se escolhermos aleatoriamente uma amostra de dimensão 100, como será a distribuição de amostragem da proporção amostral?

Resolução

Uma vez que a dimensão da amostra é maior do que 30, o teorema do limite central garante que a distribuição de amostragem para a proporção pode ser aproximada por um modelo normal de valor médio 0,2 e desvio padrão

$$\sqrt{\frac{0{,}2(1-0{,}2)}{100}} = 0{,}04$$

☞***Atividade 2(253).***

ATIVIDADE 2

A proporção de utentes satisfeitos com os serviços prestados por uma empresa de telemóveis é de 75%.

Determine o valor médio e o desvio padrão da distribuição de amostragem da proporção de utentes satisfeitos, para amostras de dimensão 1200.

Resolução:

$$p = 75\%,\ n = 1200,\ \mu = 0{,}75 \text{ e } \sigma = \sqrt{\frac{0{,}75(1-0{,}75)}{1200}} = 0{,}0125$$

☞*Exercícios(269):30.*

30. Consideremos uma população cuja proporção de pessoas que veem o canal A é de 30%.
Se escolhermos aleatoriamente amostras de dimensão 400, como será a distribuição de amostragem da proporção amostral?

Resolução:

30. Como $n = 400$, podemos considerar que é uma distribuição aproximadamente normal com valor médio 0,3 e desvio-padrão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{0,3\times(1-0,3)}{400}} \approx 0,02$$

1.8- Intervalos de confiança para a proporção (254)

***[Vídeo42]*.**

Nota: tal como deduzimos o intervalo de confiança para o valor médio, podemos de modo semelhante partir da distribuição anterior e de uma probabilidade:

$$P\left(\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \leq z\right) \approx \Phi(z)$$

E obter:

intervalo de confiança para a proporção.

$$\left]\hat{p} - Z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + Z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$$

$\hat{p}$ Representa a <u>proporção amostral</u>.

$Z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ é a <u>margem de erro</u>.

Confiança	z
90%	1,645
95%	1,960
99%	2,576

Exemplo 1 (254)

Exemplo 1

Numa amostra aleatória de 75 utentes de uma rede móvel observou-se que 85% estavam satisfeitos com os serviços prestados. Encontre um intervalo de confiança de 90% para a proporção de utentes satisfeitos com o serviço.

Resolução

A proporção amostral é $\hat{p} = 85\% = 0{,}85$.

Substituindo na fórmula $\left]\hat{p} - 1{,}645\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + 1{,}645\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$, obtemos o seguinte intervalo:

$$\left]0{,}85 - 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}85(1-0{,}85)}{75}}; 0{,}85 - 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}85(1-0{,}85)}{75}}\right[=]0{,}78; 0{,}92[\ .$$

Podemos, então, concluir que o intervalo]78%; 92%[é um intervalo de confiança de 90% para a proporção populacional.

Nota: *Obtenha a amplitude e a margem de erro para este intervalo:*

A=0.92-0.78 = 0.14 ε = 0.07

Exemplo 2(255)

Exemplo 2

Numa amostra aleatória de 50 apartamentos de uma cidade, observou-se que 60% possuíam gás canalizado. Encontre um intervalo de confiança de 95% para a proporção de apartamentos com gás canalizado.

Resolução

A proporção amostral é $\hat{p} = 60\% = 0,6$

Substituindo na fórmula anterior, obtemos o seguinte intervalo de confiança de 95%:

$$\left]\hat{p} - 1,96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + 1,96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[=$$

$$= \left]0,6 - 1,96\sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{50}}; 0,6 + 1,96\sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{50}}\right[=$$

$$= \left]0,6 - 1,96 \times 0,069; 0,6 + 1,96 \times 0,069\right[= \left]0,46; 0,74\right[$$

Concluímos que o intervalo]46%; 74%[é um intervalo de confiança de 95% para a proporção populacional.

Amplitude e margem de erro*: A=0.74-0.46= 0.28 $\varepsilon = 0.14$*

Exemplo 3(255)

Exemplo 3

Consideremos a mesma situação do exemplo anterior, mas com uma amostra de 200 apartamentos e idêntica proporção de apartamentos com gás canalizado.

Neste caso, o intervalo de confiança será da forma:

$$\left]\hat{p} - 1,96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + 1,96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[=$$

$$= \left]0,6 - 1,96\sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{200}}; 0,6 + 1,96\sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{200}}\right[=$$

$$= \left]0,6 - 1,96 \times 0,035; 0,6 + 1,96 \times 0,035\right[= \left]0,53; 0,67\right[$$

Concluímos que o intervalo]53%; 67%[é um intervalo de confiança de 95% para a proporção populacional.

Amplitude e margem de erro*: A=0.67-0.53= 0.14 $\varepsilon = 0.07$*

Nota: À semelhança das médias, também podemos verificar que nas proporções, quanto maior for a dimensão da amostra, menor é a amplitude do intervalo.

☞**Atividade 1(256).**

ATIVIDADE 1

Numa pesquisa eleitoral, 48 dos 150 entrevistados afirmaram que votariam no candidato A.

Com uma confiança de 90%, o que se pode dizer acerca da proporção real de votos que aquele candidato terá?

Resolução:

$$\hat{p} = \frac{48}{150} = 0{,}32$$

O intervalo de confiança será:

$$\left]0,32-1,645\times\sqrt{\frac{0,32(1-0,32)}{150}};\ 0,32+1,645\times\sqrt{\frac{0,32(1-0,32)}{150}}\right[=]0,26;\ 0,38[$$

A proporção dos votos encontra-se entre os 26% e os 38%.

☞**Atividade 2(256).**

ATIVIDADE 2

Na gráfica SOS-Livros, realizou-se um estudo para conhecer a percentagem diária de livros produzidos com defeito. Para isso, num dia selecionado ao acaso, recolheu-se uma amostra aleatória de 500 livros produzidos na gráfica SOS-Livros e contou-se o número de livros com defeito nessa amostra. Obteve-se o valor de 8.

Construa um intervalo de confiança de 95% para a proporção de livros produzidos com defeito, diariamente, na gráfica SOS-Livros.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, seis casas decimais.

Apresente os extremos do intervalo arredondados com três casas decimais.

Exame Nacional de MACS, 2011, 1.ª fase

Resolução:

Tem-se que: $n = 500$, $z = 1{,}960$ e $\hat{p} = \frac{8}{500} = 0{,}016$

O intervalo de confiança para a proporção de livros com defeito será:

$$\left]0{,}016 - 1{,}960 \times \sqrt{\frac{0{,}016(1-0{,}016)}{500}};\ 0{,}016 + 1{,}960 \times \sqrt{\frac{0{,}016(1-0{,}016)}{500}}\right[=]0{,}005; 0{,}027[$$

☞**Atividade 3(256).**

ATIVIDADE 3

Selecionou-se uma amostra aleatória de 300 pessoas de uma empresa e concluiu-se que 180 delas praticavam desporto.

Determine um intervalo de confiança de 99% para a proporção de pessoas, de toda a empresa, que praticam desporto.

Resolução:

$n = 300$ e $\hat{p} = \frac{180}{300} = 0{,}6$

O intervalo de confiança para a proporção com 99% de confiança é da forma:

$$\left]0{,}6 - 2{,}576 \times \sqrt{\frac{0{,}6(1-0{,}6)}{300}};\ 0{,}6 + 2{,}576 \times \sqrt{\frac{0{,}6(1-0{,}6)}{300}}\right[=]0{,}53; 0{,}67[$$

Sugestão: Resolver (266):33,34,35.

Exames: Inferência/Intervalo para a proporção.

https://www.pedronoia.net/ExPrAss8Infer.htm

1.9- Interpretação do conceito de intervalo de confiança(257).*[Vídeo 43]*

NOTA

Margem de erro é a semi--amplitude do intervalo de confiança.
Considerando um intervalo de confiança $]a\,,b[$, a margem de erro é dada por

$$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$$

Exemplo 1(257).

Exemplo 1

A Brigada de Trânsito fez um estudo no sentido de avaliar a velocidade dos condutores dentro de uma localidade entre 3 e as 5 horas da manhã. Um comunicado enviado aos habitantes dessa localidade informava que «a percentagem de condutores que ultrapassam os 50 km/h entre as 3 e as 5 da manhã é de 65%, com uma margem de erro de 2 pontos percentuais e uma confiança de 98%».
O que significa esta afirmação?

Resolução

Esta afirmação significa que o intervalo $]63\%;\ 67\%[$ é um intervalo de confiança de 98% para a proporção pretendida. Se recolhêssemos 100 amostras aleatórias diferentes com a mesma dimensão e construíssemos os respetivos intervalos de confiança, esperar-se-ia que aproximadamente 98 desses intervalos contivessem a verdadeira proporção de condutores que ultrapassam o limite de velocidade permitido nas localidades. Esperamos, assim, que o intervalo que obtivemos seja um desses 98.

ε- Margem de erro.

Nota. Para uma boa estimação, devemos ter presente:

A <u>Qualidade da amostra</u>, isto é, garantir que esta é representativa da população. Se uma amostra for enviesada, as conclusões que tiramos serão pouco credíveis.

O <u>tamanho da amostra</u>- aumentando o tamanho da amostra, a margem de erro diminui e a precisão aumenta.

O <u>grau de confiança</u>- é importante ter um valor alto para o grau de confiança, no entanto, quando este é demasiado próximo de 100%, pode acontecer que o intervalo tenha uma amplitude muito grande, e seja pouco útil a informação fornecida.

☞***Atividade 1(257).***

ATIVIDADE 1

Um artigo de um jornal informava que numa amostra de 800 adultos, aos quais se perguntou se tinham automóvel, 85% deles responderam «sim». O artigo informava, ainda, que este valor tinha uma «margem de erro de 2% e uma confiança de 90%».
Explique o significado desta afirmação.

Resolução:

Com uma confiança de 90%, podemos afirmar que entre 83% e 87% dos entrevistados tinham automóvel.

Qualidade da amostra (258).

Devemos garantir que a <u>amostra é representativa</u> da população. Se uma amostra for enviesada, as conclusões que tiramos serão pouco credíveis.

Exemplo 2(258).

Exemplo 2

Pretendemos estimar a proporção de pessoas do género masculino que compram um jornal diário. Com base num inquérito feito a 200 trabalhadores de uma empresa metalúrgica (que só emprega homens), verificou-se que 120 indivíduos compram um jornal diário.

Determine um intervalo de confiança de 95% para a proporção de indivíduos que compram um jornal diário.

Resolução

A proporção amostral é dada por $\hat{p}=\frac{120}{200}=0,6$, sendo a proporção de homens que compram um jornal diário nesta amostra é de 60%.

O intervalo de confiança para a proporção é da forma:

$$\left]0,6-1,96\sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{200}};0,6+1,96\sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{200}}\right[=]0,53;0,67[$$

Com 95% de confiança, podemos afirmar que a proporção populacional de homens que compram um jornal diário está entre 53% e 67%? Não, porque a recolha da amostra de homens feita unicamente numa empresa metalurgica não é necessariamente representativa da população masculina de um país.

Grau de confiança (258).

É importante ter um valor alto para o grau de confiança. No entanto, quando este é demasiado próximo de 100%, pode acontecer que o intervalo tenha uma amplitude muito grande, e a informação fornecida seja pouco útil.

Dimensão da amostra (259).

Já vimos que, aumentando o tamanho da amostra, a margem de erro diminui e a precisão aumenta

Exemplo 3(259).

Exemplo 3

Queremos estimar a média das notas dos alunos na disciplina de MACS. Sabemos que o desvio padrão é 1,5 e é o mesmo em todas as escolas. A margem de erro não pode ser superior a 0,05, com um nível de confiança de 95%.

Qual deve ser a dimensão da amostra?

Resolução

Sabemos que para um intervalo de confiança de 95% para a proporção, a margem de erro é dada por:

$$1{,}96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0{,}05 \Leftrightarrow 1{,}96 \times \frac{1{,}5}{\sqrt{n}} = 0{,}05 \Leftrightarrow \frac{1{,}5}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}05}{1{,}96} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{1{,}96}{0{,}05} \times 1{,}5 \Leftrightarrow n = 58{,}8^2 \Leftrightarrow n \approx 3457$$

A dimensão da amostra ideal será aproximadamente 3457 alunos.

Para estimarmos o tamanho da amostra, para o qual a margem de erro é inferior a um determinado valor, começamos por igualar a expressão da margem de erro ao valor pretendido, e depois resolvemos a equação até obtermos o valor de n.

No final da equação, obteremos uma expressão do tipo:

$$\boldsymbol{n = \left(\frac{Z.\sigma}{\varepsilon}\right)^2}$$ no caso do <u>intervalo da média</u>.

Para a <u>proporção</u>, obtemos algo do tipo:

$$\boldsymbol{n = \left(\frac{Z}{\varepsilon}\right)^2 . \hat{p}.(1 - \hat{p})}$$

Nota: devemos usar sempre os cálculos a partir da margem de erro. Estas fórmulas serão apenas para verificar.

☞***Atividade 3(259). Caso do valor médio.***

ATIVIDADE 3

Pretende estimar-se o tempo médio de leitura diária dos alunos de uma escola, com um erro máximo de 5 minutos. Numa amostra piloto com 50 observações, encontrou-se um desvio padrão de 20 minutos.

Qual é o tamanho da amostra ideal para estimar o tempo médio de leitura diária, com uma confiança de 99%?

Resolução:

1º processo: Indicar todos os cálculos.

$$ε=Z\,\frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$ε=5 \Leftrightarrow 2.576 \times \frac{20}{\sqrt{n}} = 5 \Leftrightarrow 5\sqrt{n} = 2.576 \times 20 \ \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{2.576\times 20}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \left(\frac{2.576 \times 20}{5}\right)^2 \Leftrightarrow n \approx 107$$

2º processo:

Aplicação direta da fórmula:

$\varepsilon = 5\,\text{min} \qquad n = 50 \qquad \sigma = 20$

$$n = \left(\frac{2{,}576 \times 20}{5}\right)^2 \approx 107$$

Aproximadamente 107 alunos.

Nota: *normalmente é pedida a resolução completa com todos os cálculos, correspondente ao 1º processo. Repare que na última etapa do primeiro processo, temos exatamente a expressão que é utilizada no 2º processo.*

Exemplo 4.(260)

Exemplo 4

Queremos obter um intervalo de confiança de 95% com uma margem de erro de 3%. Admita que uma estimativa para a proporção populacional é 10%.

Qual será a dimensão da amostra ideal?

Nota: «ideal» no sentido de minimizar a margem de erro e os custos.

Resolução

Numa proporção, sabemos que para um intervalo de confiança de 95%, a margem de erro é dada por:

$$1{,}96 \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0{,}03 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \frac{0{,}03}{1{,}96} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \left(\frac{0{,}03}{1{,}96}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \left(\frac{1{,}96}{0{,}03}\right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p}) \Leftrightarrow n \approx 4268{,}44 \times 0{,}1 \times 0{,}9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n \approx 384$$

A dimensão da amostra desejável para esta situação é aproximadamente 384.

☞***Atividade 4(260).Caso da proporção.***

ATIVIDADE 4

Quantos eleitores devem ser entrevistados para estimar a proporção de eleitores que votarão num candidato A, com um nível de confiança de 95% e uma margem de erro de 2%, sabendo que o candidato tem aproximadamente 35% dos eleitores a seu favor?

Resolução:

1º processo: indicar todos os cálculos. $\hat{p} = 0.35 \quad logo\ 1 - \hat{p} = 0.65$

$$\varepsilon = Z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$\varepsilon = 0.02 \Leftrightarrow 1.96 \times \sqrt{\frac{0.35 \times 0.65}{n}} = 0.02 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1.96 \times \frac{\sqrt{0.35 \times 0.65}}{\sqrt{n}} = 0.02 \Leftrightarrow 1.96 \times \sqrt{0.35 \times 0.65} = 0.02\sqrt{n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{1.96}{0.02} \times \sqrt{0.35 \times 0.65} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \left(\frac{1.96}{0.02}\right)^2 \times 0.35 \times 0.65 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n \approx 2185$$

2º processo:

$$\varepsilon = 2\%$$

$$n = \left(\frac{1,96}{0,02}\right)^2 \times 0,35(1-0,35) \approx 2185$$

Aproximadamente 2185 eleitores.

Nota: *normalmente é pedida a resolução completa com todos os cálculos, correspondente ao 1º processo. Repare que na última etapa do primeiro processo, temos exatamente a expressão que é utilizada no 2º processo.*

☞Exercícios(270):38, 40.

☞Exercícios(270):38.

38. Pretende estimar-se o tempo médio de reação de um determinado medicamento. Verificou-se que o desvio padrão é 0,5.
Sabendo que a margem de erro é não superior a 0,01 h, determine o tamanho das amostras necessárias para se obterem graus de confiança de 90% e de 95%.

Resolução:

1º processo: Indique todas as etapas, tal como vimos na resolução da atividade 3 (pág. 259).

Confiança 90%

$$\varepsilon=0.01 \Leftrightarrow 1.645 \times \frac{0.5}{\sqrt{n}} = 0.01 \Leftrightarrow 0.01\sqrt{n} = 1.645 \times 0.5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{1.645 \times 0.5}{0.01} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \left(\frac{1.645 \times 0.5}{0.01}\right)^2 \Leftrightarrow n \approx 67645$$

Confiança 95%

$$\varepsilon=0.01 \Leftrightarrow 1.96 \times \frac{0.5}{\sqrt{n}} = 0.01 \Leftrightarrow 0.01\sqrt{n} = 1.96 \times 0.5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{1.96 \times 0.5}{0.01} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \left(\frac{1.96 \times 0.5}{0.01}\right)^2 \Leftrightarrow n \approx 9604$$

2º processo: resolução simplificada.

38. $\sigma = 0{,}5$ e $\varepsilon \leq 0{,}01$

Dimensão da amostra para um intervalo de 90% de confiança:

$$n = \left(\frac{1{,}645 \times 0{,}5}{0{,}01}\right)^2 = 6765$$

Dimensão da amostra para um intervalo de 95%:

$$n = \left(\frac{1{,}960 \times 0{,}5}{0{,}01}\right)^2 = 9604$$

Nota*: ao aumentar o grau de confiança, a amostra terá de ser maior.*

☞***Exercícios(270): 40.***

40. Qual deve ser o tamanho de uma amostra aleatória para avaliar a preferência por uma determinada marca de gelados, admitindo uma margem de erro de 3%, com 95% de confiança, e supondo que usualmente essa marca tem 45% de preferências?

Resolução:

1º processo: Indique todas as etapas, tal como vimos na resolução da atividade 4 (pág. 260).

1º processo: indicar todos os cálculos. $\hat{p} = 0.45 \quad logo\ 1 - \hat{p} = 0.55$

$$\varepsilon = Z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$\varepsilon = 0.03 \Leftrightarrow 1.96 \times \sqrt{\frac{0.45 \times 0.55}{n}} = 0.03 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1.96 \times \frac{\sqrt{0.45 \times 0.55}}{\sqrt{n}} = 0.03 \Leftrightarrow 1.96 \times \sqrt{0.45 \times 0.55} = 0.02\sqrt{n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{1.96}{0.03} \times \sqrt{0.55 \times 0.55} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \left(\frac{1.96}{0.03}\right)^2 \times 0.45 \times 0.55 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n \approx 1056$$

2º processo: processo simplificado

40. Sabe-se que: $\varepsilon = 3\%$, o nível de confiança é 95% e $\hat{p} = 45\%$.

A dimensão da amostra é:

$$n = \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p}(1-\hat{p}) = \left(\frac{1{,}96}{0{,}03}\right)^2 \times 0{,}45 \times 0{,}55 = 1056$$

Questões de exame:" tamanho da amostra" e "nível de confiança"

https://www.pedronoia.net/ExPrAss8Infer.htm

☞***ExercíciosPara Praticar:(267):16 a 26, 33, 34, 35, 39, 41.***

☞**ExercíciosGlobais(271): 1.3, 1.4, 2, 3.1, 3.2, 4.5, 5.2, 6.4, 7.3, 8.2, 9.1.**

Teste Final.pág. 278: 1 a 9.

Exames: Inferência Estatística:

https://www.pedronoia.net/ExPrAss8Infer.htm