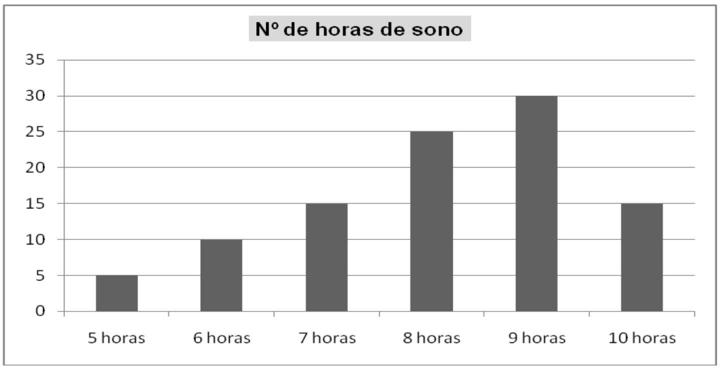
Enunciado + Resolução do teste 5 (teste escola)-abril 2024

1. O gráfico de barras representa a distribuição do número de horas diárias de sono de um grupo de pessoas adultas.

No eixo horizontal, temos o número de horas de sono e no eixo vertical, temos o número de pessoas.



1.1. Calcule a percentagem de pessoas que dormem menos de 8 horas**.**

Apresente o resultado arredondado às centésimas.

1.2. Calcule a média de horas de sono deste grupo de pessoas, indicando todos os cálculos.

1.3. Com base nos dados do gráfico, copie a tabela de frequências abaixo para a folha de respostas e completando-a.

Indique as frequências relativas e as frequências relativas acumuladas em percentagem, arredondadas às décimas.

Nº de horas de sono	**frequência absoluta (f_i)**	**frequência absoluta acumulada (F_i)**	**frequência relativa (fr_i) (%)**	**frequência relativa acumulada (Fr_i) (%)**
5				
6				
7				
8				
9				
10				
TOTAL				

1.4. Admita que a este grupo de pessoas, juntou-se ainda um outro grupo com 20 pessoas que dormem apenas 4 horas por dia. De acordo com estes dados, foi contruído um gráfico circular.

Indique a amplitude do ângulo do setor circular correspondente aos seguintes valores da variável, 4 horas, 5 horas, 6 horas, apresentando todos os cálculos.

Caso seja necessários efetuar arredondamentos, apresente-os com aproximações à décima.

1-Resolução

1.1) 5+10+15=30 total: 100 $\frac{30}{100} \times 100\% = 30\%$

1.2) $\frac{5\times5+6\times10+7\times15+8\times25+9\times30+10\times15}{100} = 8.1$

1.3)

Nº de horas de sono	**frequência absoluta (f_i)**	**frequência absoluta acumulada (F_i)**	**frequência relativa (fr_i) (%)**	**frequência relativa acumulada (Fr_i) (%)**
5	**5**	**5**	**5**	**5**
6	**10**	**15**	**10**	**15**
7	**15**	**30**	**15**	**30**
8	**25**	**55**	**25**	**55**
9	**30**	**85**	**30**	**85**
10	**15**	**100**	**15**	**100**
TOTAL	**100**		**100**	

1.4) Novo total: 100+20=120

Podemos usar com regra de 3 simples, fazendo, por exemplo 120→360º, 20→x … ou diretamente:

4 horas: $\frac{20}{120} \times 360° = 60°$ 5 horas: $\frac{5}{120} \times 360° = 15°$ 6 horas: $\frac{10}{120} \times 360° = 30°$

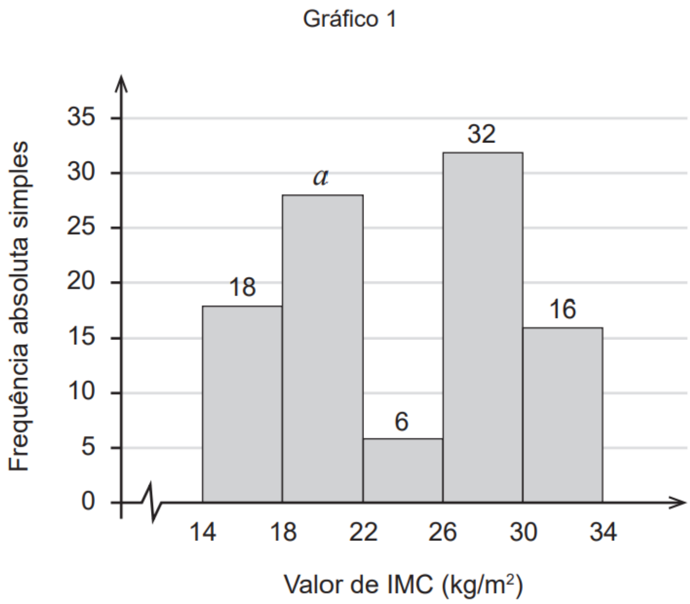
Questão 2

2) No Dia Internacional da Saúde, a rádio OnOfff lançou aos ouvintes o desafio seguinte: calcularem o seu índice de massa corporal (IMC) e de o enviarem para a rádio. Os programas da rádio com maior participação dos ouvintes foram «A sua tarde na OnOfff» e «OnOfff night».

2.1As respostas recebidas durante a emissão do programa «**A sua tarde na OnOfff**» apresentam-se no histograma de frequências absolutas simples, representado no Gráfico 1, organizadas nas classes [14, 18[, [18, 22[, ... , [30, 34[.

Admita que a média dos dados agrupados de IMC apresentados no Gráfico 1 é igual a 24.

Determine o valor de a. Apresente todos os cálculos. Se apenas apresentar o resultado ou fizer por tentativa e erro, será considerado errado.



2.2 Considere agora que **a=28**.

Determine o valor do desvio padrão populacional arredondado às centésimas.

Pode utilizar a calculadora gráfica ou processos analíticos. Se apenas for apresentado o resultado final, será considerado errado.

2-Resolução

2.1) Devemos reparar que a marca da primeira classe é (14+18)/2= 16. Do mesmo modo, para as restantes marcas de classe. Obtemos: 16; 20; 24; 28; e 32 respetivamente.

$$\frac{16 \times 18 + 20 \times a + 24 \times 6 + 28 \times 32 + 32 \times 16}{18 + a + 6 + 32 + 16} = 24$$

$$\Leftrightarrow \frac{1840 + 20 \times a}{72 + a} = 24$$

$$\Leftrightarrow 1840 + 20 \times a = 24 \times (72 + a)$$

$$\Leftrightarrow 1840 + 20 \times a = 1728 + 24 \times a$$

$$\Leftrightarrow 20 \times a - 24 \times a = 1728 - 1840$$

$$\Leftrightarrow -4 \times a = -112$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{-112}{-4} \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{a = 28}$$

2.2) 1º processo: Vamos utilizar a calculadora gráfica.

Nesta alínea não podemos apresentar apenas o resultado final, pelo que é necessário indicar as listas introduzidas na calculadora. Primeiro as marcas das classes e depois as respetivas frequências.

Lista 1: 16; 20; 24; 28; 32 ***Lista 2***: 18; 28; 6; 32; 16

Colocamos na calculadora gráfica e obtemos o desvio padrão populacional: σ≈5.60

2º processo- analiticamente:

Se utilizar processos analíticos, deve seguir a fórmula dada na aula e ter em conta as marcas das classes (16; 20; 24; 28; 32), as respetivas frequências (18; 28; 6; 32; 16) e que a média é 24.

$$\boldsymbol{\sigma} =$$

$$= \sqrt{\frac{18 \times (16-24)^2 + 28 \times (20-24)^2 + 6 \times (24-24)^2 + 32 \times (28-24)^2 + 16 \times (32-24)^2}{100}}$$

Obtemos **σ ≈ 5.60**

Questão 3

3) Os pesos das pessoas que se pesaram na balança de uma farmácia num determinado dia foram os seguintes:

35	39	41	43	49	51	51	51	55	58	60	60	60	61	65	68
69	74	75	76	76	77	78	79	86	87	88	88	90	90	95	95

3.1Determine os valores de máximo, mínimo, 1º quartil, 3º quartil, mediana e desenhe o diagrama de extremos e quartis de forma rigorosa.

3.2Tendo em conta que o símbolo $\boldsymbol{\mu}$ representa a média e $\boldsymbol{\sigma}$ representa o desvio padrão populacional, calcule a percentagem de pessoas cujo peso não pertence ao intervalo $]\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\sigma}; \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\sigma}[$.

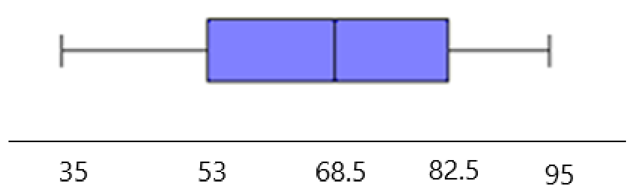
Apresente a percentagem arredondada à centésimas.

3-Resolução

3.1) Nota: podemos resolver esta alínea, sem utilizar a calculadora gráfica, ordenando todos os números e depois identificando os extremos, a mediana e os quartis. Em particular esta tarefa aqui é facilitada porque os dados já estão ordenados no enunciado. Mas é mais prático usar a calculadora gráfica.

Introduzimos na calculadora gráfica todos os números 35; 39; 41; …..; 95 e pedimos as estatísticas.
Obtemos: Máx: 95 mín.: 35 Q1: 53 Q3: 82.5 e mediana: 68.5.

Diagrama de extremos e quartis:



3.2) Lançamos os dados da lista na calculadora gráfica:

35	39	41	43	49	51	51	51	55	58	60	60	60	61	65	68
69	74	75	76	76	77	78	79	86	87	88	88	90	90	95	95

E pedimos as estatísticas. Obtemos $\mu \approx 67.81$ e $\sigma \approx 17.19$

$$]\boldsymbol{\mu - \sigma; \mu + \sigma}[=]67.81 - 17.19;\ 67.81 + 17.19[=]\mathbf{50.62; 85}[$$

Os valores que nos interessam para dentro do intervalo são: 51; 52; …até 84.

São 19 dentro do intervalo. Como ao todo são 32 e queremos a percentagem dos que ficam de fora, será 32-19=13 13/32=0.40625=40.625%

Resposta: Aproximadamente 40.63% das pessoas tem peso fora do intervalo $]\mu - \sigma; \mu + \sigma[$

Questão 4

4Na tabela seguinte temos os dados referentes ao **"peso"** e ao **"número de sapato"**, para os alunos de uma turma:

peso $(\boldsymbol{x})$	59	50	49	50	56	54	52	68	70	47	75	49	51	53	48	73	65	65
nº sapato $(\boldsymbol{y})$	37	37	38	37	39	37	38	42	41	37	41	36	37	37	36	42	43	42

4.1Apresente o valor do coeficiente de correlação com 5 casas decimais.

4.2Apresente a equação da reta de regressão na forma $\boldsymbol{y = ax + b}$ ou $\boldsymbol{y = mx + b}$, com os valores dos coeficientes arredondados às milésimas.

4.3Usando a reta de regressão, da alínea anterior, responda às seguintes questões apresentando todos os cálculos e/ou justificações necessárias:

4.3.1)o número de sapato esperado para um aluno com 76 quilos.

4.3.2) o peso esperado para um aluno que calça o sapato 40.

4-Resolução

4.1)

Lançamos na calculadora gráfica as listas

L1	59	50	49	50	56	54	52	68	70	47	75	49	51	53	48	73	65	65
L2	37	37	38	37	39	37	38	42	41	37	41	36	37	37	36	42	43	42

E pedimos a regressão linear. Obtemos o coeficiente de correlação : $r \approx 0.87828$

4.2) Depois de lançar as respetivas listas, obtemos a partir da calculadora gráfica:

$a \approx 0.225$ e $b \approx 25.819$, ou seja, a equação $Y = 0.225x + 25.819$

4.3.1) Basta substituir x por 76 e calcular o valor de Y.

$Y(76) = 0.225 \times 76 + 25.819 \approx 42.919$ podemos arredondar para $Y(76) \approx 43$

Para um aluno com 76 quilos, esperamos que calce o sapato número 43.

4.3.2) Basta substitui o Y por 40, e procurar o valor de x.

$40 = 0.225x + 25.819 \Leftrightarrow 40 - 25.819 = 0.225x \Leftrightarrow 14.181 = 0.225x \Leftrightarrow x = 14.181/0.225 \Leftrightarrow x \approx 63.03$

Para um aluno que calce o sapato número 40, esperamos que pese aproximadamente 63.03 quilos.

Questão 5

5)Na tabela seguinte, temos dados referentes à cor do cabelo e à cor dos olhos de 2000 pessoas.

Sabemos que:

- 1/4 das pessoas com cabelo castanho tem olhos verdes.
- 20% das pessoas com cabelo louro tem olhos castanhos.
- 62,5% das pessoas com olhos azuis tem cabelo louro.
- Há mais 280 pessoas com olhos castanhos do que pessoas com olhos verdes.

Olhos / Cabelo	Azuis	Castanhos	Verdes	TOTAL
Castanho			**a**	1200
Louro	**b**			600
Ruivo		40		200
TOTAL	320		**c**	2000

Determine os valores de ***a***, ***b*** e ***c***, indicando todos os cálculos e raciocínios. Se apenas apresentar os resultados sem justificação, ou fizer apenas por tentativas, será considerado errado.

5-Resolução

5) $(1/4) \times 1200 = 300$, logo $a = 300$

$0.625 \times 320 = 200$, logo $b = 200$

Olhando agora apenas para a linha dos totais temos:

$320 + (C + 280) + C = 2000 \Leftrightarrow 2C = 2000 - 280 - 320 \Leftrightarrow 2C = 1400 \Leftrightarrow c = 1400/2 \Leftrightarrow C = 700$.

Resposta: a= 300; b= 200 C= 700

Questão 6

6)Com uma taxa de IVA incluído de 12%, um produto custa 1012.48 euros.

Se a taxa de IVA desse mesmo produto fosse 23%, quanto pagaria de IVA? Justifique.

6-Resolução

6) 1º processo:

1012.48→ 112%

x-------→100% x=(1012.48×100)/112 ⇔ x= 904 904×0.23= 207.92

2º processo:

1012.48→ 112%

y-------→23% x=(1012.48×23)/112 ⇔ x= 207.92

resposta: Pagaria 207.92 euros de IVA

Questão 7

1. Na venda de um prédio urbano destinado a habitação estamos sujeitos ao pagamento de um imposto que se designa por IMT. Em Portugal continental, o pagamento do IMT varia em função do preço do prédio, de acordo com a seguinte tabela.

Escalões (€)	Taxas (%)	Parcelas a abater (€)
Até 92 407	0	0,00
De mais de 92 407 até 126 403	2	1 848,14
De mais de 126 403 até 172 348	5	5 640,23
De mais de 172 348 até 287 231	7	9 087,19
De mais de 287 231 até 574 323	8	11 959,32
Superior a 574 323	6	0,00

A Rute comprou um apartamento em Portugal continental, e não se lembra do preço, mas lembra-se que custava mais de 300 mil euros. Sabe ainda que a despesa global, que inclui o preço do apartamento e o valor do IMT, custou ao todo 359 059,56 euros.

Quanto pagou de IMT na compra deste apartamento? Apresente o resultado arredondado às centésimas. Indique todos os cálculos e justificações. Se fizer por tentativa e erro, ou estiver mal justificado será considerado errado.

7-Resolução

7)

Como custa mais de 300 000 euros, mas ao todo só atinge os 359 059.56 euros, temos a certeza que está no escalão correspondente a 8%.

Assim, sendo C o custo antes de aplicar o imposto, temos:

$$C + C\times 0.08 - 11\,959.32 = 359\,059.56 \Leftrightarrow 1.08\times C = 359059.56 + 11959.32 \Leftrightarrow C = 371018.88/1.08 \Leftrightarrow C = 343536$$

Para calcular o IMT, podemos fazer por dois processos.

1º processo: Pela diferença.

359 059.56-343536= 15523.56

2º processo: Pela tabela:

$343536\times 0.08 - 11959.32 = 15523.56$

Resposta: Pagou 15 523.56 euros de IMT

Questão 8

8) O IRS, imposto sobre os rendimentos de pessoas singulares, depende do rendimento coletável, de acordo com a tabela seguinte. Esta tabela refere-se ao ano 2014.

Rendimento coletável (€) (*)	Continente		Madeira		Açores	
	Taxas(%)	Parcelas a abater.	Taxas(%)	Parcelas a abater	Taxas(%)	Parcelas a abater
Até 7000	14.5	0	14.5	0	11.6	0
De mais de 7000 até 20 000	28.5	980	28.5	980	22.8	784
De mais de 20 000 até 40 000	37.0	2 680	37.0	2 680	29.6	2 144
De mais de 40 000 até 80 000	45.0	5 880	45.0	5 880	36.0	4 704
Superior a 80 000	48.0	8 280	48.0	8 280	38.4	6 624

(*) Depois de dividido pelo coeficiente conjugal no caso de contribuintes casados, unidos de facto ou separados de facto que façam declaração conjunta.

Em 2014, o Manuel e a Joana verificaram que o rendimento global do casal era de € 40 500. Os rendimentos da Joana foram € 21 500 e os do Manuel € 19 000. Estes rendimentos foram auferidos nos Açores, onde viviam e trabalhavam.

Antes de apresentarem a declaração do IRS, a Joana lembrou-se que, em vez de pagarem este imposto enquanto casal, podiam pagar separadamente. Assim, a Joana pagaria o IRS correspondente apenas ao seu rendimento, e o Manuel também pagaria o IRS correspondente ao respetivo rendimento.

A Joana achava que, deste modo, o valor total a pagar de IRS seria menor. O Manuel achava que era precisamente ao contrário. Qual teria sido a decisão mais vantajosa? Como poderia ter ajudado este casal a decidir se deveria pagar o IRS em conjunto ou separadamente.

Na sua resposta:

- Calcule o valor de IRS a pagar, se pagassem conjuntamente.
- Calcule o valor de IRS a pagar apenas com base no rendimento da Joana.
- Calcule o valor de IRS a pagar apenas com base no rendimento do Manuel.
- Conclua qual teria sido a decisão mais rentável, pagar o IRS conjuntamente ou em separado.

Apresente todos os cálculos e justificações.

8-Resolução

8)

Casal:

Como o total é 40 500, dividimos por 2 e temos 40500/2 = 20 250

0.296×20250- 2144=3850   3850×2=7700

Joana:

0.296×21500-2144= 4220

Manuel:

0.228×19000-784= 3548

Total: 4220+3548= 7768.

Se pagarem separadamente, pagam ao todo 7768 euros.

Se pagarem enquanto casal pagam 7700.

É mais rentável pagaram conjuntamente. O Manuel tinha razão.

Questão 9

9) O clube de Matemática da escola X decidiu organizar um sorteio com rifas, com o objetivo de angariar fundos para comprar materiais didáticos.

O João participou nesta iniciativa e conseguiu vender vários blocos de rifas. À sua família vendeu algumas rifas e cada um dos seus familiares escolheu uma rifa com um número que mais lhe agradou. No dia anterior ao sorteio, o João apontou os números que estavam nas rifas, vendidas à sua família e observou que a média destes números era 121.

Se retirasse a rifa número 311, que tinha o seu nome, a média descia para 102.

Quantas rifas foram compradas pela família do João, para além da sua? Justifique.

9-Resolução

9)

Seja n o número inicial de rifas compradas. Média inicial: 121. Soma de todos os números: $n \times 121$

Saiu o número 311e a média dos restantes (n-1) números passou para 102. A sua soma total seria

$$(n-1)\times 102$$

Deste modo, podemos escrever:

$$n\times 121-311=(n-1)\times 102$$

resolvendo:

$$n\times 121-311=(n-1)\times 102 \Leftrightarrow n\times 121-311=102n-102 \Leftrightarrow n\times 121-102n=311-102 \Leftrightarrow 19n=209 \Leftrightarrow n=209/19 \Leftrightarrow n=11$$

Ao todo foram compradas 11 rifas. Retirando a rifa do João: 11 - 1=10.

Resposta: Além da rifa do João, foram compradas 10 rifas.