

Resolução do teste 5 (teste escola)-abril 2024

$$1.1) \quad 5+10+15=30 \text{ total: } 100 \quad \frac{30}{100} \times 100\% = 30\%$$

$$1.2) \quad \frac{5 \times 5 + 6 \times 10 + 7 \times 15 + 8 \times 25 + 9 \times 30 + 10 \times 15}{100} = 8.1$$

1.3)

| Nº de horas de sono | frequência absoluta (f_i) | frequência absoluta acumulada (F_i) | frequência relativa (fr_i) (%) | frequência relativa acumulada (Fr_i) (%) |
|---------------------|-------------------------------|---|------------------------------------|--|
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 10 | 15 | 10 | 15 |
| 7 | 15 | 30 | 15 | 30 |
| 8 | 25 | 55 | 25 | 55 |
| 9 | 30 | 85 | 30 | 85 |
| 10 | 15 | 100 | 15 | 100 |
| TOTAL | 100 | | 100 | |

1.4) Novo total: $100+20=120$

Podemos usar com regra de 3 simples, fazendo, por exemplo $120 \rightarrow 360^\circ$, $20 \rightarrow x$... ou diretamente:

$$\underline{4 \text{ horas:}} \quad \frac{20}{120} \times 360^\circ = 60^\circ \quad \underline{5 \text{ horas:}} \quad \frac{5}{120} \times 360^\circ = 15^\circ \quad \underline{6 \text{ horas:}} \quad \frac{10}{120} \times 360^\circ = 30^\circ$$

2.1) Devemos reparar que a marca da primeira classe é $(14+18)/2=16$. Do mesmo modo, para as restantes marcas de classe. Obtemos: 16; 20; 24; 28; e 32 respetivamente.

$$\frac{16 \times 18 + 20 \times a + 24 \times 6 + 28 \times 32 + 32 \times 16}{18 + a + 6 + 32 + 16} = 24$$

$$\Leftrightarrow \frac{1840 + 20 \times a}{72 + a} = 24$$

$$\Leftrightarrow 1840 + 20 \times a = 24 \times (72 + a)$$

$$\Leftrightarrow 1840 + 20 \times a = 1728 + 24 \times a$$

$$\Leftrightarrow 20 \times a - 24 \times a = 1728 - 1840$$

$$\Leftrightarrow -4 \times a = -112$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{-112}{-4} \quad \Leftrightarrow \mathbf{a = 28}$$

2.2) 1º processo: Vamos utilizar a calculadora gráfica.

Nesta alínea não podemos apresentar apenas o resultado final, pelo que é necessário indicar as listas introduzidas na calculadora. Primeiro as marcas das classes e depois as respetivas frequências.

Lista 1: 16; 20; 24; 28; 32 **Lista 2:** 18; 28; 6; 32; 16

Colocamos na calculadora gráfica e obtemos o desvio padrão populacional: $\sigma \approx 5.60$

2º processo- analiticamente:

Se utilizar processos analíticos, deve seguir a fórmula dada na aula e ter em conta as marcas das classes (16; 20; 24; 28; 32), as respetivas frequências (18; 28; 6; 32; 16) e que a média é 24.

$$\sigma =$$

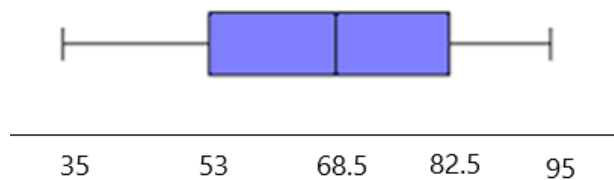
$$= \sqrt{\frac{18 \times (16 - 24)^2 + 28 \times (20 - 24)^2 + 6 \times (24 - 24)^2 + 32 \times (28 - 24)^2 + 16 \times (32 - 24)^2}{100}}$$

Obtemos $\sigma \approx 5.60$

3.1) Nota: podemos resolver esta alínea, sem utilizar a calculadora gráfica, ordenando todos os números e depois identificando os extremos, a mediana e os quartis. Em particular esta tarefa aqui é facilitada porque os dados já estão ordenados no enunciado. Mas é mais prático usar a calculadora gráfica.

Introduzimos na calculadora gráfica todos os números 35; 39; 41;; 95 e pedimos as estatísticas.
Obtemos: Máx: 95 mín.: 35 Q1: 53 Q3: 82.5 e mediana: 68.5.

Diagrama de extremos e quartis:



3.2) Lançamos os dados da lista na calculadora gráfica:

35 39 41 43 49 51 51 51 55 58 60 60 60 61 65 68
69 74 75 76 76 77 78 79 86 87 88 88 90 90 95 95

E pedimos as estatísticas. Obtemos $\mu \approx 67.81$ e $\sigma \approx 17.19$

$$] \mu - \sigma; \mu + \sigma [=] 67.81 - 17.19; 67.81 + 17.19 [=] 50.62; 85 [$$

Os valores que nos interessam para dentro do intervalo são: 51; 52; ... até 84.

São 19 dentro do intervalo. Como ao todo são 32 e queremos a percentagem dos que ficam de fora, será $32 - 19 = 13$ $13/32 = 0.40625 = 40.625\%$

Resposta: Aproximadamente 40.63% das pessoas tem peso fora do intervalo $] \mu - \sigma; \mu + \sigma [$

4.1)

Lançamos na calculadora gráfica as listas

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| L1 | 59 | 50 | 49 | 50 | 56 | 54 | 52 | 68 | 70 | 47 | 75 | 49 | 51 | 53 | 48 | 73 | 65 | 65 |
| L2 | 37 | 37 | 38 | 37 | 39 | 37 | 38 | 42 | 41 | 37 | 41 | 36 | 37 | 37 | 36 | 42 | 43 | 42 |

E pedimos a regressão linear. Obtemos o coeficiente de correlação :

$$r \approx 0.87828$$

4.2) Depois de lançar as respetivas listas, obtemos a partir da calculadora gráfica:

$$a \approx 0.225 \quad e \quad b \approx 25.819, \text{ ou seja, a equação } Y = 0.225x + 25.819$$

4.3.1) Basta substituir x por 76 e calcular o valor de Y.

$$Y(76) = 0.225 \times 76 + 25.819 \approx 42.919 \quad \text{podemos arredondar para } Y(76) \approx 43$$

Para um aluno com 76 quilos, esperamos que calce o sapato número 43.

4.3.2) Basta substituir o Y por 40, e procurar o valor de x.

$$40 = 0.225x + 25.819 \Leftrightarrow 40 - 25.819 = 0.225x \Leftrightarrow 14.181 = 0.225x \Leftrightarrow x = 14.181 / 0.225 \Leftrightarrow x \approx 63.03$$

Para um aluno que calce o sapato número 40, esperamos que pese aproximadamente 63.03 quilos.

5) $(1/4) \times 1200 = 300$, logo $a = 300$

$$0.625 \times 320 = 200, \text{ logo } b = 200$$

Olhando agora apenas para a linha dos totais temos:

$$320 + (C + 280) + C = 2000 \Leftrightarrow 2C = 2000 - 280 - 320 \Leftrightarrow 2C = 1400 \Leftrightarrow c = 1400 / 2 \Leftrightarrow C = 700.$$

$$\text{Resposta: } a = 300; b = 200 \quad C = 700$$

6) 1º processo:

$$1012.48 \rightarrow 112\%$$

$$x \text{-----} \rightarrow 100\% \quad x = (1012.48 \times 100) / 112 \Leftrightarrow x = 904 \quad 904 \times 0.23 = 207.92$$

2º processo:

$$1012.48 \rightarrow 112\%$$

$$y \text{-----} \rightarrow 23\% \quad x = (1012.48 \times 23) / 112 \Leftrightarrow x = 207.92$$

resposta: Pagaria 207.92 euros de IVA

7)

Como custa mais de 300 000 euros, mas ao todo só atinge os 359 059.56 euros, temos a certeza que está no escalão correspondente a 8%.

Assim, sendo C o custo antes de aplicar o imposto, temos:

$$C + C \times 0.08 - 11\,959.32 = 359\,059.56 \Leftrightarrow 1.08 \times C = 359\,059.56 + 11\,959.32 \Leftrightarrow C = 371\,018.88 / 1.08 \Leftrightarrow C = 343\,536$$

Para calcular o IMT, podemos fazer por dois processos.

1º processo: Pela diferença.

$$359\,059.56 - 343\,536 = 15\,523.56$$

2º processo: Pela tabela:

$$343\,536 \times 0.08 - 11\,959.32 = 15\,523.56$$

Resposta: Pagou 15 523.56 euros de IMT

8)

Casal:

Como o total é 40 500, dividimos por 2 e temos $40\,500 / 2 = 20\,250$

$$0.296 \times 20\,250 - 2144 = 3850 \quad 3850 \times 2 = 7700$$

Joana:

$$0.296 \times 21\,500 - 2144 = 4220$$

Manuel:

$$0.228 \times 19\,000 - 784 = 3548$$

$$\text{Total: } 4220 + 3548 = 7768.$$

Se pagarem separadamente, pagam ao todo 7768 euros.

Se pagarem enquanto casal pagam 7700.

É mais rentável pagarem conjuntamente. O Manuel tinha razão.

9)

Seja n o número inicial de rifas compradas. Média inicial: 121. Soma de todos os números: $n \times 121$
Saiu o número 311 e a média dos restantes $(n-1)$ números passou para 102. A sua soma total seria

$$(n-1) \times 102$$

Deste modo, podemos escrever:

$$n \times 121 - 311 = (n-1) \times 102$$

resolvendo:

$$n \times 121 - 311 = (n-1) \times 102 \Leftrightarrow n \times 121 - 311 = 102n - 102 \Leftrightarrow n \times 121 - 102n = 311 - 102 \Leftrightarrow 19n = 209 \Leftrightarrow n = 209/19 \\ \Leftrightarrow n = 11$$

Ao todo foram compradas 11 rifas. Retirando a rifa do João: $11 - 1 = 10$.

Resposta: Além da rifa do João, foram compradas 10 rifas.