Tema 2- Estatística.

Capítulo 1- Estatística (Pág. 90)

1.1 Introdução (pág. 90)

População ou universo estatístico é um conjunto de elementos, que podem ser pessoas, animais, resultados experimentais, etc. , com pelo menos uma característica comum, que se pretende analisar.

Ex: alunos de uma Escola.

Variável ou caráter estatístico é uma característica ou propriedade da população em estudo à qual se possa atribuir um número ou uma categoria.

Ex: altura de cada aluno.

Unidade estatística é cada um dos elementos da população.
Exemplo: cada um dos alunos.

Efetivo ou **dimensão da população** é o número de elementos da população.

Amostra é um subconjunto finito da população.

Censo é um estudo estatístico que incide sobre todos os elementos de uma população.

Sondagem é um estudo estatístico em que se utiliza apenas uma amostra da população.

Qualitativas – são atributos que, por se relacionarem com qualidades, não se podem traduzir numericamente. Por exemplo, a cor dos olhos, a profissão, o sexo e a nacionalidade.

Quantitativas – são atributos que se podem traduzir numericamente, quer através de uma contagem, quer através de uma medição. Por exemplo, a duração de um tema musical, a distância de casa à escola e o número de irmãos.

Dentro das variáveis quantitativas podemos distinguir:

Discretas – a variável só toma valores isolados. Por exemplo, o número de irmãos e o número de mensagens recebidas por dia.

Contínuas – a variável toma qualquer valor de um dado intervalo. Por exemplo, a altura e a temperatura.

1.2 Interpretação de tabelas e gráficos(pág. 92).

Atividade 1(pág. 92)
Atividade 2(pág. 92).
Atividade 3(93)
Atividade 4 (pág. 93)
Atividade 5 (pág. 94)
Atividade 6(pág. 94)
Atividade 7(pág. 95)
Atividade 8(pág. 95)
Atividade 9(pág. 96)
Atividade 10 (pág. 96)
Atividade 11(pág. 97)
Atividade 12(pág. 97)
Atividade 13(pág. 98)
Exercício 1(pág. 160)

1.3 Planeamento e aquisição de dados (pág. 99)

A **Estatística Descritiva** envolve métodos de recolha, classificação e redução dos dados, procurando descrever as características principais de uma amostra.

A **Estatística Indutiva**(ou **inferência estatística**) tem por finalidade inferir, para uma população, as propriedades verificadas na amostra.

Exemplo 1(pág. 99)   ***Exemplo 2***(pág. 100)+ CG.

CG: Gerar aleatoriamente 60 números inteiros entre 1 e 1200

Casio: (pág. 226)

Tecla **OPTN/** PROB/RAND/Int.

RanInt#(1,1200,60)

Texas (pág. 229).

Tecla **MATH**/ PROB/randInt   (inteiro)

randint(1, 1200, 60)   ou introduzir por esta ordem…

Atividade 1(pág. 100)

~~At2~~ ~~At3~~

Nota: Os métodos de amostragem serão dados no 11º ano.

1.4 Fases de um estudo estatístico(pág. 101)

1ª fase — Identificação do objeto do estudo estatístico: Nesta fase decide-se qual o objeto no nosso estudo e a variável ou variáveis a estudar.

2ª fase — Recolha de dados: Esta recolha pode ser realizada através de inquéritos, observações, consulta de documentos ou entrevistas (por exemplo, telefónicas).

3ª fase — Organização e apresentação de dados: Consiste em reduzir os dados obtidos e organizá-los em tabelas e/ou gráficos.

4ª fase — Análise e interpretação de resultados: É a fase em que se obtém as conclusões relativamente ao objetivo que nos havíamos proposto estudar.

Exemplo 1(pág. 101).

1.5 Classificação de dados e construção de tabelas de frequências (pág. 102)

Exemplo 1 (pág. 102)

Frequência **absoluta**.(f)   -Frequência **relativa**.(fr)

Frequência absoluta acumulada (F_i) de um valor da variável é a soma das frequências absolutas simples correspondentes aos valores inferiores ou iguais ao valor da variável dado.

Frequência relativa acumulada (Fr_i) de um valor da variável é a soma das frequências relativas simples correspondentes aos valores inferiores ou iguais ao valor da variável dado.

Exemplo: (pág. 103)

Nº dias	***f***	***F***	***fr(%)***	***Fr(%)***
10	5			
12	3			
13	8			
15	9			
17	6			
21	10			
22	8			
30	1			
Total:	**50**			

Absolutas acumuladas: F_1=5 F_2=5+3=8 F_3=5+3+8=16 …

Relativas:fr_1= 5/50 = 0.1=10% fr_2=3/50=0.06=6% …

Relativas acumuladas: Fr1= 10%   Fr2=10%+6%=16% …

Nº dias	***f***	***F***	***fr(%)***	***Fr(%)***
10	5	5	10	10
12	3	8	6	16
13	8	16	16	32
15	9	25	18	50
17	6	31	12	62
21	10	41	20	82
22	8	49	16	98
30	1	50	2	100
Total:	**50**		**100**	

Calculadora gráfica: Tabelas de frequências.

Vamos usar listas da estatística.
Na lista 1, colocamos os valores da variável: 10; 12: 13;(…)
Na lista 2, colocamos as frequências absolutas: 5; 3; 8;(…)
Lista 3-Frequências absolutas acumuladas.
Lista 4- Frequências relativas.
Lista 5- Frequências relativas acumuladas.

Casio:

Na lista1, na linha "SUB" pode escrever XI e na lista 2 "FA".
Para a lista 3, vamos colocar o cursor sobre "List3" e OPTN, LIST, e procurar até encontrar **Cumul**.   Depois, completamos:
Cumul List 2 (EXE).
Para a lista 4, vamos colocar o cursor sobre "List4" e OPTN, LIST, e procurar até encontrar "**%**".   Depois, completamos:
Percent List 2 (EXE).

Para a lista 5, vamos colocar o cursor sobre “List 5” e OPTN, LIST, e procurar até encontrar **Cumul**. Depois, completamos:
Cumul List 4 (EXE).

(Casio- Pág. 226 e 227 do livro)

Texas:

Comece por completar as duas primeiras listas com os valores da variável e as frequências absolutas respetivamente.
Para obter as frequências absolutas acumuladas:
Coloque o cursor sobre L3 e: |2nd |STAT | OPS|6-cumSum
(ou soma cumulativa)
L3=cumSum(L2) (enter)

Para obter as percentagens, pode colocar o cursor sobre L4 e L4=(L2/50)*100
Para L5, repita o procedimentos cumulativo, aplicado a L4.
Nota: também podemos mudar os nomes das listas, como se pode ver nas instruções da pág. 229.
(Texas: Pág. 229)

TNspire
procure em:
https://pedronoia.net/nspire10.htm

Exercício 2 (pág. 160)
Exercício 3 (pág. 160)

Exemplo 2 (104)

Regra: “ Número de classes”(104)

Seja k o número de classes a considerar e ***n*** a dimensão da amostra:
k é o menor inteiro tal que $2^k \geq n$

Exemplos: $2^0 = 1$; $2^1 = 2$; $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2^4 = 16$; $2^5 = 32 \geq 24$

…Continuação dos exemplo 2(pág. 104, 105)

3 passos e construção das classes. (105).

Atividade 2(105)

Exercício 4 (160)

Exercício 5(pág. 160)

1.6- Representações gráficas (pág. 106)

Diagrama de Caule e folhas (106)

Traça-se uma linha vertical.
Lado esquerdo o dígito (ou os dígitos) da ordem de maior grandeza.
Lado direito o dígito das unidades. Por fim, devemos colocar por ordem crescente.

Exemplo 1(106)

Atividade 1 (107)

Exercício 6(pág. 161) 6.1 e 6.2 ~~6.3~~

1.6.1 Gráficos circulares (107)

Deve ter a legenda e a percentagem (ou frequência absoluta) de cada setor;
A área de cada setor é proporcional à frequência; Deve ter um título.

Amplitude do ângulo: $fr_i \times 360°$,

(ou regra dos 3 simples com 100% → 360°)

Exemplo 2(108)

Exercício 7 (pág. 161)

Atividade 3 (109)

1.6.2 Pictogramas(pág.109)

Deve ter em conta que no gráfico:
-Tem de existir a legenda, ou seja, deve estar explícito o significado de cada símbolo;
-o símbolo deve estar relacionado com a característica em estudo;
-o número de símbolos é proporcional à frequência;
-os símbolos podem ser desenhados em linhas ou em colunas;
-os símbolos devem poder dividir-se segundo eixos de simetria.

Exemplo 3(pág. 109)

Exercício 8 (161)

1.6.3 Gráficos de barras(110).

A altura é proporcional às frequências.

As barras devem ficar igualmente distanciadas umas das outras.
Exemplo 4(pág. 110)

Exercício 9(161).
Exercício 10(161)

1.6.4 Gráficos de linhas(111).

É utilizado para representar dados que evoluem ao longo do tempo.
Exemplo 6(111).
Exemplo 7(112).

1.6.5 Histogramas(112).

Para variáveis contínuas com dados agrupados em classes.
As barras ficam juntas.
A área de cada barra é proporcional à respetiva frequência.

Exemplo 8(pág. 112).
Nota: também usamos histogramas com frequências acumuladas.(pág. 113).

<u>Nota:</u> Quando as classes **não têm a mesma amplitude**, a frequência é igual à área do respetivo retângulo. Assim, a altura é igual à frequência a dividir pela amplitude do intervalo, como no exemplo 9, que se segue:

Exemplo 9(113).

Atividade 4(114)

1.6.6 Polígonos de frequências

Este resulta da união sucessiva, com segmentos de reta, dos pontos médios das bases superiores dos diferentes retângulos.
Marcamos uma classe vazia antes da primeira e outra depois da última.

Exemplo (pág. 114)
Baseado no exemplo 8 da pág. 112.

Exemplo para o histograma de frequências **acumuladas**. Aqui não usamos o ponto médio. (pág. 115).

Atividade 5(115)

Exercício 11(161) Nota: na 4ª classe, em vez de [70, 80], deve ler-se [70, 90]

Calculadora gráfica- Gráficos.

Podemos obter um gráfico de linhas a partir da calculadora gráfica.

Na secção estatística(STAT), podemos colocar na lista 1: [25; 35; 45; 55; 65; 75; 85] e na lista 2: [0; 2; 3; 15; 8; 2; 0].

Casio: GRAPH(F1),
SET(F6) (para definir o tipo de gráfico)
Graph Type:
xyLine(F2) EXE
e
Graph 1.
(Consultar pág. 227 do livro)

Texas:
STAT PLOT (2nd Y=)
1: On Type escolher o segundo.
Xlist: L1
YList: L2
Tecla: Graph
Sugestão: tecla Zoom/ ZoomStat
(Consultar pág. 230 do livro)

TI-Nspire… procure em:
https://pedronoia.net/nspire10.htm

1.6.7 Exemplos de gráficos pouco elucidativos(115).

Exemplo 10(116). ***Exemplo 11***(116). ***Exemplo 12***(117). ***Exemplo 13***(117).

1.7 Cálculo de estatísticas(118).

Medidas de localização/Medidas de dispersão.

1.7.1 Medidas de localização(118).

Começamos pelas medidas de tendência centrar: média, moda e mediana.

Média (pág. 118).

Média ($\overline{x}$) é o quociente da soma de todos os dados (valores da variável) pelo número de dados, ou seja:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Exemplo 1(119) Dados simples.

<u>Nota:</u> para a média de uma **amostra** usamos o símbolo $\bar{x}$. Quando de trata de uma **população**, o valor médio populacional é representado por $\boldsymbol{\mu}$.

Nota: quando os dados estão agrupados, a média pode ser dada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_M f_M}{n}$$

Exemplo 2(119) dados agrupados.

Calculadora gráfica-cálculo da média.

Casio:

(CG-Casio)Exemplo 1: dados simples 14; 17; 15; 17; 15; 15; 18:
Colocamos os dados numa lista da secção estatística(Lista 1).

Menu/Estatística.
Introduza os valores na lista 1.
Calc(F2) SET(F6)/ 1Var Xlist: **List 1** 1Var **Freq: 1**. (EXE). 1-VAR(F1)
Aparece a média $\bar{x}$ (aprox. 15.86)
e também outras grandezas que trabalharemos brevemente. (use a seta para descer.)

(CG-Casio)Exemplo 2: dados Agrupados.
"Lista1": 0; 1; 2; 3; 4. "Lista 2": 3; 5; 7; 10; 5.
Colocamos os dados nas listas da secção estatística(Lista 1, Lista 2).

Casio: Menu/Estatística.
Introduzir os valores na listas 1 e Lista2.
Calc(F2) SET(F6)/ 1Var Xlist: **List 1** 1Var **Freq: List 2**. (EXE). 1-VAR(F1)
Aparece a média $\bar{x}$ (2.3)
e também outras grandezas que trabalharemos brevemente. (use a seta para descer.)
A mediana é representada por "med".

(consultar pág. 227 do livro)

Texas

(CG-Texas)Exemplo 1: dados simples 14; 17; 15; 17; 15; 15; 18:
Colocamos os dados numa lista da secção estatística(Lista 1).

Tecla STAT / edit
Introduza os valores na lista "L1".
STAT/ CÁlCULO(ou CALC)/ 1-Var Stats/
1-Var Stats L1 (ENTER)
Aparece a média $\bar{x}$ (aprox. 15.86)
e também outras grandezas que trabalharemos brevemente. (use a seta para descer.)

(CG-Texas)Exemplo 2: dados Agrupados.
"Lista1": 0; 1; 2; 3; 4. "Lista 2": 3; 5; 7; 10; 5.
Colocamos os dados nas listas da secção estatística(STAT) (Edit) (Lista 1, Lista 2).

Introduza os valores nas listas "L1" e "L2".

STAT/ CÁlCULO(ou CALC)/ 1-Var Stats/
1-Var Stats L1, L2 (ENTER) ou preencha os espaços(…)
Aparece a média $\bar{x}$ (2.3)
e também outras grandezas que trabalharemos brevemente. (use a seta para descer.)
A mediana é representada por "med".

(consultar pág. 230 do livro)

TI-Nspire… procure em:
Primeira página de:
https://pedronoia.net/nspire.pdf

Exercício 12(pág. 162).
??**Exercício 13**(pág. 162) (**??**-Resolva se sobrar tempo)

A **marca da classe** (m_i) obtém-se fazendo a média dos valores extremos do intervalo considerado.(pág.120).
Exemplo: a marca da classe [10, 20[é (10+20) / 2 =15

Valor aproximado da **média para dados agrupados em intervalos de classe**:
Fazemos como nos dados agrupados, usando a marca como o representante de classe.
Pág.120.

$$\bar{x} \simeq \frac{\sum_{i=1}^{M} m_i f_i}{n}$$

Exemplo 3(pág. 120).

Propriedades da média.(Extra)
-Muito importante!

Exemplo(Extra) Média-Resolva
Considere a população com os dados: 10; 12; 14; 17; 22.

1) Calcule a média. (R: 15)

2) Adicione 3 unidades a cada um dos elementos e calcule novamente a média . Comente os resultados obtidos. (R:18=15+3)

3) Adicione 5 unidades a cada um dos elementos e calcule novamente a média. Comente os resultados obtidos. (R:20=15+5)

4) Multiplique por 2 cada um dos dados e calcule a média. Comente os resultados obtidos.(R:30=15×2)

5) Multiplique por 3 cada um dos dados e calcule a média. Comente os resultados obtidos.(R:45=3×15)

Propriedades da média:

Propriedade1: Se adicionarmos a cada um dos valores uma constante k, a nova média será igual à média original adicionada de k.

Propriedade2: Se multiplicarmos cada um dos valores por uma constante k, a nova média será igual à média original multiplicada por k.

Moda (pág. 121).

Moda (M_o) é o valor da variável ao qual corresponde uma maior frequência (absoluta ou relativa).
Exemplo 4(121).

Se existirem dois valores com a maior frequência — diz-se **bimodal**.
Se todos os valores da variável têm a mesma frequência, diz-se **amodal**.
No caso de existirem vários valores com a frequência mais alta, diz-se que a amostra é **plurimodal**.

Se os dados estiverem agrupados em classes indicaremos a **classe modal** e determinaremos graficamente um valor aproximado para esta medida.

Exemplo 5(pág. 122).

??Exercício 14(pág. 162) (**??** Resolva se sobrar tempo)

Mediana(123)

A mediana ($\tilde{x}$ ou med.) é o valor que divide o conjunto de dados (ordenados por ordem crescente ou decrescente) em duas partes com o mesmo número de observações.

Exemplo 1(Extra)

10; 13; **15**; 18; 19; $\tilde{x} = 15$

Exemplo 2(Extra):

10; 13; **15; 18**; 19; 22 $\tilde{x} = \frac{15+18}{2} = 16.5$

Se o número de dados é **ímpar**, a mediana é o valor central.

Se o número de dados é **par**, a mediana é a média aritmética dos valores centrais.

Exemplo 6(123).

Se o número de dados *n* é **ímpar**, a ordem k da mediana é dada por k =(n+1)/2

Se o número de dados *n* é **par**, a mediana corresponde à média dos valores de ordens n/2 e + (n/2) +1 .

Exemplo 7(124).

Exemplo 8(124).

Calculadora gráfica-mediana

Para a calculadora gráfica, o procedimento é semelhante ao da média. A mediana costuma ser representada por “med”.

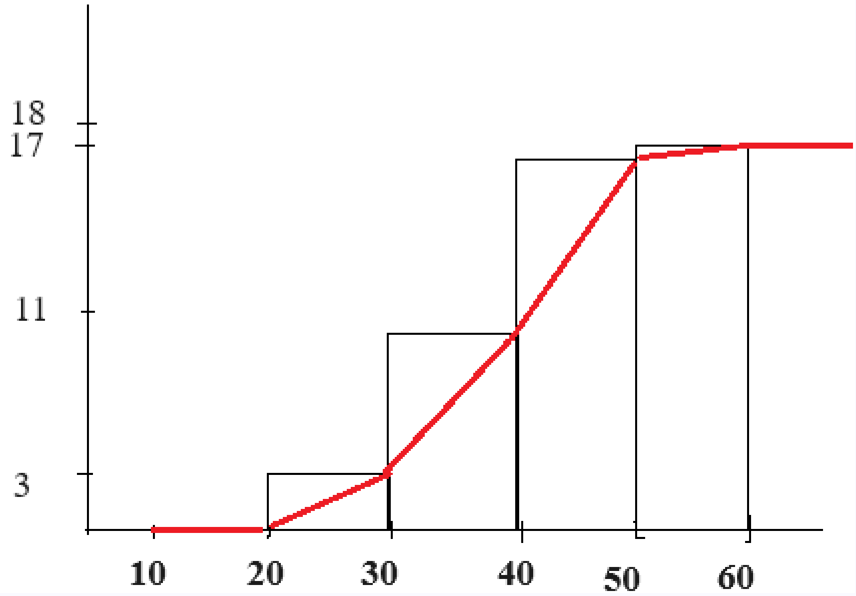
Atividade 3(124).

Exercício 15(162)

Nota: Se os **dados** estiverem **agrupados** em classes na forma de **intervalos**, determinaremos a classe mediana.

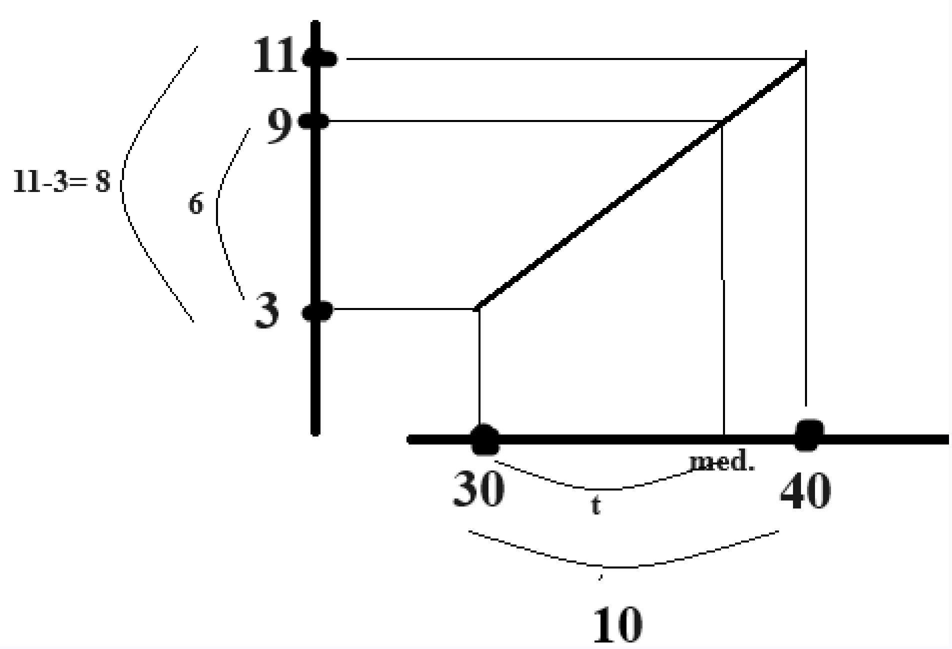
Classe mediana é a classe à qual pertence a mediana. (pág. 125)
Procuramos a classe a que pertence o valor de ordem n/2.

Exemplo 9(pág.125)Classe mediana e cálculo do valor aproximado da mediana.
Sugestão:
Construímos o histograma de frequências absolutas acumuladas.



O total de elementos é 18.
18/2=9. A mediana está na classe [30, 40[.
A classe anterior acumula 3 elementos. A classe [30, 40[acumula 3+8=11 elementos.

Queremos determinar geometricamente uma aproximação do 9º elemento.



Usamos a regra dos 3 simples para calcular o ***t***.

10→ 8

t→ 6 t=(10×69/8 ⇔ t= 7.5 med.≈ 30+7.5 ≈37.5

Logo, o valor aproximado da mediana é 37.5

<u>Nota</u>: Outro modo de definir a mediana: (Pág. 126)

Mediana é o valor que divide a amostra (organizada por ordem crescente) ao meio, isto é, metade dos elementos do conjunto de dados são menores ou iguais à mediana, enquanto os restantes são superiores ou iguais.

Exemplo 10 (pág.126)- Usamos as frequências relativas acumuladas.

Exemplo 11(pág. 126).

Quartis (pág. 127).

Os quartis dividem a distribuição em quatro partes iguais, de modo que cada uma das partes contenha o mesmo número de observações.

Exemplo(extra) 1 2 3 4 5 6 7 8 (n=8)

1 2 | 3 4 | 5 6 | 7 8

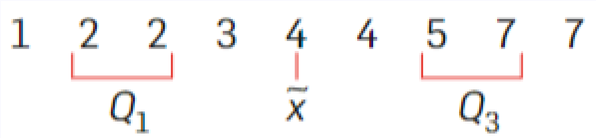
Q_1=2.5 Mediana: 4.5 Q_3=6.5

1º quartil (**Q1**) é o valor que divide a amostra (depois de organizados os dados por ordem crescente) em duas partes, de tal modo que 25% das observações sejam inferiores ou iguais a esse valor.

2º quartil (**Q2** ou **med.**) corresponde à mediana.

3º quartil (**Q3**) é o valor que divide a amostra (ordenada por ordem crescente) em duas partes, de tal modo que 75% das observações sejam inferiores ou iguais a esse valor.

Exemplo: 1 2 2 3 4 4 5 7 7 (n=9)



Q_1=2 Mediana: 4; Q_3=6

Exemplo: 1 2 3 4 5 6 7 (n=7)

1 **<u>2</u>** 3 **4** 5 **<u>6</u>** 7

Q_1=2 Mediana: 4 Q_3=6

Exemplo 12(127) Dados agrupados.

Calculadora gráfica- Quartis.

Para a calculadora gráfica, o procedimento é semelhante ao da média. A mediana costuma ser representada por "med", e os quartis por Q_1 e Q_3.

Sugestão: Resolva o exemplo 12 (pg.127) usando a calculadora gráfica. Comece por lançar a lista 1 com o número de pessoas e a lista 2 com as frequências absolutas.

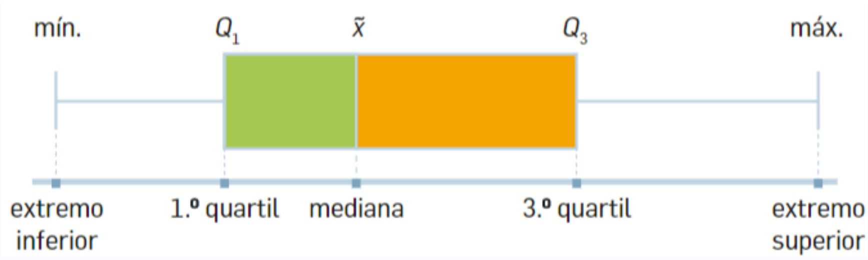
Exemplo 13(pág. 128)

Atividade 5(128).

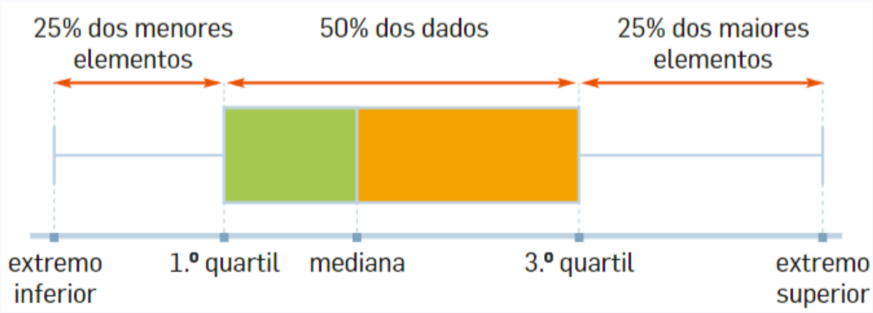
?? Exercício 16 (pág 162).(**??**-Resolver se sobrar tempo.) solução. Pág. 237.

Diagrama de extremos e quartis(129)

1º) Desenhamos uma linha vertical, ou horizontal, onde se marcam os extremos e os quartis.
2º) Construímos dois retângulos contíguos — o primeiro entre Q_1 e a mediana e o segundo entre esta e Q_3.
3º)Construímos um segmento de reta entre o mínimo e Q_1 e outro entre Q_3 o máximo.



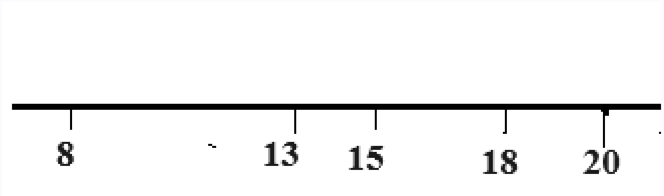
Percentagens:



Exemplo 14 (pág. 130): 8; **12; 14**; 15; **15;** 17; **17; 19;** 20

Min.= 8; Máx=20; Q_1=13; med.=15; Q_3=18

(complete o desenho…)



(…)

Primeiro desenhe manualmente.

Depois obtenha com a calculadora gráfica.

Calculadora gráfica- Diagrama de Extremos e quartis.

Coloque os valores 8; 12; 14; 15; 15; 17; 17; 19; 20. na "lista 1" da calculadora gráfica. (Stat).

Casio:

Depois de lançar os dados, GRAPH(F1);
SET(F6) Graph Type: **MedBox**
Xlist: **list 1**
Frequency: **1**
EXE
GRAPH 1

Casio – consulte página 227

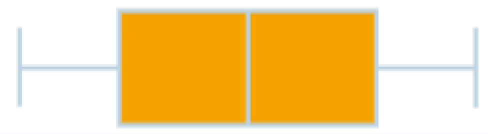
Texas

Depois de lançar os dados em L1, STAT PLOT (2nd Y=)
On e escolha em Type o diagrama de extremos e quartis.
Xlist: L1
Freq: 1
GRAPH.

Texas-consulte página 230.

Simetria/ enviesamento (130)

Dados simétricos: Os dados estão distribuídos de forma simétrica.



Enviesamento para a esquerda: Os dados estão mais dispersos à esquerda de Q2 e mais concentrados à direita de Q2 .

Enviesamento para a direita: Os dados estão mais dispersos à direita de Q2 e mais concentrados à esquerda de Q2 .

Percentis(130)

Os percentis dividem uma amostra ordenada em cem partes iguais.
O p-ésimo percentil tem no mínimo p% dos valores da amostra iguais ou inferiores a ele.

Os 25º, 50º e 75º percentis correspondem a Q1, Q2 e Q3 respetivamente.
Os 10º, 20º, 30º, ... percentis são chamados **decis** (D_i).

Exemplo 15 (pág. 130).

Exemplo 16 (pág. 131).
Exemplo 17 (131).

Exercício 17 (163).

1.7.2 Vantagens, desvantagens e limitações das medidas de tendência central (pág. 132).

Exemplo(Extra):

1, 1, 3, 4, 61

Média: 14
Mediana: 3
Se substituirmos o 61 por 6:

1, 1, 3, 4, 6

Obtemos:

Média: 3

Mediana: 3

A média é muito **sensível** a valores discrepantes.

A **mediana** é uma medida **resistente**.

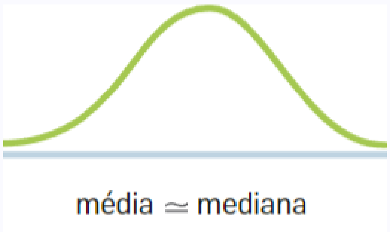
Exemplo 18(132).

Exercício 18(163)
~~19~~

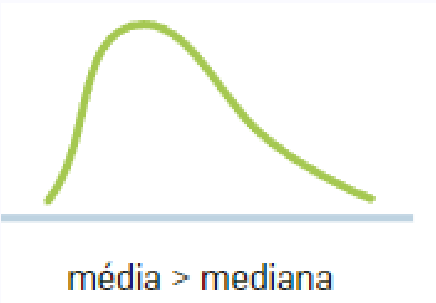
Atividade 6(132). ~~6.4~~

Simetria/ enviesamento(133)

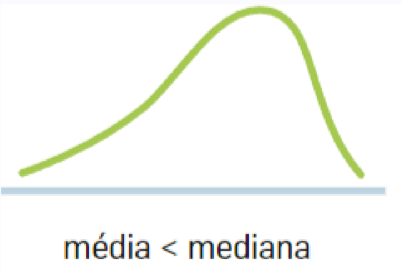
Distribuição simétrica, se a média se aproxima da mediana:



Enviesada para a direita (assimétrica positiva), se a média tende a ser maior do que a mediana:



Enviesada para a esquerda (assimétrica negativa), se a média tende a ser inferior à mediana:



Exercício 20 (163).

Exemplo 19(134)-Medidas de dispersão.