

Exame MACS: 2026- Fase 1

Sugestões e comentários- Questões de exame:

E26F1-Questão 1.1	
	Conteúdo
	Método de Condorcet. (Assunto 1 'Eleições' -10º ano)
Comentário:	
Aqui trata-se de fazer confrontos dois a dois. A totalidade dos confrontos seria N-J, N-W, N-F, J-W, J-F e W-F. Ao todo são seis. Vejamos o primeiro confronto: N-J Na primeira coluna, com 220 votos o N está em 1º lugar o J em 2º, pelo que os 220 vão para N. Na segunda coluna, com 310 votos, o J está em 1º e N em 2º, pelo que os 310 votos vão para J. Na terceira coluna, com 135 votos, J está em 2º e N em 3º, pelo que os 135 votos serão para J. Na 4ª coluna, com 235 votos, o N está em 2º e o J em 3º, pelo que os 235 votos vão para N. Assim, teremos: N: $220+235=455$ e J: $310+135=445$ Vence o N. Como N venceu, continuemos a confrontar o N com os restantes. Do mesmo modo para os outros confrontos: N-F N: $220+310+235=765$ F: 135 Vence N. N-W N: $220+310+135=665$ W:235 Vence N. Como N venceu todos os confrontos, ele é o vencedor, e não é necessário contabilizar outros confrontos. Diferença entre N e W $665-235= 430$. Passemos às respostas: Aplicando o método descrito, é possível definir, no máximo, seis (a-2) confrontos entre duas mascotes, escolhidas de entre as quatro disponíveis.	

Naranjito (N) foi a mascote eleita como a preferida dos alunos da escola e, no confronto com Juanito (J), Naranjito (N) obteve **455(b-1)** votos. No confronto entre Naranjito (N) e Footix (F), este último obteve **135(c-1)** votos.

Já no confronto com Willie (W), Naranjito (N) venceu por uma diferença de **430(d-3)** votos.

Respostas: a → 2 b → 1 c → 1 d → 3

(Consultar a resposta completa)

E26F1-Questão 1.2

Conteúdo

Votação por “Maioria absoluta”. Pensamento computacional. Programação em Scratch.

(Assunto 1 ‘Eleições’ -10º ano)

Comentário:

Como se trata de uma questão sobre o pensamento computacional, na primeira etapa só temos de identificar o bloco que nos pede o número de votos de cada mascote em primeiro lugar. Facilmente constatamos que é o “B1”. Repare que “B1” pede os votos de N e chama “Votos N” à resposta dada pelo utilizador. De modo semelhante para J, W e F.

1ª etapa → B1.

Segunda etapa: sabemos que para obter maioria absoluta, é necessário mais de metade do total dos votos, isto é, somamos os votos das várias mascotes, dividimos por 2, e somamos 1 ao resultado obtido. O bloco onde este raciocínio é indicado é o B3. 2ª etapa → B3.

Terceira etapa: Se algum dos candidatos obtiver um valor maior ou igual ao valor calculado na etapa anterior, e que corresponde a atingir maioria absoluta, receberá como resposta “...tem maioria absoluta”. Estas condições são apresentadas no bloco B2. 3ª etapa → B2.

Quarta etapa: Se todos os candidatos obtiverem um número de votos menor do que seria necessário para obter maioria absoluta, surgirá a resposta: “Nenhuma mascote tem maioria absoluta”. Este procedimento é indicado no bloco 4. Então, 4ª etapa → B4.

A sequência será B1, B3, B2; B4 alínea c)

(Consultar a resposta completa)

E26F1-Questão 2	
	Conteúdo
	Ajuste na partilha. (Assunto 2 'Teoria da partilha.' -10º ano)
Comentário:	
Seguir as indicações do enunciado, que são semelhantes ao que é feito habitualmente na aula no método do “Ajuste na partilha”. Na parte final, obtemos o valor $x=20$. Significa que 20% dos bilhetes de S2 serão para BT e os restantes 80% serão para WT. Como cada sector tem 21000 lugares, inclusive o S2, então $0.2 \times 21000 = 4200$ bilhetes serão para BT. Somando com os outros, dá um total de $21000 + 21000 + 4200 = 46200 \text{ para BT.}$ (Consultar a resposta completa)	

E26F1-Questão 3	
	Conteúdo
	Modelos financeiros. Venda de camisolas em promoção. (Assunto 4 'Modelos financeiros' -10º ano)
Comentário:	
16 camisolas $\rightarrow 15+1$ ou seja, de acordo com a tabela paga $8 \times 20 + 20 = 180 \text{ €}$ (a) $\rightarrow$ (2) 21 camisolas $\rightarrow 11 \times 20 = 220 \text{ €}$ o preço por camisola é $220/21 = 10.48 \text{ €}$ (b) $\rightarrow$ (3)	

17 camisolas $9 \times 20 = 180\text{€}$ sem o desconto seria $17 \times 20 = 340\text{€}$
Diferença: $340 - 180 = 160\text{€}$ (c) $\rightarrow$ (1).

Como as hipóteses para a última alínea são 23, 25 e 27, experimentemos cada uma delas.

Seguindo o padrão da tabela, como na linha de cima, 23 é o ímpar seguinte, então na linha de baixo deverá corresponder ao número 12.

Assim: $12 \times 20 = 240\text{€}$. Sem desconto seria $23 \times 20 = 460$ $240/460 = 0.5217\ldots$

Para 25 camisolas seria: $13 \times 20 = 260$ e sem o desconto

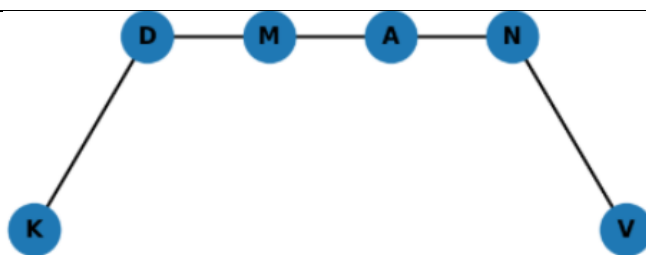
$25 \times 20 = 500$ $260/500 = 0.52$, isto é, 52%. (d) $\rightarrow$ (2)

Resposta final:

(a) $\rightarrow$ (2) (b) $\rightarrow$ (3) (c) $\rightarrow$ (1) (d) $\rightarrow$ (2)

(Consultar a resposta completa)

E26F1-Questão 4	
	Conteúdo
	Grafos. Mínimos sucessivos. Condição para que uma cidade corresponda a um vértice. (Assunto 5 'Modelos de Grafos' -11º ano)
Comentário:	
De acordo com as condições impostas no enunciado, as cidades T, F e G não farão parte do nosso grafo, pelo que serão ignoradas. O enunciado manda iniciar em K. De acordo com a tabela 4, o mais próximo é D. Mantendo o raciocínio da escolha do tempo mais curto, obtemos a sequência $K \rightarrow D \rightarrow M \rightarrow A \rightarrow N \rightarrow V$. Colocamos um vértice em cada letra e representamos o respetivo grafo:	



Ordem da visita: K, D, M, A, N, V

(Consultar a resposta completa)

E26F1-Questão 5.1

Conteúdo

Modelo logarítmico. Resolução de um problema usando a representação gráfica.

(Assunto 6 'Modelos populacionais' -11º ano)

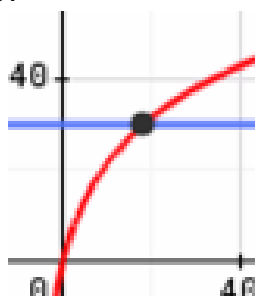
Comentário:

Numa primeira fase, vamos à calculadora gráfica e pedimos os gráficos:

$$y_1 = -45 + 45\log(2x+10) \text{ e } y_2 = 30.$$

(Sugestão: pode usar a janela $x_{\min}: 0$ $x_{\max}: 30$ $y_{\min}: 0$ $y_{\max}: 50$)

Obtemos um gráfico do tipo:



Ao pedir a interseção(intersect). Obterá o ponto de coordenadas:

$$(18.20794; 30)$$

Isto mostra que o tempo é aproximadamente 18.208.

$$\text{Fazendo a sua metade: } 18.208/2 = 9.104$$

Resta fazer $A(9.104) = -45 + 45\log(2 \times 9.104 + 10) \approx 20.267$ milhares, ou seja, 20267 pessoas.

(Consultar a resposta completa)

E26F1-Questão 5.2	
	Conteúdo
	Modelo logarítmico. Duas funções. Resolução de um problema usando uma tabela ou uma representação gráfica. (Assunto 6 'Modelos populacionais' -11º ano)
Comentário:	
Sugestão: pode ser prático usar as tabelas e colocar $Y_1=...$ e $y_2=...$ Dez minutos depois de abertas as portas do estádio A: $A(10) = -45 + 45\log(2 \times 10 + 10) \approx 21.47$ milhares, ou seja, 21470 pessoas. (ou consulte a tabela...) (a) → (3) Quando o estádio A abriu as portas, corresponde a $t=0$, assim $B(0) = -35 + 35\log(0 + 50) \approx 24.464$ milhares, ou seja, 24464 pessoas. (ou consulte a tabela...) (b) → (1) A igualdade entre A e B ocorre entre os instantes 16 e 17, como pode confirmar usando uma tabela ou um gráfico. (c) → (2). Sobre a abertura das portas de B, podemos procurar o instante em que $B(t)=0$. Pode usar uma tabela ou um gráfico. Obtemos $t = -40$, o que significa que B abriu as portas 40 minutos antes de A. (d) → (2) Resposta final: (a) → (3) (b) → (1) (c) → (2) (d) → (2) (Consultar a resposta completa)	

E26F1-Questão 6.1	
	Conteúdo
	Cálculo da média de dados distribuídos em intervalos de classe, a partir de um histograma incompleto e de uma tabela incompleta. (Assunto 3 'Estatística' -10º ano)
Comentário:	
Nas classes [200, 300[e [300, 400[, os números de espetadores estão indicados no gráfico e são 15100 e 10100 respetivamente. Faltam as classes [0, 100[e [100, 200[. Comecemos pela classe [100, 200[. Segundo a tabela, o total de espetadores nesta classe é 38000+4500+2500=10800. Para a classe [0, 100[, basta calcular o que falta para o total 50000. $50000 - (10800 + 15100 + 10100) = 14000.$ Agora já temos os números para todas as classes. Para determinar a média, ainda falta indicar a marca de cada uma das classes. Estas são 50, 150, 250 e 350 respetivamente. Valor da média: $\frac{14000 \times 50 + 10800 \times 150 + 15100 \times 250 + 10100 \times 350}{50000} = 192.6$ (Consultar a resposta completa)	

E26F1-Questão 6.2	
	Conteúdo
	Tabela de contingência e percentagem. Descobrir um valor em falta. (Assunto 3 'Estatística' -10º ano)
Comentário:	
25% de 50 000 é $0.25 \times 50000 = 12500$. Consultando a coluna [55, 80[, podemos descobrir o valor em falta, e que pertence ao intervalo pretendido: $12500 - (3000 + 2500 + 3500) = 3500.$ Resposta: (C) (Consultar a resposta completa)	

E26F1-Questão 7	
	Conteúdo
	Probabilidades. Distribuição de probabilidades. Probabilidades simples. (Assunto 7 'Probabilidades' -11º ano)
Comentário:	
Como são 6 sectores, e a probabilidade de “0” é $\frac{1}{3}$, que corresponde a $\frac{2}{6}$, existirão 2 sectores com o “0”. A probabilidade do 1 é $\frac{1}{2}$, que corresponde a $\frac{3}{6}$, logo existirão 3 sectores com o “1”. A probabilidade de “2” é $\frac{1}{6}$, logo existirá 1 sector com o número “2”. A única roleta que corresponde a estes valores é a “B” Resposta: B (Consultar a resposta completa)	

E26F1-Questão 8.1	
	Conteúdo
	Probabilidades simples. Regra do produto. (Assunto 7 'Probabilidades' -11º ano)
Comentário:	
O total de apoiantes é 62. O total de apoiantes da sala 1 que prefere Portugal é 24. O total de apoiantes da sala 2 que prefere Portugal é 14. Calculemos a probabilidade de o primeiro apoiante preferir Portugal e ser da sala 1 e o segundo apoiante preferir Portugal e ser da sala 2: $\frac{24}{62} \times \frac{14}{61}$	

Calculemos agora a probabilidade de o primeiro apoiante preferir Portugal e ser da sala 2 e o segundo apoiante preferir Portugal e ser da sala 1:

$$\frac{14}{62} \times \frac{24}{61}$$

Assim, a probabilidade de estarem em salas diferentes e ambos preferirem Portugal, será:

$$\frac{24}{62} \times \frac{14}{61} + \frac{14}{62} \times \frac{24}{61} = 0.178$$

(Consultar a resposta completa)

E26F1-Questão 8.2

Conteúdo

Probabilidade condicionada.
(Assunto 7 'Probabilidades' -11º ano)

Comentário:

Total da sala 1 → 40

Sala 1 que preferem França: 16

Vestiam equipamento e preferem a França: $(1/4) \times 16 = 4$

Sala 1 que preferem Portugal: 24

Vestiam equipamento e preferem Portugal: $0.875 \times 24 = 21$

Vestiam equipamento e preferem França: $0.25 \times 16 = 4$

Total dos que **vestem equipamento**: $4 + 21 = 25$.

1º processo:

substituir diretamente.

$P(\text{preferir Portugal sabendo que veste equipamento}) = \frac{21}{25} = 0.84$

2º processo:

Seja A- “preferir Portugal” e a $\bar{A}$ “preferir a França”

B- “vestir equipamento”

Pretendemos $P(A/B) = ?$

Sabemos que $P(\text{“Preferir Portugal”}) = P(A) = 24/40 = 0.6$

$P(\text{“Preferir Portugal e usar equipamento”}) = P(A \cap B) = (21/40) = 0.525$

Sabemos que $P(\text{"Preferir França"}) = P(\bar{A}) = 16/40 = 0.4$
 $P(\text{"Preferir França e usar equipamento"}) = P(\bar{A} \cap B) = (4/40) = 0.1$

Probabilidade de usar equipamento B):

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0.525 + 0.1 = 0.625$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.525}{0.625} = 0.84$$

(Consultar a resposta completa)

E26F1-Questão 9	
	Conteúdo
	Margem de erro, valor de z, proporção amostral e cálculo da dimensão de uma amostra, a partir da margem de erro, no caso da proporção. (Assunto 8 'Inferência Estatística' -11º ano)
Comentário:	
Margem de erro= $(0.2658 - 0.1342)/2 = 0.0658$ (a) → (1) Sabemos que, quando o nível de confiança aumenta, a margem de erro também aumenta, pois, neste caso, a margem de erro é dada por: $z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$ e o valor de z mudaria de 1.645 para 1.960, mantendo os restantes valores inalterados. (b) → (3) Sabemos também que o valor central do intervalo, que é igual à média dos extremos deste, coincide com a proporção amostral. (c) → (2). Vimos anteriormente que a margem de erro é igual a 0.0658.	

Vimos também que a média dos extremos do intervalo coincide com a proporção amostral, cujo valor é $(0.1342+0.2658)/2 = 0.2$.

Assim, temos:

$$1.645 \times \sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{n}} = 0.0658 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{n}} = \frac{0.0658}{1.645} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{0.2 \times 0.8}{n} = \left(\frac{0.0658}{1.645}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{0.2 \times 0.8}{\left(\frac{0.0658}{1.645}\right)^2} = n \Leftrightarrow n = 100$$

A dimensão é 100.

(d)→(1)

Respostas:

(a) → (1) (b)→ (3) (c)→ (2) (d)→(1)

(Consultar a resposta completa)

E26F1-Questão 10

	Conteúdo
	Distribuição de amostragem da média, Teorema do Limite Central e cálculo de uma probabilidade usando a distribuição normal. (Assunto 8 'Inferência Estatística' -11º ano)
Comentário:	
Sabemos que a média populacional do raio das bolas é $\mu= 10.9$ cm e o desvio padrão é 0.54 cm. Estamos perante uma amostra com 81 elementos. Como 81 é maior que 30, estamos nas condições de aplicação do teorema do Limite Central.(TLC). Nestas condições, e de acordo com o TLC, podemos afirmar que $\bar{X}$ tem distribuição Normal com média 10.9 e desvio padrão $\sigma_{\bar{X}} = \frac{0.54}{\sqrt{81}} = 0.06$ Pretendemos calcular a probabilidade $P(\bar{X}>10.78)$. Onde $\bar{X} \sim N(10.9; 0.06)$	

1º processo:

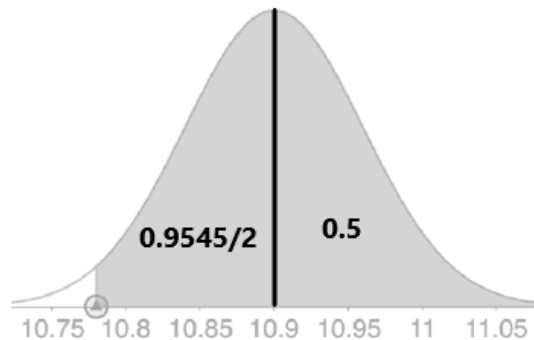
Como $10.78 = 10.9 - 2 \times 0.06$, estamos perante a situação:

$$P(X > \mu - 2\sigma).$$

Segundo o formulário do exame, temos:

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$$

Atendendo à simetria da distribuição normal, e a que a probabilidade à direita da média é 0.5, temos:



$$P(X > \mu - 2\sigma) = 0.9545/2 + 0.5 \approx 0.98$$

2º processo:

Podemos obter a probabilidade recorrendo diretamente à calculadora gráfica, indicando média 10.9; desvio padrão 0.06 e pedindo

$$P(X > 10.78)$$

(Ou: mínimo 10.78 e máximo 1000.)

(Consultar a resposta completa)