

Exame MACS: 2026- Época Especial

Sugestões e comentários- Questões de exame:

E26EE-Questão 1.1	
	Conteúdo
	Eleições. Distribuição de mandatos. Método de Hondt. (Assunto 1 'Eleições' -10º ano)
Comentário:	
De acordo com o método de Hondt, uma vez que a tabela com divisores já está no enunciado, resta ordenar os oito maiores quocientes e responder às questões colocadas. (Consultar a resposta completa)	

E26EE-Questão 1.2	
	Conteúdo
	Distribuição de mandatos. Método de Hondt. Alteração do número de votos de uma das listas, de modo a obter uma dada alteração da distribuição dos mandatos. (Assunto 1 'Eleições' -10º ano)
Comentário:	
De acordo com os resultados da alínea anterior, os números de mandatos pelas várias listas eram X- 3 Y-0 Z-3 W-2. Para passarmos a uma distribuição com dois mandatos a cada, mantendo os votos de X, Z e W, é necessário que o 7º quociente Z(40) e o 8º X(33.3) sejam retirados a Z e X respetivamente e atribuídos ao Y. Para isso, podemos acrescentar 68 votos ao Y, passando de 12 para 80 (12+68=80).	

Assim sendo, o Y ganhará dois mandatos, devido ao 80 e ao 40 (menos votos que Z)

Ordenando novamente os 8 quocientes teremos:

120(Z); 100(X); 85(W); 80(Y); 60(Z); 50(X); 42,5(W); 40(Y), que corresponde à distribuição:

X- 2 Y-2 Z-2 W-2.

(Consultar a resposta completa)

E26EE-Questão 2	
	Conteúdo
	Licitação secreta com partes iguais. Partilhar dois objetos com três pessoas. (Assunto 2 'Teoria da partilha' -10º ano)
Comentário:	
Trata-se da aplicação habitual da licitação de dois bens por 3 intervenientes, com direito a partes iguais. (Consultar a resposta completa)	

E26EE-Questão 3	
	Conteúdo
	Empréstimo, juro, prestação mensal. (Assunto 4 'Modelos financeiros' -10º ano)
Comentário:	
O valor do crédito é 1200 euros. O fim de um mês, o juro a pagar será 1.5%, isto é, $1200 \times 0.015 = 18 \text{ €}$	

Para vermos a evolução da dívida ao longo dos meses, pode ser prático reconhecer que, em cada mês aumentamos a dívida em 1.5%, o que corresponde a multiplicar por 1.015 e por outro lado, subtraímos 350€ ao valor em dívida.

Assim, a evolução da dívida pode ser vista por:

1200 (inicial)

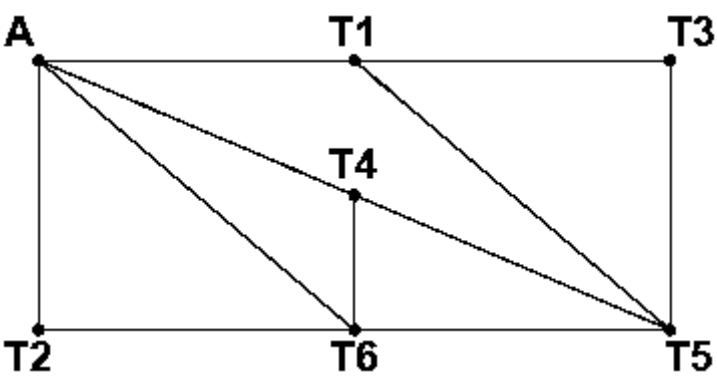
$1200 \times 1.015 - 350 = 868\text{€}$ (passado 1 mês)

$868 \times 1.015 - 350 = 531.02$ (passados 2 meses)

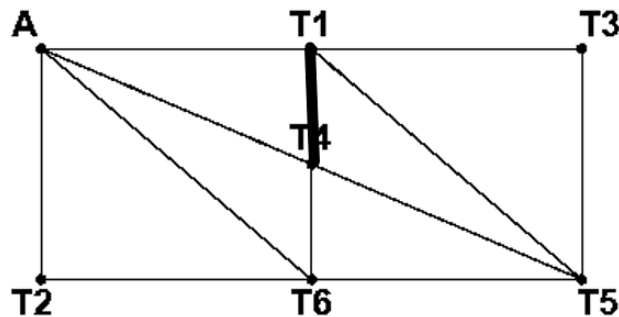
$531.02 \times 1.015 - 350 = 188.99$ (passados 3 meses)

$188.99 \times 1.015 = 191.82$ (passados 4 meses)

(Consultar a resposta completa)

E26EE-Questão 4	
	Conteúdo
	Grafo de Euler. Planta de um espaço com diferentes áreas. (Assunto 5 'Modelos de Grafos' -11º ano)
Comentário:	
Trata-se de colocar os vértices referentes aos espaços: A, T1, T2, T3, T4, T5, T6 E unir as arestas de acordo com os pontos de passagem, obtendo-se um grafo como este: 	
Para atingirmos o objetivo pretendido, seria necessário que este fosse um grafo de Euler.	

Como podemos ver, trata-se de um grafo conexo mas os vértices T1 e T4 têm grau ímpar. Para atingir o objetivo pretendido, basta criar uma nova aresta ligando T1 a T4:



(Consultar a resposta completa)

E26EE-Questão 5.1

Conteúdo

Modelos populacionais. Modelo logístico. Cálculo de valores por substituição na fórmula. Comparação.

(Assunto 6 'Modelos populacionais' -11º ano)

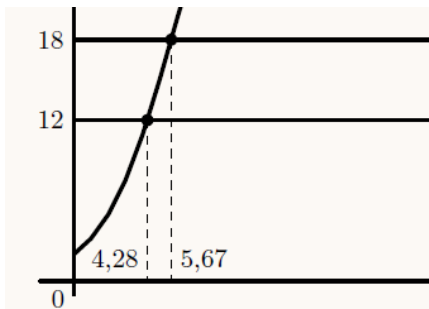
Comentário:

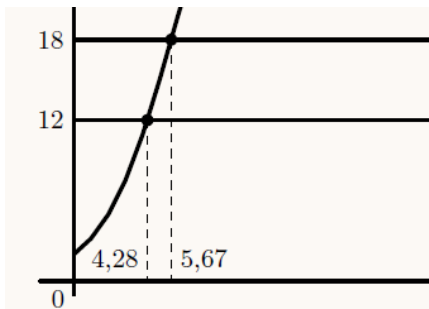
Substituindo na expressão e usando a calculadora, facilmente constatamos que $N(0)=2$ e $N(10)=32.3$.

$$\text{Logo } \frac{N(10)}{N(0)} = \frac{32.3}{2} = 16.15$$

A afirmação é falsa. Dez horas após o início da monitorização, o número de leitores monitorizados era, aproximadamente, 16,15 vezes maior.

(Consultar a resposta completa)

E26EE-Questão 5.2	
	Conteúdo
	Modelos populacionais. Modelo logístico. Instantes em que o modelo dá determinados valores. Interseção de gráficos. (Assunto 6 ‘Modelos populacionais’ -11º ano)
Comentário:	
Para obter um valor 50% acima de 12, basta fazer $12 \times 1.5 = 18$. Agora, basta desenhar o gráfico de $N(t)$ e procurar a interseção com $Y=12$ e $Y=18$.  Obtemos os valores 4.280132 e 5.66642, cuja diferença é 1.386. Isto corresponde à alínea B. (Consultar a resposta completa)	



E26EE-Questão 6.1	
	Conteúdo
	Estatística. Moda e interpretação de gráfico de barras e de tabela. (Assunto 3 ‘Estatística’ -10º ano)
Comentário:	
Na tabela 3, correspondente à rede R, cujo total é 200, já temos 45 e 55 que totaliza 100. O número correspondente ao “1” não pode ser superior a 100, mas terá de ser maior que 55, pois é a moda, visto que é a mesma moda que a verificada na rede social P. Nestas condições, resta o valor 85. Resposta: C (Consultar a resposta completa)	

E26EE-Questão 6.2	
	Conteúdo
	Estatística. Interpretação de tabela e gráfico. Percentagem, quartis, média. (Assunto 3 'Estatística' -10º ano)
Comentário:	
Para o P, o número de elementos que respondeu “2” foi 50. Para o Q, foi $0.25 \times 200 = 50$, pelo que também foram 50. (a)→(1). Para o R, o “0” corresponde a 45 pessoas, ou seja $\frac{45}{200} \times 100\% = 22.5\%$ (b)→(3) Olhando agora apenas para a rede “P”, dos 200 elementos, 58 estão no número “0” e mais de 58 estão no “1”, acumulando um valor superior a 116. Como do 2º quartil, ou mediana está entre o 100º e os 101º elementos ordenados, podemos garantir que $Q_2=1$. Como o “2” corresponde a 50 elementos e o “3” é maior que zero, e como o Q_3 está entre o 150º e o 151º elementos ordenados, podemos constatar que este estará no valor “2”. $Q_2=1$ e $Q_3= 2$ (C)→(2). Vamos agora calcular médias. A partir dos dados conhecidos. Total de pessoas: 600. Total do “0” $58+0.425 \times 200+45 =188$ Total do “1” 204 (enunciado). Total do “2”: $50+0.25 \times 200+55=155$. Total do 3: O que resta: $600-(188+204+155)=53$ Média: $\frac{0 \times 188 + 1 \times 204 + 2 \times 155 + 3 \times 53}{600} \approx 1.121 \approx 1.1$ Resposta: (d)→ (1) (Consultar a resposta completa)	

E26EE-Questão 7	
	Conteúdo
	Probabilidades. Programação Python. Lançamentos aleatórios de “caras” e “coroas”. Percentagem de “caras”. (Assunto 7 ‘Probabilidades’ -11º ano)
Comentário:	
O objetivo é lançar uma moeda um certo número de vezes e procurar a frequência absoluta, em percentagem da face “Caras”. Vamos explorar um pouco estas linhas de programação. Para podermos usar a função e randint, (número inteiro aleatório) é necessário importar a <i>biblioteca “random”</i>. import random Inicialmente, o valor de n é zero n=0 até que o utilizador introduza o valor que lhe será solicitado, e que deverá ser um número inteiro positivo. n = int(input("Quantos lançamentos (número inteiro positivo)? ")) também inicialmente contamos zero caras e zero coroas: cara = 0 coroa = 0 Uma vez introduzido o número de lançamentos (n), vamos percorrer os números entre 1 e n e, em cada vez, vamos gerar um número aleatório inteiro entre zero e um, isto é, dará zero ou dará 1. Se der “0”, vamos adicionar uma unidade ao “cara”, (+=) ser der “1”, somamos uma unidade à “coroa”. (+=) <pre> for _ in range(n): if random.randint(0, 1) == 0: cara += 1 else: coroa += 1 </pre>	

Depois de fazer este procedimento para todas as n possibilidades, vamos apresentar o número de “caras” e o número de “coroas” contabilizadas:

```
print(f"Número de caras: {cara}")
print(f"Número de coroas: {coroa}")
```

Reparemos ainda que o “f” que está antes das aspas, indica que o conteúdo dentro de chavetas deve se convertido para texto.

Se quisermos obter a percentagem de “caras”, é necessário dividir o número de “caras” pelo total n , e multiplicar por 100. Este procedimento corresponde à alínea D.

(D) `print(f"Percentagem de caras: {(cara / n) * 100:}%")`

Reparemos ainda que o “f” que está antes das aspas, indica que o resultado do cálculo dentro de chavetas deve se convertido para texto.

(Consultar a resposta completa)

E26EE-Questão 8								
	Conteúdo							
	Probabilidades. Distribuição de probabilidades. Função massa de probabilidade no lançamento de 1 dado. (Assunto 7 ‘Probabilidades’ -11º ano)							
Comentário:								
Se um dado é perfeito, a probabilidade de “sair o 1” é $\frac{1}{6}$ e a probabilidade de “não sair o 1” é $1 - \frac{1}{6}$ que dá $\frac{5}{6}$, pelo que só temos de colocar estes valores numa tabela.								
	<table><tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>P</td><td>$\frac{5}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td></tr></table>		X	0	1	P	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$
X	0	1						
P	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$						
(Consultar a resposta completa)								

E26EE-Questão 9.1

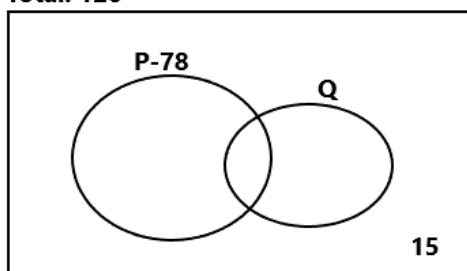
Conteúdo

Probabilidades. Propriedades. União, interseção...
(Assunto 7 'Probabilidades' -11º ano)

Comentário:

Nesta alínea, podemos distinguir apenas o P e o Q.
Será prático colocar esta informação num diagrama de Venn ou numa tabela.

Total: 120



Como o total é 120 e 15 está fora da união $P \cup Q$, então o número de elementos em $P \cup Q$ é $120 - 15 = 105$.

Por outro lado, como P tem 78, o $Q \setminus P$ terá $105 - 78 = 27$.

Já estamos em condições de responder às questões.

“Rede social P ou Rede social Q” corresponde à união, isto é, 105.

(a) → (3)

“somente na rede social Q” são 27

(b) → (3)

“A probabilidade de ser divulgada na rede social P” é $\frac{78}{120} = 0.65$

(c) → (1)

“Se for somente na P, 35%....”, Como o total da P é 65% então a interseção $P \cap Q$ corresponde a $65\% - 35\% = 30\%$, que totaliza $0.3 \times 120 = 36$

(d) → (1).

Alternativamente, se tivéssemos indicado os dados iniciais numa tabela:

	P	$\bar{P}$	
Q			
$\bar{Q}$		15	
	78		120

Os raciocínios seriam semelhantes...

(Consultar a resposta completa)

E26EE-Questão 9.2

Conteúdo

Probabilidade condicionada. Regra de Bayes.
(Assunto 7 'Probabilidades' -11º ano)

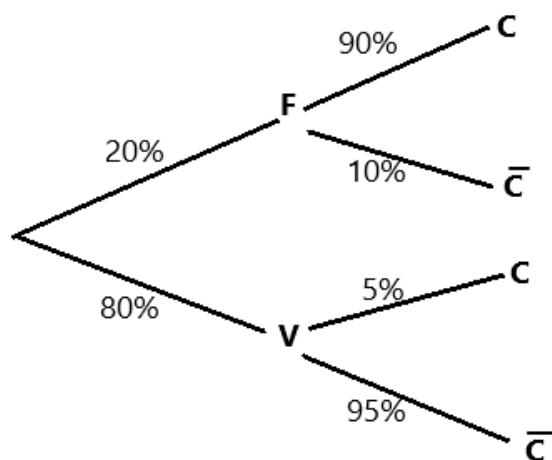
Comentário:

Podemos organizar num diagrama de árvore separando
V(verdadeira) , F(falsa), C (contestada) e $\bar{C}$ (Não contestada)

$P(F) = 20\%$ logo $P(V) = 80\%$

$P(C|F)=90\%$ logo $P(\bar{C}|F)=10\%$

$P(C|V)=5\%$ logo $P(\bar{C}|V)=95\%$



Pretendemos $P(F|\bar{C})$

Usamos a fórmula da probabilidade condicionada.

$$P(F|\bar{C}) = \frac{P(F \cap \bar{C})}{P(\bar{C})}$$

Para facilitar, no numerador, podemos trocar a ordem e usar a probabilidade da interseção. (O que é equivalente a usar a regra de Bayes)

No denominador, usamos a probabilidade total.

$$\text{Pela fórmula, temos: } P(F|\bar{C}) = \frac{P(F \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(\bar{C} \cap F)}{P(\bar{C})} = \frac{P(\bar{C}|F) \times P(F)}{P(\bar{C})} =$$

Os valores seguintes são retirados do diagrama. No denominador, usamos a probabilidade total.

$$\frac{0.1 \times 0.2}{0.1 \times 0.2 + 0.95 \times 0.8} = \frac{1}{39}$$

Nota: todo este raciocínio podia ter sido feito usando uma tabela. Basta ter cuidado na utilização da fórmula da interseção, e não confundir condicionada com interseção. Alguns alunos preferem usar uma tabela.

(Consultar a resposta completa)

E26EE-Questão 10	
	Conteúdo
	Teorema do Limite Central, probabilidade com a média amostral. Distribuição Normal. (Assunto 8 'Inferência Estatística' -11º ano)
Comentário:	
Nesta questão, visto tratar-se de uma amostra de 100 elementos, o Teorema do Limite central garante que a distribuição de amostragem das médias pode ser: $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ que, neste caso corresponde a $\bar{X} \sim N\left(40, \frac{10}{\sqrt{100}}\right) \text{ ou seja } \bar{X} \sim N(40,1)$ Para calcular $P(\bar{X} > 43)$, podemos usar a calculadora gráfica indicando média 40 e desvio 1 e valor pretendido maior que 43, ou, alternativamente, como $43 = 40 + 3 \times 1 = \mu + 3 \times \sigma$, usamos a fórmula dada no formulário do enunciado e obtemos o valor pretendido com $\frac{100\% - 99.73\%}{2} = 0.135\%$ (Consultar a resposta completa)	