



Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
<http://www.apm.pt>
email: geral@apm.pt

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE
MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO
(CÓDIGO DA PROVA 835) – 2ª FASE – 22 DE JULHO 2026**

1.

A opção correta é aquela em que o número de pontos de cada ordem de preferência no *Tour de France* é multiplicada pelo número de votos na respetiva lista de preferências, que são os valores colocados em B2, C2 e D2, ou seja, $3 \times B2 + 2 \times C2 + 2 \times D2$.

Resposta: **Opção (B)**

2.

(a) Número total de votos: 180, tal como indicado no enunciado

Metade + 1 dos votos: $\frac{180}{90} + 1 = 91$

Que será o número mínimo de votos necessários para obter maioria absoluta na primeira preferência

(b)

Número de votos na primeira preferência:

A: 58 votos

E: 0 votos

P: $36 + 40 = 76$ votos

V: 46 votos

O primeiro ciclista a ser eliminado foi o Ernesto (E)

(c) Reestruturando a tabela de frequências, tem-se:

A: 58 votos

P: $36 + 40 = 76$ votos

V: 46 votos

O Vitorino foi o segundo a ser eliminado

(d) Voltando a reestruturar a tabela, tem-se:

A: $46 + 58 = 104$ votos

P: $36 + 40 = 76$ votos

O ciclista escolhido como preferido é o Anacleto, com 104 votos

Resposta:

(a) $\rightarrow (3)$; (b) $\rightarrow (2)$; (c) $\rightarrow (3)$; (d) $\rightarrow (2)$

3.

(a) Percorrendo a linha da esquerda para a direita, o primeiro marcador é M1.

Assim a Manuela fica com os carros C1, C2, C3 e C4 – num total de 4 carros

Se X for o 2º marcador do Álvaro, Y será o 2º marcador da Paula

O Álvaro fica com os carros C7, C8, C9 e C10 – 4 carros

E a Paula com os carros C12, C13 e C14 – 3 carros

Se X for o 2º marcador da Paula, Y será o 2º marcador do Álvaro e a situação é a inversa da anterior relativamente a estes dois

A Paula fica com os carros C7, C8, C9 e C10 – 4 carros

E o Álvaro com os carros C12, C13 e C14 – 3 carros

Em qualquer dos casos o número mínimo de carros atribuídos é 3

(b) Como vimos, a Manuela fica com os carros C1, C2, C3 e C4

(c) Os carros a sortear no final serão C5, C6 e C11

Logo a opção (1) é a correta

(d) Para a Paula ficar com C9 teremos de ter:

X - 2º marcador da Paula, Y o 2º marcador do Álvaro

A Paula fica com os carros C7, C8, C9 e C10 – 4 carros

Resposta:

(a) -> (2); (b) -> (1); (c) -> (1); (d) -> (3)

4.

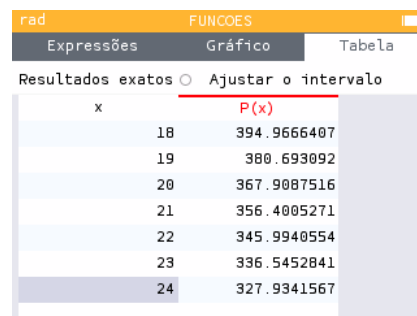
Considerando a proposta inicial do gestor do André:

$$n = 24$$

$$P = \frac{5000 \times 0,04}{1 - (1 + 0,04)^{-24}} \approx 327,93416 \text{ €} \rightarrow 327,93 \text{ €}$$

Como se pode verificar na tabela da calculadora, depois de introduzido o modelo

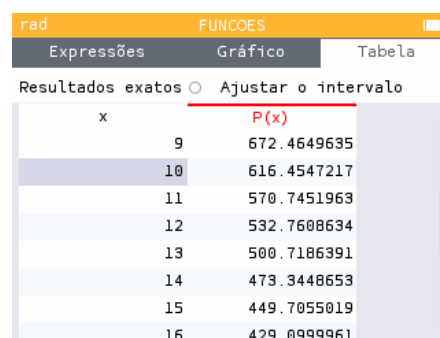
$$P(x) = \frac{5000 \times 0,04}{1 - (1 + 0,04)^{-x}}$$



x	P(x)
18	394.9666407
19	380.693092
20	367.9087516
21	356.4005271
22	345.9940554
23	336.5452841
24	327.9341567

Disponibilidade do André: $\leq 2 \times 327,93416 \approx 655,86832 \text{ €}$

Recorrendo de novo à tabela na calculadora;



x	P(x)
9	672.4649635
10	616.4547217
11	570.7451963
12	532.7608634
13	500.7186391
14	473.3448653
15	449.7055019
16	429.0999961

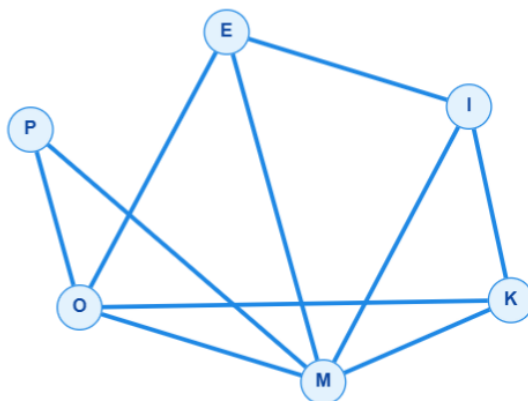
Verificamos que para $n = 10$, o valor obtido para a prestação ainda está dentro da disponibilidade do André: 616,46496 €

Mas para $n = 9$, o valor da prestação já excede essa disponibilidade

Ou seja, o número mínimo de prestações que o André poderá pagar, de acordo com a sua disponibilidade financeira será de 10 prestações.

5.

De acordo com as informações da tabela podemos desenhar o grafo, em que cada vértice representa uma sessão de esclarecimento e cada aresta representa a impossibilidade de decorrer em simultâneo pela inscrição de pelo menos um elemento da direção em ambas as sessões, ou pela presença do ciclista Lúri Leitão.



Assim, podemos verificar que a sessão M não pode ocorrer em simultâneo com qualquer outra. A sessão O apenas pode ocorrer em simultâneo com a sessão I. As restantes sessões, K, E e P podem decorrer em paralelo, porque não existem arestas entre os respetivos vértices.

Podemos, então, definir, no mínimo, três blocos de sessões:

- M
- I, O
- K, E, P

6.

6.1.

(a) $B(0) = 20 + 150(1 - e^0) = 20$. No início do programa Voltas, estavam ligados no canal Bicla 20 milhares de televisores.

(b) Observando o gráfico da figura 3, o *share* no início do programa Voltas era de 40% e no fim do programa era de 12%. Registou-se uma diminuição de 28% .

(c) Decorridos 30 minutos desde o início do programa Voltas, o número de televisores, em milhares, ligados no canal Bicla é dado por $B(30) = 20 + 150(1 - e^{-0,02 \times 30}) \simeq 87,678$, isto é, 87 678 televisores.

Tendo em conta a evolução do *share* do programa Voltas, no gráfico da figura 3, este valor corresponde a uma percentagem entre 21% e 40% do total de televisores ligados. Assim, o número total de televisores ligados é um número entre $\frac{87678}{0,4} \simeq 219\,195$

$$\text{e } \frac{87678}{0,21} \simeq 417514.$$

Dos valores apresentados, o único nestas condições é 350 712.

(d) No fim do programa Voltas, o número de televisores, em milhares, ligados no canal Bicla é dado por $B(180) = 20 + 150(1 - e^{-0,02 \times 180}) \simeq 165,901$.

Tendo em conta a evolução do *share* do programa Voltas, no gráfico da figura 3, este valor corresponde a uma percentagem de 12% do total de televisores ligados. Assim, o número total de televisores ligados é igual $\frac{165,901}{0,12} \simeq 1382,508$ milhares.

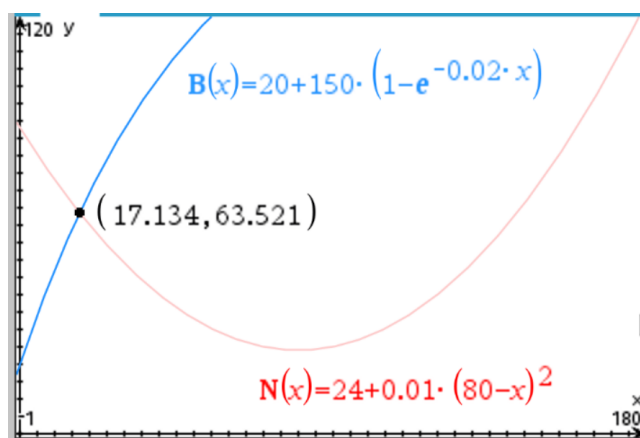
Este número situa-se entre 1300 e 1400 milhares.

Resposta:

(a) $\rightarrow$ (1); (b) $\rightarrow$ (2); (c) $\rightarrow$ (2); (d) $\rightarrow$ (3)

6.2.

Colocando os dois modelos, B e N , na calculadora gráfica, observa-se:



O ponto de interseção dos dois gráficos tem coordenadas (17,134; 63,521), significando que o número de televisores ligados nos dois canais foi igual após 17,134 minutos do início do programa Voltas. Queremos determinar o número de televisores ligados no canal Bicla decorridos 5 minutos após esse instante, isto é, $B(17,134 + 5) = B(22,134) \simeq 73,653$ milhares, ou seja, 73 653 televisores.

7.

7.1.

(a) Pede-se o nível de aptidão mais assinalado pelas pessoas da localidade B com idade na classe $[5,25[$. Na barra da localidade B, nessa classe, o maior valor é 45, correspondente ao nível *Intermédio*.

(b) Pede-se o número de pessoas, nas duas localidades, com idade superior ou igual a 25 anos e que assinalaram o nível *Principiante*.

Temos de considerar as classes $[25,45[$ e $[45,65[$, o que dá um total de $5 + 0 + 17 + 9 = 31$ pessoas

(c) Pede-se a classe de idade em que a percentagem de pessoas da localidade A que assinalaram *Intermédio* é igual à percentagem de pessoas da localidade B que assinalaram *Intermédio*.

A localidade A tem 100 pessoas e a localidade B tem 150 pessoas.

Na classe $[5,25[$:

Localidade A, *Intermédio*: 30 pessoas

$$\frac{30}{100} = 0,3 = 30\%$$

Localidade B, *Intermédio*: 45 pessoas

$$\frac{45}{150} = 0,3 = 30\%$$

As percentagens são iguais.

(d) Pede-se a média de idades, há 3 anos, das pessoas da localidade A que assinalaram o nível *Principiante*.

Na localidade A, para o nível *Principiante*, temos:

Classe das idades	Marca da Classe	N.º de pessoas
$[5,25[$	15	10
$[25,45[$	35	5
$[45,65[$	55	17
TOTAL		32

Média atual:

$$\frac{10 \times 15 + 5 \times 35 + 17 \times 55}{32} = \frac{1260}{32} = 39,375$$

Como se pede a média há 3 anos, subtrai-se 3:

$$39,375 - 3 = 36,375$$

Resposta:

(a) -> (2); (b) -> (3); (c) -> (1); (d) -> (3)

7.2.

O gráfico circular diz respeito a 20 pessoas da localidade B

$$20\% \times 20 = 0,20 \times 20 = 4$$

Logo, 4 pessoas têm idade inferior ou igual a 27 anos.

Do anterior resultado cruzado com a leitura do gráfico, determinamos que com 38 anos há 8 pessoas pois $20 - (4 + 6 + 2) = 8$

Como há 20 dados, a mediana é a média do 10.º e do 11.º valores, depois de ordenadas as idades.

Sabemos que na ordenação:

- os primeiros 4 valores são ≤ 27 ;
- os valores da 5.ª à 10.ª posição são x ;
- o 11.º valor é 38.

Logo:

$$x_{10} = x \quad \text{e} \quad x_{11} = 38$$

Como a mediana é 34, temos:

$$\begin{aligned} \frac{x + 38}{2} &= 34 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x + 38 &= 68 \Leftrightarrow x = 68 - 38 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x &= 30 \end{aligned}$$

8.

Até ao penúltimo dia foram vendidas 62 bicicletas. No total da semana foram vendidas 72 bicicletas, logo no último dia venderam-se

$$72 - 62 = 10$$

No gráfico, cada símbolo completo corresponde a 4 bicicletas. A contagem até ao penúltimo dia é:

Categoria	Até ao último dia
Speed	18
Elétrica	16
BMX	16
Dobrável	12

Seja x o número de bicicletas **Speed** vendidas no último dia.

Então, como o número de bicicletas **Elétricas** vendidas no último dia é o dobro das Speed:

$$\text{Elétricas vendidas no último dia} = 2x$$

No último dia venderam-se 10 bicicletas, portanto:

$$x + 2x + \text{BMX} + \text{Dobrável} = 10$$

Agora testamos as opções.

Opção A: $x = 1$

Speed na semana: $18+1=19$ e Elétrica na semana: $16+2=18$

A categoria Elétrica não seria a moda, porque Speed teria 19 e Elétrica 18.

Não serve.

Opção B: $x = 2$

Speed na semana: $18+2=20$ e Elétrica na semana: $16+4=20$

Ficariam empatadas. Mas o enunciado diz que há **uma única moda**, que é a categoria Elétrica.

Não serve.

Opção C: $x = 3$

Speed na semana: $18+3=21$ e Elétrica na semana: $16+6=22$

No último dia, Speed e Elétrica somam $3+6=9$

Sobra apenas 1 bicicleta para BMX ou Dobrável.

Se essa bicicleta for BMX, esta categoria passa a ter 17. Se for Dobrável passa a ter 13.

Logo, a categoria Elétrica fica com 22 bicicletas e é a **única moda**.

Serve.

Resposta: **Opção (C)**

9.

Sabemos que X corresponde à variável aleatória “número da bola extraída”, pelo que $X = \{1,2,3\}$.

Temos, assim, que:

$$P(X = 1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad ; \quad P(X = 2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad ; \quad P(X = 3) = \frac{1}{6}$$

Concluindo então que a distribuição de probabilidades da variável X é:

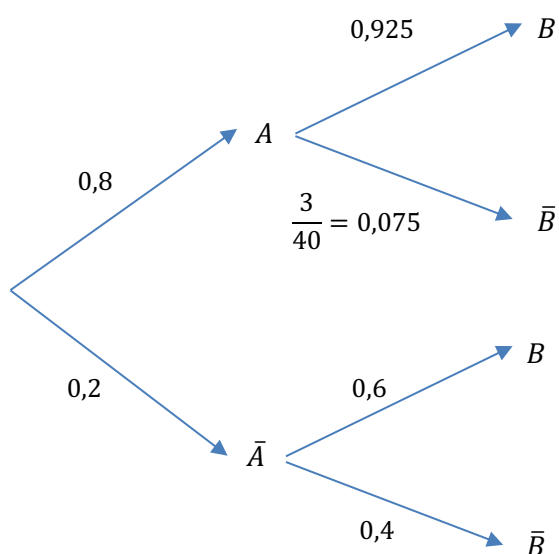
x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

Resposta: **Opção (B)**

10.

10.1.

Seja A o acontecimento “ser ciclista amador” e seja B o acontecimento “ser ciclista residente no concelho”. Tendo em conta o descrito no enunciado da questão, podemos elaborar a seguinte árvore de probabilidade:



Temos então que:

$$P(B) = P(A) \times P(B|A) + P(\bar{A}) \times P(B|\bar{A}) = 0,8 \times 0,925 + 0,2 \times 0,6 = 0,86$$

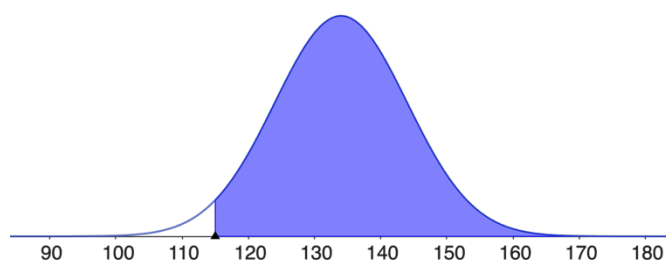
Concluimos que a probabilidade do ciclista escolhido residir no concelho é de 0,86.

10.2.

Seja X a variável aleatória “tempo que as pessoas da prova demoraram a completá-la”.

Sabemos que $X \sim N(135, 10)$.

Temos então que:



$$\begin{aligned} P(X \geq 115) &= P(X \geq 135) + \frac{P(135 - 2 \times 10 \leq X \leq 135 + 2 \times 10)}{2} = \\ &= 0,5 + \frac{0,9545}{2} = 0,97725 \end{aligned}$$

Podemos então verificar que:

$$N.^{\circ} \text{ de pessoas que demoraram, no mínimo, 115 minutos} = 0,97725 \times 1000 \approx 977$$

Logo, na prova, espera-se que existiram 977 pessoas a demorar a completar a prova em, no mínimo, 115 minutos.

11.

Comecemos por determinar o número total de habitantes que participaram no estudo estatístico.

$$N.^{\circ} \text{ de habitantes da amostra} = 220 + 980 = 1200$$

Podemos então constatar que a amostra aleatória é superior a 30 unidades, pelo que podemos utilizar o intervalo de confiança a 95% para a proporção, p , de habitantes que assistiu à passagem da Volta a Portugal exatamente uma vez.

$$I.C._{95\%} = \left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right]$$

Temos que:

$$\hat{p} = \frac{360}{1200} = 0,3 \quad z = 1,960 \quad n = 1200$$

$$I.C._{95\%} = \left[0,3 - 1,960 \times \sqrt{\frac{0,3(1 - 0,3)}{1200}}, 0,3 + 1,960 \sqrt{\frac{0,3(1 - 0,3)}{1200}} \right] = [0,27; 0,33]$$

Logo, o intervalo solicitado é $[0,27; 0,33]$.