



Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
<http://www.apm.pt>
email: geral@apm.pt

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE
MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO
(CÓDIGO DA PROVA 835) – 1ª FASE – 23 DE JUNHO 2026**

1.

1.1

(a) Sendo 4 as mascotes podem ser definidos, no máximo, 6 confrontos, a saber:

N – J	J – W
N – W	J – F
N – F	W – F

(b) Confronto entre Naranjito (N) e Juanito (J) tivemos:

N: $220 + 235 = 455$ votos;

J: $310 + 135 = 445$ votos

(c) Confronto entre Naranjito (N) e Footix (F) tivemos:

N: $220 + 310 + 235 = 765$ votos;

F: 135 votos

(d) Confronto entre Willie (W) e Naranjito (N) tivemos:

W: 235 votos;

N: $220 + 310 + 135 = 665$ votos

Diferença: $665 - 235 = 430$

Resposta:

(a) $\rightarrow$ (2); (b) $\rightarrow$ (1); (c) $\rightarrow$ (1); (d) $\rightarrow$ (3)

1.2.

Tendo em conta as etapas referidas atribui-se a cada uma delas o bloco respetivo:

1.^a etapa - Solicitar o número de votos em cada mascote na primeira preferência -> B1

2.^a etapa - Determinar o número mínimo de votos para que alguma mascote obtenha maioria absoluta-> B3

3.^a etapa - Verificar se alguma das mascotes obtém maioria absoluta e, nesse caso, dar essa indicação -> B2

4.^a etapa - Caso nenhuma das mascotes obtenha maioria absoluta, dar essa indicação -> B4

Resposta: **Opção (C)**

2.

	S1	S2	S3	S4
BT	30	40	8	22
WT	24	45	24	7
Partilha temporária	BT	WT	WT	BT
Quocientes		$\frac{45}{40} = 1,125$	$\frac{24}{8} = 3$	

Pontos de cada agência após a partilha temporária:

BT: $30 + 22 = 52$ pontos

WT: $45 + 24 = 69$ pontos

Como a agência com mais pontos é a WT, os quocientes a calcular são os relativos aos setores atribuídos temporariamente à WT, ou seja, S2 e S3

Como $\frac{45}{40} = 1,125$ é o menor dos quocientes, o setor que será usado para o ajuste é o setor S2

Total final de pontos

BT: $52 + \frac{x}{100} \times 40$

WT: $69 - \frac{x}{100} \times 45$

Queremos que:

$$52 + \frac{x}{100} \times 40 = 69 - \frac{x}{100} \times 45 \Leftrightarrow 52 + 0,4x = 69 - 0,45x \Leftrightarrow 0,4x + 0,45x = 69 - 52 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 0,85x = 17 \Leftrightarrow x = \frac{17}{0,85} = 20$$

Ou seja, WT terá de transferir para BT, 20% dos bilhetes que lhe foram atribuídos para o setor S2 (21 000 lugares)

$$0,20 \times 21000 = 4200 \text{ bilhetes}$$

O que significa que a agência BT terá para venda: 21 000 bilhetes para S1; 21 000 bilhetes para S4 e 4200 bilhetes para S2, num total de: $21000 + 21000 + 4200 = 46\,200$ bilhetes

3.

(a) Dado que a quantidade 16 não faz parte da promoção, a Fernanda terá que comprar 15 em promoção e + 1 isolada. Então irá pagar $8 \times 20 + 20 = 180$ €

(b) Comprando 21 camisolas, segundo a tabela pagará apenas 11, ou seja, um total de

$$11 \times 20 = 220 \text{ €}$$

O preço de cada uma será dado por $\frac{220}{21} \approx 10,48$ €

(c) Com a promoção, 17 camisolas custarão: $9 \times 20 = 180$ €

Sem a promoção, custariam: $17 \times 20 = 340$ €

Pelo que com a promoção a Fernanda poupará: $340 - 180 = 160$ €

(d) Trabalhando por exclusão de hipóteses:

* Custo de 23 camisolas: $12 \times 20 = 240$ € - com promoção

Preço de cada camisola: $\frac{240}{23} \approx 10,43$

Percentagem do preço sem promoção: $\frac{10,43}{20} \approx 0,5215 \rightarrow 52,15\% \neq 52\%$

* Consideremos a resposta (2) 25

Custo de 25 camisolas: $13 \times 20 = 260$ € - com promoção

Preço de cada camisola: $\frac{260}{25} \approx 10,4$

Percentagem do preço sem promoção: $\frac{10,4}{20} \approx 0,52 \rightarrow 52\%$

Resposta:

(a) ~~(2)~~; (b) $\rightarrow$ (3); (c) $\rightarrow$ (1); (d) $\rightarrow$ (2)

4.

Comecemos por excluir os estádios que a Maria não irá visitar: Toronto (T); Filadélfia (F) e Guadalajara (G)

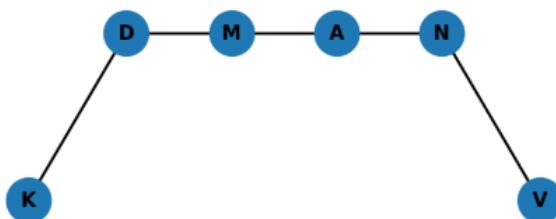
	Cidade	T	V	A	D	F	K	N	G	M
País	Canadá	T	1h30	2h18	3h28	1h30	1h30	1h30	1h30	3h30
		V	4h50		4h54	4h11		6h11	5h20	5h30
	EUA	A	2h16	4h54		2h45	2h09	1h59	2h20	3h28
		D	3h22	4h11	2h45		3h47	1h42	3h45	2h45
		F	1h30		2h30	3h41		3h02		3h30
		K			1h59	1h42	3h02	3h56		
		N	1h30	6h11	2h20	3h45		3h56		4h56
	México	G	1h30	3h20	3h30	2h44				1h30
		M	5h30	5h30	3h28	2h45	5h19	4h56	1h32	

- Iniciando em K: tempo mais curto disponível - 1h42 para D;
- A partir de D: tempo mais curto disponível - 2h45 para A e para M. Como M tem maior capacidade, irá para M;
- A partir de M: tempo mais curto disponível - 3h28 para A;
- A partir de A: tempo mais curto disponível - 2h20 para N
- De N só poderá seguir para V. Duração – 6h11

Ordem pela qual a Maria visitará as cidades:

K → D → M → A → N → V

Obtendo-se um grafo como o que se apresenta ao lado

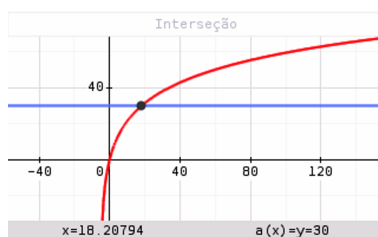


5.

5.1.

Comecemos por determinar o instante em que o número de espetadores dentro do estádio atingiu os 30 milhares.

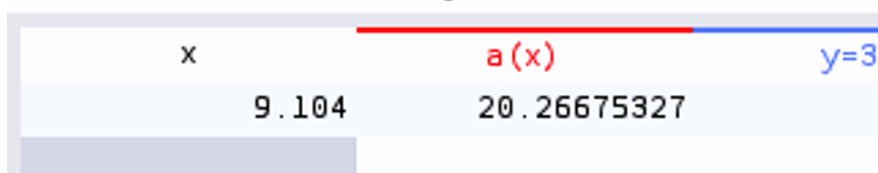
Recorrendo às potencialidades da calculadora gráfica:



Concluimos que tal instante é dado por $x \approx 18,208$

Pretendemos agora obter $A\left(\frac{18,208}{2}\right) = A(9,104)$

Usando mais uma vez as potencialidades da calculadora gráfica, temos que:



Obteve-se $A(9,104) \approx 20,267$ milhares

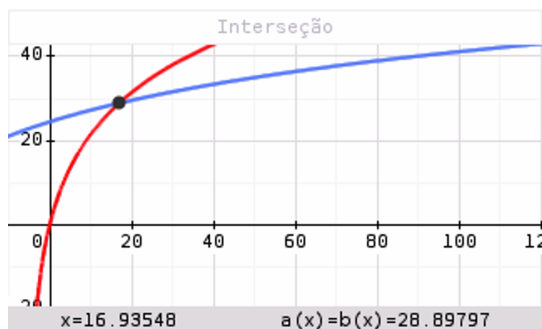
Conclui-se que a meio desse intervalo já tinham entrado 20 267 espectadores

5.2.

(a) Pretendemos saber $A(10) \approx 21.470$, ou seja, um número entre 21 000 e 21 999

(b) Pretende-se saber $B(0) = -35 + 35\log(50) \approx 24.464$, ou seja, um número entre 24 000 e 24 999

(c) Colocando os dois modelos na calculadora

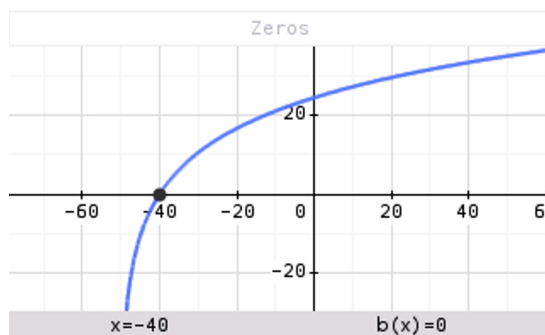


Observa-se que os dois modelos se igualam quando $x \approx 16,9$ minutos

Ou seja, quando tinham decorrido entre 16 e 17 minutos

(d) Começemos por determinar quando é que $B(t) = 0$

Mais uma vez, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora:



Ou seja, o estádio B abriu as portas 40 minutos antes do estádio A, isto é, um valor entre 35 e 42

Resposta:

(a) → (3); (b) → (1); (c) → (2); (d) → (2)

6.

6.1.

Para determinarmos a distância, em média, entre o estádio e o alojamento de cada espectador, vamos começar por determinar o número de espectadores que estão a uma distância do estádio pertencente aos intervalos $[0,100[$ ou $[100,200[$.

De acordo com os dados da tabela, vemos que o número de espectadores que se encontra a uma distância do estádio pertencente ao intervalo $[100,200[$ é igual a $3800+4500+2500=10\,800$.

Como foram inquiridos 50 000 espectadores, determinamos o número de espectadores cuja distância entre o alojamento e o estádio pertence ao intervalo $[0,100[$ da seguinte forma:

$$50\,000 - (10\,800 + 15\,100 + 10\,100) = 14\,000.$$

Para determinarmos, em média, a que distância do estádio, em quilómetros, está alojado cada espectador, precisamos de determinar a marca de cada classe, fazendo a média dos valores extremos de cada intervalo. Podemos organizar os dados numa tabela:

Distância (km)	Marca da classe	N.º de espectadores
$[0, 100[$	50	14 000
$[100, 200[$	150	10 800
$[200, 300[$	250	15 100
$[300, 400[$	350	10 100

A média calcula-se da seguinte forma:

$$\frac{14000 \times 50 + 10800 \times 150 + 15100 \times 250 + 10100 \times 350}{50000} = \frac{9630000}{50000} = 192,6$$

Conclui-se que, em média, os espectadores encontram-se alojados a 192,6 km do estádio.

Nota: Poder-se-ia ter recorrido às potencialidades estatísticas da calculadora gráfica. Para isso, deveria colocar-se na calculadora os dados da tabela, colocando numa lista a marca de cada classe e noutra lista os correspondentes números de espectadores, obtendo-se a média 192,6 km.

6.2.

Determinemos 25% do número total de espectadores inquiridos: $0,25 \times 50\,000 = 12\,500$

Assim, 12 500 espectadores têm idades pertencentes à classe $[55, 80[$.

Para determinarmos quantos destes espectadores estão alojados a uma distância superior ou igual a 300 km do estádio, ou seja, a uma distância pertencente ao intervalo $[300, 400[$, fazemos o seguinte cálculo: $12\,500 - (3000 + 2500 + 3500) = 3500$

Resposta: **Opção (C)**

7.

7.

Sendo X a variável aleatória “número de camisolas ganhas” e podendo esta assumir os valores 0, 1 ou 2, são estes os números que têm de aparecer na roleta.

Tendo em conta as probabilidades indicadas na tabela:

- o número 0 deve aparecer em $\frac{1}{3}$ dos seis setores, ou seja, em $\frac{1}{3} \times 6 = 2$ setores;
- o número 1 deve aparecer em metade dos seis setores, ou seja, em 3 setores;
- o número 2 deve aparecer em $\frac{1}{6}$ dos seis setores, ou seja, em $\frac{1}{6} \times 6 = 1$ setor.

A roleta que satisfaz estas condições é a apresentada na opção (B).

Resposta: **Opção (B)**

8.

8.1.

$P(\text{“1º escolhido ser apoiante de Portugal da sala 1 e o 2º escolhido ser apoiante de Portugal da sala 2”}) = \frac{24}{62} \times \frac{14}{61} = \frac{336}{3782}$

$P(\text{“1º escolhido ser apoiante de Portugal da sala 2 e o 2º escolhido ser apoiante de Portugal da sala 1”}) = \frac{14}{62} \times \frac{24}{61} = \frac{336}{3782}$

$P(\text{“ambos apoiantes de Portugal de salas diferentes”}) = \frac{336}{3782} + \frac{336}{3782} = \frac{672}{3782} = 0,178$

8.2.

Consideremos apenas os 40 clientes da sala 1, na qual 24 preferem a seleção de Portugal e 16 a seleção da França

Para responder ao pretendido, não é necessário completar a tabela.

	Vestiam equipamento	Não vestiam equipamento	Total
Apoiam Portugal	$0,875 \times 24 = 21$		24
Apoiam a França	$\frac{1}{4} \times 16 = 4$		16
Total	25		40

$$P(\text{"preferir a seleção de Portugal sabendo que veste um equipamento"}) = \frac{21}{25} = 0,84$$

9.

(a) Por hipótese, temos que o intervalo de confiança a 90% para a proporção de pessoas que consideravam a seleção portuguesa como vencedora desse campeonato mundial é $[0,1342; 0,2658]$.

Temos que a margem de erro do intervalo de confiança corresponde à amplitude da variação em torno da proporção e é dada pela metade do valor da diferença dos extremos do intervalo. Assim:

$$\text{Margem de erro} = \frac{0,2658 - 0,1342}{2} = 0,0658$$

(b) Quando aumentamos o nível de confiança para 95%, mantendo os restantes parâmetros, a margem de erro iria aumentar (uma vez que existe um aumento do valor do parâmetro z).

(c) A média dos extremos do intervalo de confiança corresponde ao valor da proporção amostral, uma vez que o intervalo de confiança é construído de forma simétrica em torno da proporção amostral.

Temos que:

$$I.C._{90\%} = \left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

Assim:

$$\hat{p} = \frac{0,1342 + 0,2658}{2} = 0,2 \quad z_{90\%} = 1,645$$

(d) Sabe-se que

$$0,1342 = 0,2 - 1,645 \sqrt{\frac{0,2 \times (1 - 0,2)}{n}} \Leftrightarrow 1,645 \sqrt{\frac{0,2 \times 0,8}{n}} = 0,2 - 0,1342 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,645 \sqrt{\frac{0,2 \times 0,8}{n}} = 0,0658 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,2 \times 0,8}{n}} = \frac{0,0658}{1,645} \Leftrightarrow \frac{0,2 \times 0,8}{n} = 0,04^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{0,2 \times 0,8}{0,04^2} \Leftrightarrow n = 100$$

Resposta:

(a) $\rightarrow$ (1); (b) $\rightarrow$ (3); (c) $\rightarrow$ (2); (d) $\rightarrow$ (1)

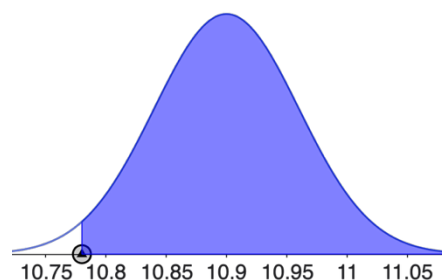
10

Tendo em conta o contexto apresentado, podemos começar por registar que a população de bolas de futebol regista um comprimento, em centímetros, do seu raio em que $\mu = 10,9$ e $\sigma = 0,54$.

Selecionou-se uma amostra de 81 bolas de futebol, logo $n = 81$. Pelo Teorema do Limite Central, a distribuição da amostragem da média dessa amostra, $\bar{X}$, segue uma distribuição normal em que os parâmetros são $\mu = 10,9$ e desvio padrão $\sigma_{\bar{X}} = \frac{0,54}{\sqrt{81}} = 0,06$. Ou seja, $\bar{X} \sim N(10,9; 0,06)$.

Temos que:

$$\begin{aligned} P(\bar{X} > 10,78) &= \\ &= P(10,78 < \bar{X} < 10,9) + P(\bar{X} > 10,9) = \\ &= \frac{0,9545}{2} + ,05 \approx 0,98 \end{aligned}$$



Concluimos que a probabilidade de a média dos raios das bolas da amostra ser superior a $10,78 \text{ cm}$ é $0,98$ (aproximadamente).

Nota: para resolver esta questão, também se podia recorrer às potencialidades da calculadora gráfica e utilizar a distribuição normal para calcular $P(\bar{X} > 10,78)$, com os valores de $\mu = 10,9$ e $\sigma_{\bar{X}} = 0,06$ e um valor mínimo de $10,78$.