

Exame final de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (2026, Época especial)
Proposta de resolução



1.

- 1.1. Como na primeira linha da tabela estão o número de votos divididos por 1, a soma dos coeficientes da primeira linha representa exatamente o número total de votos validamente expressos, ou seja:

$$100 + 12 + 120 + 85 = 317$$

Se considerarmos adicionalmente o número de votos brancos e nulos, o total de votos deve ser um número superior ou igual a 317, pelo que, nesta votação, o número total de votos, incluindo brancos e nulos, pode ter sido 317.

Ordenando por ordem decrescente os quatro maiores coeficientes da tabela, obtemos:

$$120 > 100 > 85 > 60$$

Como 60 é um coeficiente da coluna relativa à lista Z, o candidato eleito em quarto lugar, por aplicação do método descrito, pertence à lista Z.

Considerando a lista ordenada dos oito maiores coeficientes da tabela e associando a cada um a respetiva lista, observamos que:

120	100	85	60	50	42,5	40	33
(Z)	(X)	(W)	(Z)	(X)	(W)	(Z)	(X)

Assim, verifica-se que dos oito mandatos, três foram atribuídos à lista X e dois foram atribuídos à lista W.

Logo, as correspondências corretas são:

- (a) → (3)
- (b) → (2)
- (c) → (2)
- (d) → (1)

- 1.2. Como sabemos que o clube passou a ser gerido por dois representantes de cada uma das quatro listas, ou seja, foram atribuídos dois mandatos à lista Y, o quociente relativo ao divisor 2 da lista Y, deve ser maior ou igual ao quociente da relativo ao divisor 3 da lista Z.

Como no caso de ficar somente um mandato por atribuir e de os quocientes seguintes da série serem iguais, o mandato seria atribuído à lista que tiver menor número de votos, ou seja, à lista Y.

Assim, o número mínimo de votos que garante a atribuição de dois mandatos à lista Y, é 80, a que corresponde um quociente relativo ao divisor 2, de 40 o que garante a atribuição do último mandato à lista Y.

		Listas			
		X	Y	Z	W
Divisores	1	100	80	120	85
	2	50	40	60	42,5
	3	33,3	26,7	40	28,3

Como na primeira votação a lista Y tinha obtido 12 votos, na segunda votação conseguiu, no mínimo, mais $80 - 12 = 68$ votos, validamente expressos, neste novo ato eleitoral.

2. Procedendo à distribuição dos bens, aplicando o método descrito, temos:

	Ana	Bruno	Carlos
<i>Tablet</i>	100	180	75
Máq. Fotográfica	140	30	75
Valor global	$100 + 140 = 240$	$180 + 30 = 210$	$75 + 75 = 150$
Valor justo	$\frac{240}{3} = 80$	$\frac{210}{3} = 70$	$\frac{150}{3} = 50$
Atribuição (valor)	Máq. Foto. (140)	Tablet (180)	– (0)
Valor a disponibilizar	$140 - 80 = 60$	$180 - 70 = 110$	–
Valor a receber	–	–	$50 - 0 = 50$
Dinheiro restante	$60 + 110 - 50 = 120$		
Distribuição adicional	$\frac{120}{3} = 40$	$\frac{120}{3} = 40$	$\frac{120}{3} = 40$
Valor em dinheiro	$60 - 40 = 20$ (paga)	$110 - 40 = 70$ (paga)	$50 + 40 = 90$ (recebe)

Assim, a partilha final dos prémios pelos três alunos, é:

- a Ana recebe a máquina fotográfica e paga 20 euros;
- o Bruno recebe o *tablet* e paga 70 euros;
- o Carlos recebe 90 euros.



3. Considerando a amortização do empréstimo em cada mês, temos:

Mês	Prestação	Juro	Capital em dívida
0 (Início)	—	—	1200
1	350	$1200 \times 0,015 = 18$	$1200 + 18 - 350 = 868$
2	350	$868 \times 0,015 = 13,02$	$868 + 13,02 - 350 = 531,02$
3	350	$531,02 \times 0,015 \approx 7,97$	$531,02 + 7,97 - 350 = 188,99$
4	$188,99 \times 1,015 \approx 191,82$	$188,99 \times 0,015 \approx 2,83$	—

E assim, verificamos que:

Ao apurar o capital em dívida decorrido um mês desde o início do crédito, o Francisco verificou que o valor, em euros, relativo ao juro foi igual a 18. Verificou ainda que, no decorrer do pagamento do empréstimo, o valor, em euros, referente ao juro mensal diminuiu.

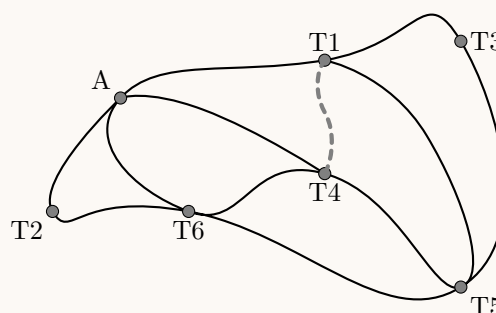
O Francisco amortizou o empréstimo num período de quatro meses, sendo a prestação final de 191,82 euros.

Logo, as correspondências corretas são:

- (a) → (3)
- (b) → (2)
- (c) → (2)
- (d) → (3)

4. O Presidente do clube verificou que não é possível definir um percurso, com início e fim na área de apresentação das atividades do clube (A), atravessando todos os pontos de passagem e entrando em todas as áreas, sem atravessar nenhum ponto de passagem mais de uma vez, porque este objetivo corresponde a encontrar um circuito de Euler, o que só é possível se todos os vértices tiverem grau par. Neste caso, considerando um grafo em que cada vértice corresponde a uma área e cada aresta a uma passagem entre as diferentes áreas, podemos verificar que nem todos os vértices têm grau par: os vértices T1 e T4 têm grau 3, como se apresenta na figura seguinte:

- A - Grau 4
- T1 - Grau 3
- T2 - Grau 2
- T3 - Grau 2
- T4 - Grau 3
- T5 - Grau 4
- T6 - Grau 4



Assim, podemos verificar que o ponto de passagem adicional que foi criado, ligou as áreas T1 e T4, permitindo que todos os vértices tivessem grau par, e desta forma, tornado possível que o percurso pretendido pelo presidente do clube fosse definido.



5.

5.1. Calculando o número de leitores no início da monitorização e dez horas depois, temos:

$$\bullet N(0) = \frac{36}{1 + 17 \times e^{-0,5 \times 0}} = 2$$

$$\bullet N(10) = \frac{36}{1 + 17 \times e^{-0,5 \times 10}} \approx 32,300$$

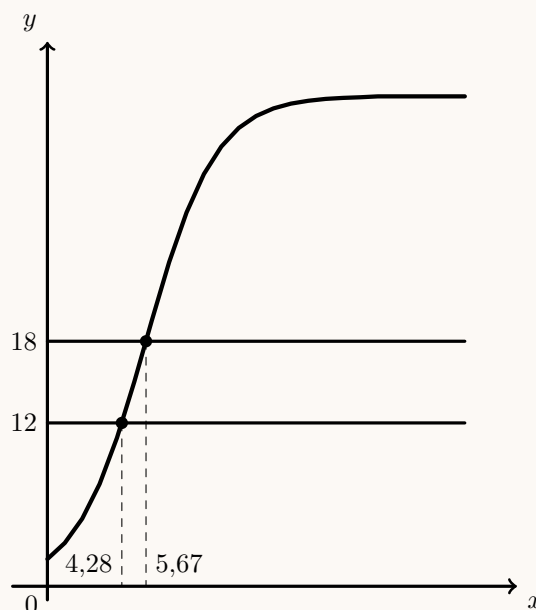
Desta forma podemos verificar que a afirmação é falsa, porque um número 30 vezes superior ao que se verificava no início da monitorização seria aproximadamente $30 \times 2 = 60$ milhares, e dez horas após o início da monitorização o número de leitores era bastante inferior (cerca de 32 milhares).

5.2. Com 50% de 12 000 leitores corresponde a $12\,000 \times 0,5 = 6000$, pretendemos identificar o intervalo de tempo em que o número de leitores aumentou de 12 000 para 18 000.

Assim, representamos na calculadora gráfica os gráficos do modelo referente ao número de visualizações ($N(t)$) e das retas horizontais correspondentes 12 000 para 18 000, ou seja, 12 milhares e 18 milhares, ($y = 12$ e $y = 18$), numa janela compatível com o limite temporal do modelo, ou seja, $0 \leq x \leq 24$, que se encontram reproduzidos na figura ao lado.

Usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção do modelo com cada uma das retas, obtemos o valores arredondados das abcissas dos pontos de interseção, isto é, o valor correspondente ao tempos em que o número de utilizadores eram 12 000 e 18 000, ou seja, 4,28 e 5,67, respetivamente, pelo que o tempo decorrido entre estes dois momentos, foi de aproximadamente:

$$5,67 - 4,28 = 1,39$$



Assim, verifica-se que o único intervalo que contém este valor, de entre as opções apresentadas, é $]1,3; 1,5[$.

Resposta: **Opção B**

6.

6.1. Como a moda das respostas relativas à rede social P é 1, a moda das respostas relativas à rede social R também é 1.

Assim, analisando cada uma das opção apresentadas, verificamos que:

- 46 e 54 não são valores admissíveis, porque nesse caso a frequência absoluta da resposta 1 seria inferior à frequência absoluta da resposta 2, e assim, 1 não seria a moda;
- 117 não é um valor admissível, porque, o total das frequências absolutas das respostas 0, 1 e 2 seria $45 + 117 + 55 = 217$, a que corresponde um valor superior ao número de respostas (200);
- 85 é um valor admissível, porque a frequência absoluta da resposta 3 seria $200 - 45 - 85 - 55 = 15$, e a resposta 1 seria a que tem a maior frequência absoluta, correspondendo portanto à moda das respostas.

Resposta: **Opção C**



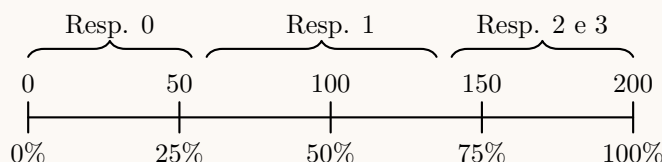
6.2. Temos que:

- Observando que das 200 pessoas que se pronunciaram relativamente à rede social Q, 25% responderam 2, a que correspondem $200 \times 0,25 = 50$ pessoas. Ou seja, o número de pessoas que responderam 2 à pergunta formulada é igual nas redes sociais P e Q.
- Considerando as 200 respostas relativas à rede social R, a percentagem de respostas a que correspondem as 45 pessoas que responderam 0, é:

$$\frac{200}{45} = \frac{100}{p} \Leftrightarrow p = \frac{45 \times 100}{200} \Leftrightarrow p = 22,5$$

Assim, considerando as respostas dadas relativamente à rede social R, a percentagem de pessoas que responderam 0 à pergunta formulada é igual a 22,5.

- Como foram recolhidas 200 respostas, 25% das respostas são 50 respostas. Pela observação do gráfico podemos verificar que mais de 25% das respostas foram 0, pelo que o primeiro quartil é 0; como o número de respostas 1 é superior a 50, sabemos que mais de 50% das respostas foi 1 ou 0, pelo que o segundo quartil é 1; e ainda que mais de 25% das respostas são 2 ou 3 (sendo o número de respostas 3 inferior a 50), pelo que o terceiro quartil é 2.



Logo, considerando as respostas dadas relativamente à rede social P, e no que diz respeito ao segundo quartil (Q_2) e ao terceiro quartil (Q_3), é possível afirmar que $Q_2 = 1$ e $Q_3 = 2$.

- Considerando as 600 pessoas, a sua distribuição pelo números de vezes que verificaram as configurações de segurança da sua conta é:

N.º de verificações	N.º de pessoas
0	$58 + 200 \times 0,425 + 45 = 188$
1	204
2	$50 + 200 \times 0,25 + 55 = 155$
3	$600 - 188 - 204 - 155 = 53$

Logo admitindo que, das 600 pessoas, 204 responderam 1 à pergunta formulada, o valor da média do número de vezes que, no último mês, as 600 pessoas verificaram as configurações de segurança da sua conta é, com arredondamento às décimas, igual a $\frac{0 \times 188 + 1 \times 204 + 2 \times 155 + 3 \times 53}{600} \approx 1,1$.

Logo, as correspondências corretas são:

- (a) $\rightarrow$ (1)
- (b) $\rightarrow$ (3)
- (c) $\rightarrow$ (2)
- (d) $\rightarrow$ (1)



7. Observando o programa apresentado, temos que:

- o número total de lançamentos simulados é armazenado na variável "n";
- o número de simulações em que o resultado é "cara" é armazenado na variável "cara".

Assim, como a percentagem de caras obtida é dada pelo quociente entre o número de caras obtidas e o número total de lançamentos simulados multiplicado por 100; ou seja $\frac{\text{cara}}{n} \times 100$, a linha de código que apresenta esta relação entre as duas variáveis é:

```
print(f"Percentagem de caras: {(cara / n) * 100:}%")
```

Resposta: **Opção D**

8. Como X é número de vezes em que sai a face 1, no lançamento de um dado cúbico com as faces numeradas de 1 a 6, a variável X pode tomar os seguintes valores, com as respectivas probabilidades:

- $X = 0$, não sair face 1, ou seja, sair qualquer uma das restantes 5 faces: $P(X = 0) = \frac{5}{6}$
- $X = 1$, se sair a face 1 no lançamento: $P(X = 1) = \frac{1}{6}$

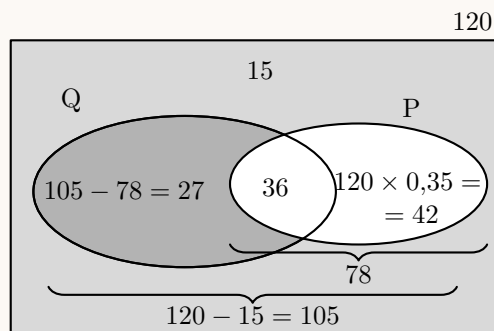
Logo a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X , com os valores na forma de fração irredutível, é:

x_i	0	1
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$

9.

9.1. Com 15 notícias falsas não foram divulgadas nem na rede social P nem na rede social Q, as restantes foram anunciadas, pelo menos numa das redes, ou seja, das 120 notícias falsas analisadas, $\underline{120 - 15 = 105}$ foram divulgadas na rede social P ou na rede social Q.

E como destas 105 notícias falsas, 78 foram divulgadas na rede P, as restantes, ou seja, $\underline{105 - 78 = 27}$ foram divulgadas somente na rede social Q.



Como as notícias falsas divulgadas na rede P foram 78 num total de 120, a probabilidade de uma destas notícias falsas, escolhida ao acaso, ter sido divulgada na rede social P é igual a $\frac{78}{120} = 0,65$.

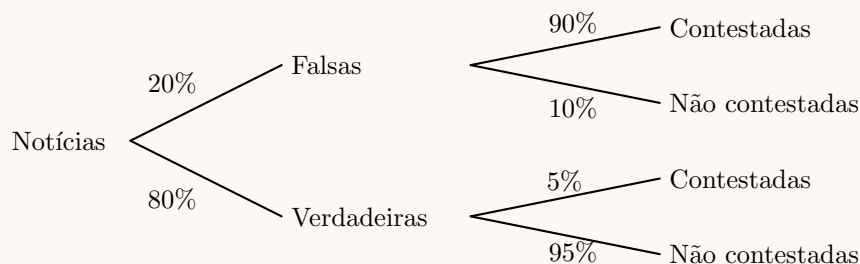
Considerando que a probabilidade de uma das 120 notícias falsas ter sido divulgada somente na rede social P foi 35% = 0,35, esta probabilidade corresponde a $120 \times 0,35 = 42$ notícias, pelo que, $\underline{78 - 42 = 36}$ foram divulgadas em ambas as redes sociais.

Logo, as correspondências corretas são:

- (a) → (3)
- (b) → (3)
- (c) → (1)
- (d) → (1)



9.2. Esquematizando os dados num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, uma notícia divulgada nessa rede social, e os acontecimentos:

F : "A notícia é Falsa"

C : "A notícia foi contestada"

Considerando, ao acaso, uma notícia divulgada nessa rede social, a probabilidade de esta ser Falsa sabendo que a mesma não foi contestada, na forma de fração irredutível, é:

$$P(F|\bar{C}) = \frac{P(F \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(F \cap \bar{C})}{P(F \cap \bar{C}) + P(\bar{F} \cap \bar{C})} = \frac{0,2 \times 0,1}{0,2 \times 0,1 + 0,8 \times 0,95} = \frac{1}{39}$$

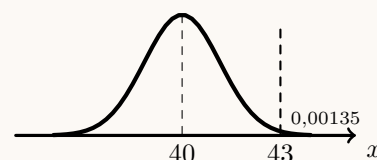
10. De acordo com o Teorema Limite Central, como a amostra é aleatória e de dimensão superior a 30, a distribuição de amostragem da média dessa amostra, pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio μ e desvio padrão $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Assim, considerando $\bar{X}$ a distribuição amostral da média do tempo de leitura em cada amostra, temos que :

- $n = 100$;
- $\mu = 40$, pelo que a média da distribuição amostral é 40 ;
- $\sigma = 10$ pelo que o desvio padrão da distribuição amostral é $\frac{10}{\sqrt{100}} = 1$.

Recorrendo à calculadora gráfica, identificando a distribuição normal de média 40 e desvio padrão 1, obtemos o valor aproximado da probabilidade de a média amostral do tempo de leitura de notícias online daqueles alunos ser superior a 43 minutos, é:

$$P(X > 43) \approx 0,00135$$



A que corresponde uma probabilidade, na forma de percentagem, com arredondamento às milésimas de 0,135% .

