

9. Antes do início de um campeonato mundial de futebol, o José consultou um artigo de um jornal desportivo que, entre outros dados, apresentava o intervalo $[0,1342; 0,2658]$ como sendo um intervalo a 90% de confiança para a proporção de pessoas que consideravam que a seleção vencedora desse campeonato mundial seria a seleção de Portugal.

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço.

Assinale, na folha de respostas, para cada letra, o número da opção selecionada.

A margem de erro do intervalo de confiança apresentado é igual a ____ (a) ____ . Se o nível de confiança fosse alterado para 95% e os outros parâmetros se mantivessem, a margem de erro seria ____ (b) ____ .

A média dos extremos do intervalo de confiança apresentado é igual ____ (c) ____ .

No intervalo de confiança apresentado, a dimensão da amostra é igual a ____ (d) ____ .

(a)	(b)	(c)	(d)
(1) 0,0658	(1) menor	(1) à amplitude do intervalo	(1) 100
(2) 0,1316	(2) igual	(2) à proporção amostral	(2) 110
(3) 0,2632	(3) maior	(3) ao nível de confiança	(3) 120

Resolução APM (apm.pt)



9.

(a) Por hipótese, temos que o intervalo de confiança a 90% para a proporção de pessoas que consideravam a seleção portuguesa como vencedora desse campeonato mundial é $[0,1342; 0,2658]$.

Temos que a margem de erro do intervalo de confiança corresponde à amplitude da variação em torno da proporção e é dada pela metade do valor da diferença dos extremos do intervalo. Assim:

$$\text{Margem de erro} = \frac{0,2658 - 0,1342}{2} = 0,0658$$

(b) Quando aumentamos o nível de confiança para 95%, mantendo os restantes parâmetros, a margem de erro iria aumentar (uma vez que existe um aumento do valor do parâmetro z).

(c) A média dos extremos do intervalo de confiança corresponde ao valor da proporção amostral, uma vez que o intervalo de confiança é construído de forma simétrica em torno da proporção amostral.

Temos que:

$$I.C_{90\%} = \left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}; \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right]$$

Assim:

$$\hat{p} = \frac{0,1342 + 0,2658}{2} = 0,2 \quad z_{90\%} = 1,645$$

(d) Sabe-se que

$$0,1342 = 0,2 - 1,645 \sqrt{\frac{0,2 \times (1 - 0,2)}{n}} \Leftrightarrow 1,645 \sqrt{\frac{0,2 \times 0,8}{n}} = 0,2 - 0,1342 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,645 \sqrt{\frac{0,2 \times 0,8}{n}} = 0,0658 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,2 \times 0,8}{n}} = \frac{0,0658}{1,645} \Leftrightarrow \frac{0,2 \times 0,8}{n} = 0,04^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{0,2 \times 0,8}{0,04^2} \Leftrightarrow n = 100$$

Resposta:

(a) $\rightarrow$ (1); (b) $\rightarrow$ (3); (c) $\rightarrow$ (2); (d) $\rightarrow$ (1)

Sugestões/comentários

abaixo:



E26F1-Questão 9	
	Conteúdo
	Margem de erro, valor de z, proporção amostral e cálculo da dimensão de uma amostra, a partir da margem de erro, no caso da proporção. (Assunto 8 'Inferência Estatística' -11º ano)
Comentário:	
Margem de erro= (0.2658-0.1342)/2 = 0.0658 (a) $\rightarrow$ (1) Sabemos que, quando o nível de confiança aumenta, a margem de erro também aumenta, pois, neste caso, a margem de erro é dada por:	

$$z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

e o valor de z mudaria de 1.645 para 1.960, mantendo os restantes valores inalterados.

(b)→ (3)

Sabemos também que o valor central do intervalo, que é igual à média dos extremos deste, coincide com a proporção amostral.

(c)→ (2).

Vimos anteriormente que a margem de erro é igual a 0.0658.

Vimos também que a média dos extremos do intervalo coincide com a proporção amostral, cujo valor é $(0.1342+0.2658)/2 = 0.2$.

Assim, temos:

$$\begin{aligned} 1.645 \times \sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{n}} &= 0.0658 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{n}} = \frac{0.0658}{1.645} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{0.2 \times 0.8}{n} &= \left(\frac{0.0658}{1.645}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{0.2 \times 0.8}{\left(\frac{0.0658}{1.645}\right)^2} = n \Leftrightarrow n = 100 \end{aligned}$$

A dimensão é 100.

(d)→(1)

Respostas:

(a) → (1) (b)→ (3) (c)→ (2) (d)→(1)

(Consultar a resposta completa)