

10. As bolas de futebol produzidas para um campeonato mundial de futebol obedecem a regras padronizadas de fabrico e controlo de qualidade.

Admita que, num dado processo de fabrico, o raio das bolas pode ser modelado por uma variável com média 10,9 cm e desvio padrão 0,54 cm.

Selecionou-se, ao acaso, uma amostra de 81 bolas produzidas para um campeonato mundial de futebol segundo esse processo.

Determine a probabilidade de a média dos raios das bolas da amostra ser superior a 10,78 cm.

Apresente o resultado, na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Caso proceda a arredondamento nos cálculos intermédios, conserve cinco casas decimais.

Resolução APM (apm.pt)



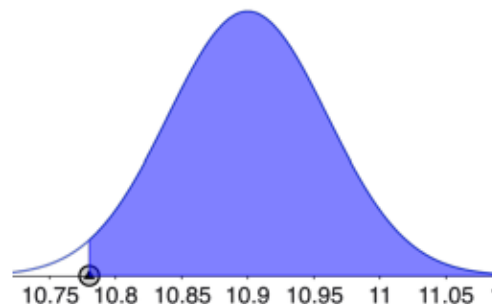
10

Tendo em conta o contexto apresentado, podemos começar por registar que a população de bolas de futebol regista um comprimento, em centímetros, do seu raio em que $\mu = 10,9$ e $\sigma = 0,54$.

Selecionou-se uma amostra de 81 bolas de futebol, logo $n = 81$. Pelo Teorema do Limite Central, a distribuição da amostragem da média dessa amostra, $\bar{X}$, segue uma distribuição normal em que os parâmetros são $\mu = 10,9$ e desvio padrão $\sigma_{\bar{X}} = \frac{0,54}{\sqrt{81}} = 0,06$. Ou seja, $\bar{X} \sim N(10,9; 0,06)$.

Temos que:

$$\begin{aligned} P(\bar{X} > 10,78) &= \\ &= P(10,78 < \bar{X} < 10,9) + P(\bar{X} > 10,9) = \\ &= \frac{0,9545}{2} + ,05 \approx 0,98 \end{aligned}$$



Concluimos que a probabilidade de a média dos raios das bolas da amostra ser superior a 10,78 cm é 0,98 (aproximadamente).

Nota: para resolver esta questão, também se podia recorrer às potencialidades da calculadora gráfica e utilizar a distribuição normal para calcular $P(\bar{X} > 10,78)$, com os valores de $\mu = 10,9$ e $\sigma_{\bar{X}} = 0,06$ e um valor mínimo de 10,78.

Sugestões/comentários

abaixo:



E26F1-Questão 10

Conteúdo

Distribuição de amostragem da média, Teorema do Limite Central e cálculo de uma probabilidade usando a distribuição normal.

(Assunto 8 'Inferência Estatística' -11º ano)

Comentário:

Sabemos que a média populacional do raio das bolas é $\mu = 10.9$ cm e o desvio padrão é 0.54 cm.

Estamos perante uma amostra com 81 elementos.

Como 81 é maior que 30, estamos nas condições de aplicação do teorema do Limite Central.(TLC).

Nestas condições, e de acordo com o TLC, podemos afirmar que $\bar{X}$ tem distribuição Normal com média 10.9 e desvio padrão $\sigma_{\bar{X}} = \frac{0.54}{\sqrt{81}} = 0.06$

Pretendemos calcular a probabilidade $P(\bar{X} > 10.78)$.

Onde $\bar{X} \sim N(10.9; 0.06)$

1º processo:

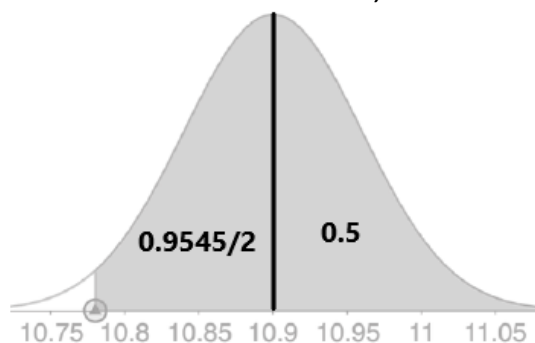
Como $10.78 = 10.9 - 2 \times 0.06$, estamos perante a situação:

$P(X > \mu - 2\sigma)$.

Segundo o formulário do exame, temos:

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

Atendendo à simetria da distribuição normal, e a que a probabilidade à direita da média é 0.5, temos:



$$P(X > \mu - 2\sigma) = 0.9545/2 + 0.5 \approx 0.98$$

2º processo:

Podemos obter a probabilidade recorrendo diretamente à calculadora gráfica, indicando média 10.9; desvio padrão 0.06 e pedindo

$$P(X > 10.78)$$

(Ou: mínimo 10.78 e máximo 1000.)

(Consultar a resposta completa)