

1. O Erasmus+ é o programa europeu que apoia a educação, a formação, a juventude e o desporto e que facilita a mobilidade académica de estudantes europeus através do mundo inteiro.

Numa universidade, realizou-se um estudo com o objetivo de aferir qual seria a cidade preferida, de entre Barcelona (B), Cracóvia (C), Praga (P) e Roma (R), para fazer Erasmus+.

Foram selecionados alguns estudantes que preencheram um boletim, no qual ordenaram as quatro cidades, de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido, com uma determinada ordenação, correspondia a 1 voto.

Na Tabela 1, encontram-se parcialmente organizados os resultados da votação, em que  $X$  representa o número de votos na lista de preferências que apresentava Cracóvia como primeira preferência, Barcelona como segunda, Roma como terceira e Praga como quarta.

Tabela 1

Preferências \ N.º de votos	N.º de votos			
	36	58	$X$	29
1.ª	B	P	C	C
2.ª	P	R	B	P
3.ª	C	B	R	B
4.ª	R	C	P	R

Concluída a votação, o apuramento da cidade vencedora resultou do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de cidades e atribui-se o número de votos registados em cada coluna à cidade mais bem posicionada, de entre as duas selecionadas.
- Comparam-se os votos obtidos por essas duas cidades. A cidade com o maior número de votos é a vencedora do par escolhido.
- Repetem-se os procedimentos anteriores até uma das cidades ter vencido em todas as comparações com as restantes. Essa cidade é a vencedora.

Verificou-se que Barcelona (B), tendo vencido em todas as comparações, foi a cidade vencedora depois de aplicado o método descrito aos votos apresentados na Tabela 1.

Indique o valor mínimo e o valor máximo que  $X$  pode representar.

Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

***Resolução: absolutamente.net***



1. Como Barcelona foi a cidade vencedora, começamos por aplicar o método, escolhendo todos os pares que envolvem esta cidade:

Pares	N.º de votos				Totais
	36	58	$X$	29	
Barcelona e Cracóvia	B	B	C	C	Barcelona: $36 + 58 = 94$ Cracóvia: $X + 29$
Barcelona e Praga	B	P	B	P	Barcelona: $36 + X$ Praga: $58 + 29 = 87$
Barcelona e Roma	B	R	B	B	Barcelona: $36 + X + 29 = X + 65$ Roma: 58

Assim, como sabemos que Barcelona teve mais votos que qualquer uma das restantes cidades, podemos verificar que:

- $X + 29 < 94 \Leftrightarrow X < 94 - 29 \Leftrightarrow X < 65$
- $36 + X > 87 \Leftrightarrow X > 87 - 36 \Leftrightarrow X > 51$
- $X + 65 > 58 \Leftrightarrow X > 58 - 65 \Leftrightarrow X > -7$

Como  $X$  é um número natural, Barcelona tem mais votos que Roma independentemente do valor de  $X$ , para que Barcelona tenha mais votos que Praga,  $X$  deve ser superior a 51, ou seja deve ser no mínimo 52, e para que Barcelona tenha mais votos que Cracóvia,  $X$  deve ser inferior a 65, ou seja, deve ser 64 no máximo, pelo que,  $X$  representa no mínimo 52 e no máximo 64.

## Sugestões/comentários

abaixo:



## **E21F2-Questão 1**

### **Conteúdo**

Método de Condorcet. Discutir um valor  $X$ , sabendo o vencedor final.  
(Assunto 1 'Eleições' -10º ano)

### **Comentário:**

Comparando B com P:

B vence  $36+X$  vezes, pois, na 1ª e 3ª colunas B está mais bem classificado do que P.

P vence  $58+29=87$  vezes.

Como B é o vencedor, será forçosamente  $36+X > 87 \Leftrightarrow X > 87-36 \Leftrightarrow X > 51$

Comparando B com C:

B vence  $36+58=94$  vezes e C vence  $X+29$ .

Como B é o vencedor, teremos  $X+29 < 94 \Leftrightarrow X < 94-29 \Leftrightarrow X < 65$

Será então  $51 < X < 65$ ,  $X$  será maior que 51 e menor que 65,  
ou seja,

o mínimo é 52 e o máximo é 64.

(\*Consulte a resolução completa\*)