

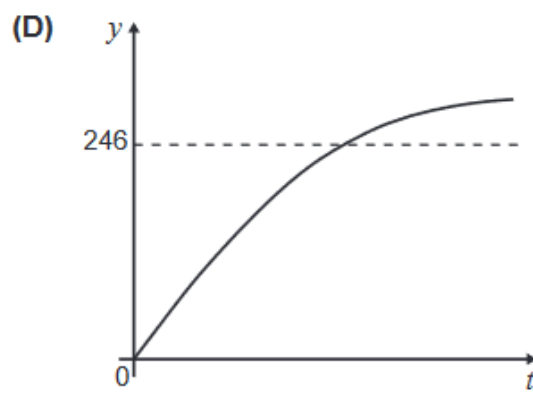
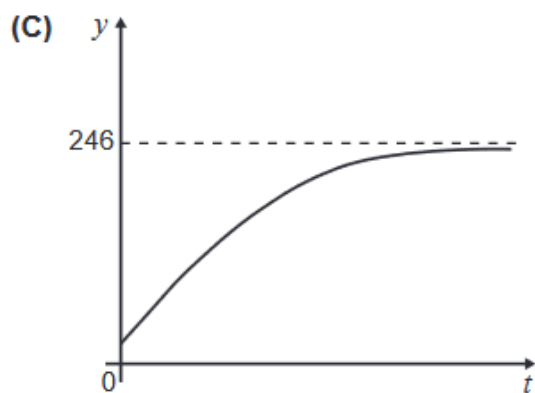
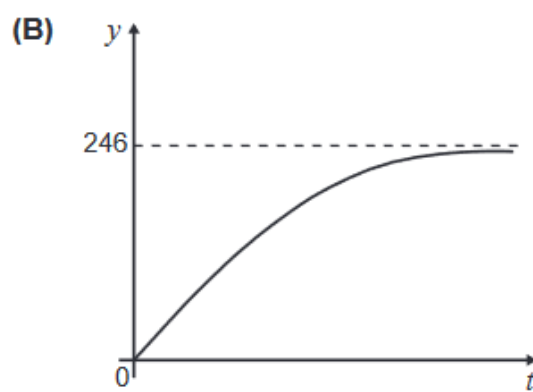
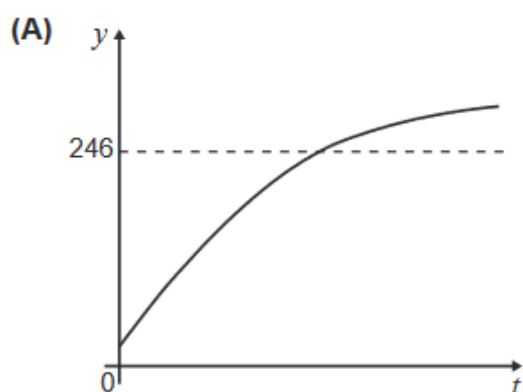
5. Numa das cidades integradas na digressão da companhia de teatro existe um centro náutico.

5.1. Admita que o número de sócios do centro náutico é bem aproximado pelo modelo seguinte

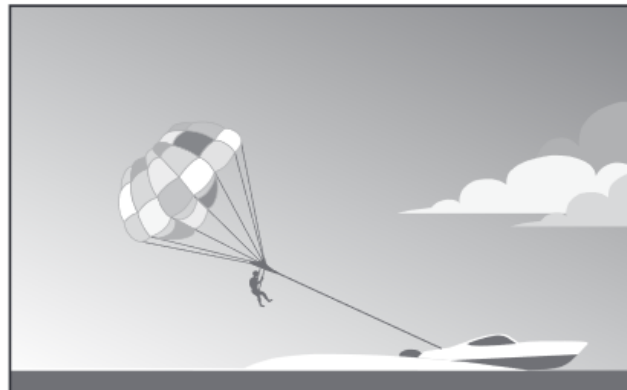
$$N(t) = \frac{246}{1 + ae^{-0,65t}} \quad t \geq 0$$

em que a variável t designa o tempo, em meses, que decorre desde a inauguração do centro náutico, e a é um número real positivo.

Qual das alternativas seguintes pode representar o gráfico de N ?



5.2. No centro náutico é possível praticar *parasailing*. Neste desporto, um para-quedas especial, denominado *parasail*, está preso a um barco através de um cabo. O praticante, equipado com o *parasail*, senta-se numa plataforma. Com a deslocação do barco, o *parasail* enche-se de ar e, à medida que a velocidade do barco aumenta, o *parasail* eleva-se nos ares.



Num momento de descanso, um dos atores da peça foi praticar *parasailing*.

Admita que, t minutos após se elevar nos ares, a altura do *parasail*, em metros, é bem aproximada pelo modelo seguinte.

$$A(t) = 1 + 35 \ln(25,5t + 0,98) \quad t \in [0, 5]$$

5.2.1. Comparando a altura atingida pelo *parasail* ao fim de 30 segundos e ao fim de 1 minuto, após se elevar nos ares, quanto aumentou, em percentagem, essa altura?

Apresente o resultado com arredondamento às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

5.2.2. O ator comentou que o *parasail* se tinha mantido a uma altura entre os 120 e os 150 metros durante, pelo menos, dois minutos.

Terá o ator razão?

Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

- o(s) gráfico(s) visualizado(s) que lhe permite(m) resolver o problema;
- as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s), com arredondamento às décimas.

Resolução:

5.1. De acordo com o modelo dado para o número de sócios do centro náutico, no momento da inauguração ($t=0$) já existiam sócios; $N(0) = \frac{246}{1+a}$ que é diferente de zero. Esta situação elimina as opções (B) e (D).

Por outro lado, à medida que o tempo passa desde a inauguração, sabe-se, pelo conhecimento do modelo dado, que o número de sócios tenderá para o número 246, mas sem o ultrapassar.

Logo a opção correta é a (C).

5.2.1

30 segundos $\rightarrow t = 0,5$

1 minuto $\rightarrow t = 1$

A percentagem de aumento é dada por:

$$\frac{A(1) - A(0,5)}{A(0,5)}$$

Definindo o modelo no editor de funções da calculadora, obtêm-se:

$$\frac{A(1) - A(0,5)}{A(0,5)} = \frac{115,674 - 92,685}{92,685} \approx 0,248$$

A altura aumentou cerca de 25%.

5.2.2.

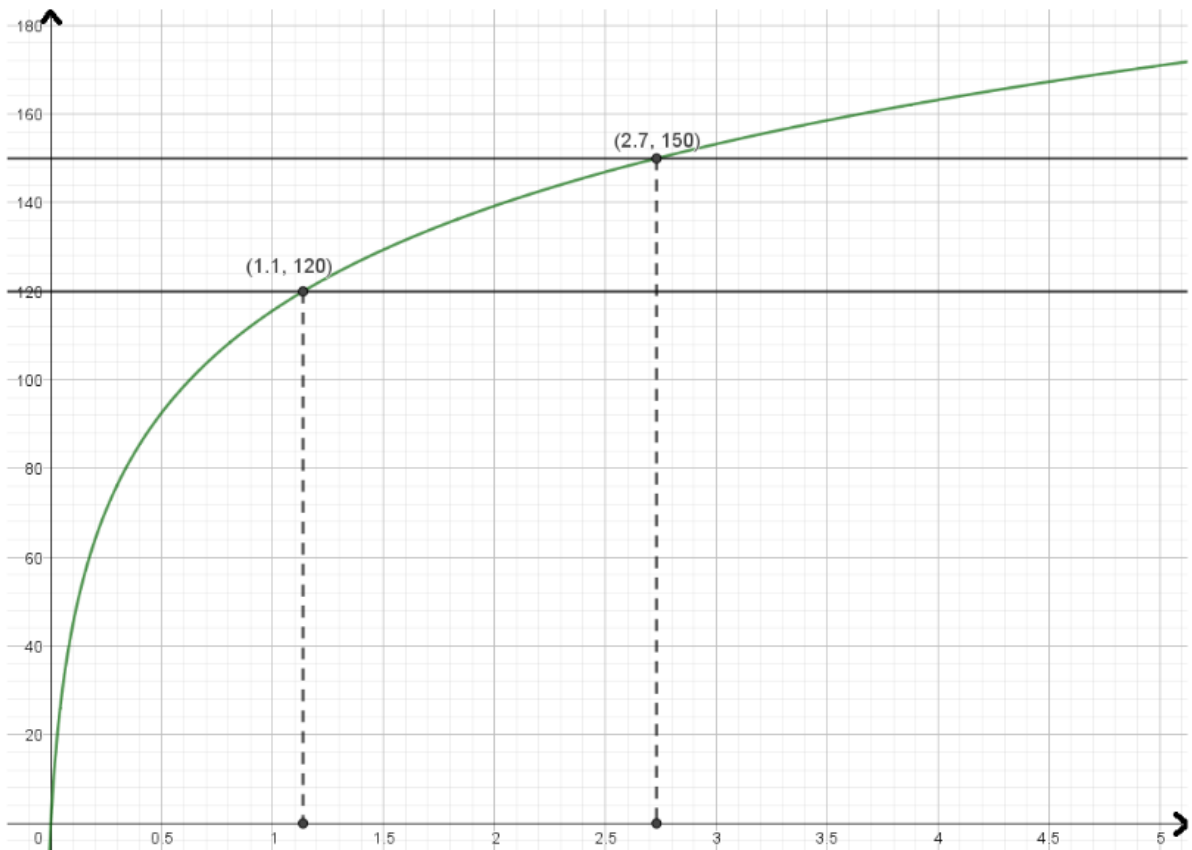
Inserimos no editor de funções da calculadora os seguintes modelos:

$$y_1 = 120 \quad ; \quad y_2 = 150 \quad ; \quad y_3 = 1 + 35\ln(25,5x + 0,98)$$

Pode-se observar a respetiva representação gráfica, com a seguinte janela de visualização:

$$x_{max} = 0 \quad y_{max} = 0$$

$$x_{min} = 5 \quad y_{min} = 180$$



É possível observar que o *parasail* se manteve a uma altura entre os 120 e os 150 metros durante, aproximadamente, $2,7 - 1,1 = 1,6$ minutos.

Pelo que o ator não tem razão na sua afirmação.

Sugestão:

5.1) O $N(0)$ é diferente de zero. Por ser uma logística, com o passar do tempo vai estabilizar em 246. Só pode ser o C.

5.2.1) Trinta segundo é meio minuto. Basta comparar fazer a diferença entre $A(1)$ e $A(0)$ e dividir por $A(0)$. Por fim, colocamos em percentagem com o arredondamento pedido.

5.2.2) Situação típica de gráfico com uma curva a interseccionar duas retas e procurar os respetivos pontos de interseção.