

5. A Escola de Vilar de Sadeija foi inaugurada no ano 2000.

Admita que, t anos após a inauguração da escola, o número de alunos matriculados no início de cada ano letivo é bem aproximado pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades.

$$A(t) = \frac{2350}{1 + 5e^{-0,43t}}, \text{ com } t = 0, 1, 2, \dots$$

5.1. Com o passar do tempo, o número de alunos matriculados aproxima-se de um valor que não pode ser ultrapassado.

Identifique esse valor, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.

Na sua resposta:

- apresente o gráfico visualizado que lhe permite resolver o problema;
- assinale no gráfico o valor do qual, com o passar do tempo, se aproxima o número de alunos matriculados.

5.2. Na investigação para um artigo, um elemento do jornal da escola analisou a evolução do número de alunos matriculados no início de cada ano letivo, na escola.

Verificou que, no ano em que o jornal passou a ter instalações próprias, havia mais 950 alunos matriculados do que em 2002, ano em que o jornal foi fundado.

Determine o ano em que o jornal passou a ter instalações próprias.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, três casas decimais.

Resolução:

5.1. Depois de inserido o modelo no editor de funções da calculadora pode-se observar a respetiva representação gráfica, com a seguinte janela de visualização:

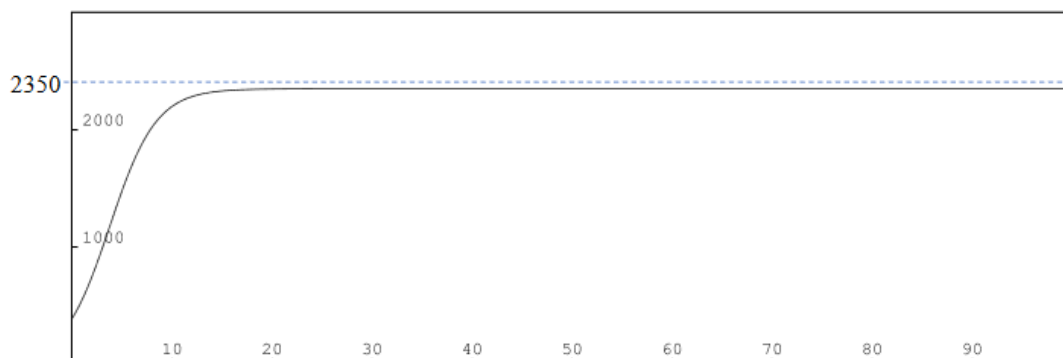
$$x_{max} = 100$$

$$y_{max} = 3\,000$$

$$x_{min} = 0$$

$$y_{min} = 0$$

Obtém-se a seguinte representação gráfica



Uma vez que se trata de um modelo logístico, é possível concluir que este nunca ultrapassará o valor de 2350 (capacidade máxima do modelo), como é possível constatar na representação gráfica apresentada.

5.2.

Ano 2000 → t=0

A inauguração ocorre em 2002, logo t=2

$A(2) \approx 754$ (valor obtido a partir da tabela de valores do modelo inserido na calculadora para X=2)

Pretende-se encontrar o valor de t para o qual $A(t) \approx 754 + 950 = 1704$

Para tal, na tabela de valores do modelo procura-se o valor de t para o qual $A(t)$ estará próximo de 1704

X	Y
(...)	(...)
5	1485,066
6	1704,294
7	1885,342
(...)	(...)

→ verifica-se que o valor procurado é atingido em t=6

Podemos concluir que o jornal passou a ter instalações próprias em 2006

Sugestão:

5.1) questão habitual do modelo populacional logístico com o gráfico próprio deste tipo de modelo.

5.2) Para $A(2)$ fazemos substituímos na fórmula. Se não der certo, verifique os detalhes com os parenteses:

$$2350/(1+5*e^{(-0.43*2)}) = 754.2179...$$

Depois somamos o 950 que dá $754+950=1704$.

Em seguida pedimos a tabela e dá t=6 que corresponde a 2006.