

1. Num determinado dia da próxima edição do festival de música MaréFest, vão atuar no palco principal as bandas A, B, C e D. Numa ação de campanha publicitária, os organizadores puseram à votação do público a ordem pela qual as bandas deveriam atuar. A votação decorreu *on-line*.

Ao votar, cada internauta tinha de dispor os nomes das bandas, A, B, C e D, de acordo com a ordem pela qual gostaria de as ver atuar, validando a seguir o seu voto. A votação encerrou quando foram apurados os votos dos primeiros mil internautas.

A Tabela 1 apresenta as preferências de 900 desses 1000 internautas.

Tabela 1

N.º de votos	200	400	300
Preferências			
1.^a	A	B	C
2.^a	B	A	D
3.^a	C	C	B
4.^a	D	D	A

Os 100 internautas restantes votaram todos numa mesma ordenação das quatro bandas, sendo essa ordenação diferente das três constantes da Tabela 1.

Concluída a votação, os organizadores aplicaram o método a seguir descrito para tomarem a decisão final.

- São atribuídos pontos a cada uma das bandas em função do seu lugar na ordem de preferência. Cada banda recebe:
 - quatro pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - dois pontos por cada voto na terceira preferência;
 - um ponto por cada voto na quarta preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada uma das bandas.
- Ordenam-se as bandas, por ordem decrescente de pontuação, e será essa a ordem de atuação, ou seja, atua em primeiro lugar a banda mais votada.
- Em caso de empate, caberá aos elementos da organização escolher a ordem de atuação das bandas empatadas.

Demonstre que as afirmações seguintes são falsas, justificando a sua resposta.

I – A banda C poderá atuar em primeiro lugar.

II – Nunca haverá bandas com o mesmo número de pontos.

Na sua resposta, apresente:

- a pontuação de cada banda, resultante da aplicação do método acima descrito aos votos registados na Tabela 1.
- para cada uma das afirmações, um exemplo que a contrarie e que resulte das votações possíveis dos 100 internautas cujas preferências se desconhecem.

Resolução:

1. Considerando as preferências dos 900 internautas considerados na tabela 1, obtém-se:

$$\text{Banda A : } 200 \times 4 + 400 \times 3 + 300 \times 1 = 2\,300 \text{ pontos}$$

$$\text{Banda B: } 200 \times 3 + 400 \times 4 + 300 \times 2 = 2\,800 \text{ pontos}$$

$$\text{Banda C: } 200 \times 2 + 400 \times 2 + 300 \times 4 = 2\,400 \text{ pontos}$$

$$\text{Banda D: } 200 \times 1 + 400 \times 1 + 300 \times 3 = 1\,500 \text{ pontos}$$

A afirmação I é falsa porque a Banda C nunca poderá atuar em primeiro lugar. Para que isso acontecesse teria que obter entre os 100 internautas que falta considerar, mais 401 pontos do que a Banda B, aquela que obtém maior pontuação nos dados relativos à tabela 1

Ora na pior das hipóteses ter-se-ia a banda B na 4ª preferência para esses 100 internautas e a banda C em 1ª preferência, ficando assim, no final:

$$\text{Banda B: } 2\,800 + 100 \times 1 = 2\,900 \text{ pontos}$$

$$\text{Banda C: } 2\,400 + 100 \times 4 = 2\,800 \text{ pontos}$$

Não podendo, portanto, a Banda C ultrapassar a Banda B em nenhum caso.

Quanto à afirmação II, mostra-se também que ela é falsa, uma vez que, basta considerar que, por exemplo, os internautas colocam a Banda A como sua 1ª preferência e a Banda C como sua 2ª preferência. Neste caso teremos no final:

$$\text{Banda A: } 2\,300 + 100 \times 4 = 2\,700 \text{ pontos}$$

$$\text{Banda C: } 2\,400 + 100 \times 3 = 2\,700 \text{ pontos}$$

Registando-se um empate entre a pontuação atribuída às Bandas A e C e contrariando por isso a afirmação que estabelece que tal empate nunca seria possível.