

4. Desde a inauguração do TPT, a 1 de janeiro de 2000, o número diário de horas de transmissão tem vindo a aumentar.

No dia 1 de janeiro, n anos após a inauguração do canal, a percentagem de horas de emissão diárias é dada aproximadamente por

$$a(n) = \frac{83}{1 + be^{-0,25n}}, \quad n \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Considere que $n = 0$ corresponde ao dia 1 de janeiro de 2000 e que b é um número real.

- 4.1. Supondo que, em 1 de janeiro de 2000, a emissão do TPT durou 21% desse dia, determine b .

Apresente o resultado arredondado às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

- 4.2. Considere agora que $b = 3,5$.

- 4.2.1. Indique em que anos, no dia 1 de Janeiro, a percentagem de horas de emissão se situou entre 65% e 74%.

Na resolução deste item, recorra à calculadora gráfica para construir uma tabela.

Apresente os valores, aproximados às unidades, das linhas da tabela relevantes para a resolução.

- 4.2.2. Uma parte da emissão do TPT é ocupada com publicidade. A Tabela 4 apresenta o custo da publicidade, por minuto, em função do horário em que é transmitida.

Tabela 4

Horário	0h-12h	12h-20h
Preço por minuto	1000 €	1200 €

No dia 1 de janeiro de 2011, uma empresa comprou 1% das horas de emissão para publicitar um produto. O tempo adquirido para esta publicidade foi distribuído de igual forma pelos períodos da manhã e da tarde.

Qual foi o custo, em euros, desta publicidade?

Na sua resposta, apresente, arredondados à unidade, os minutos adquiridos para esta publicidade.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, duas casas decimais.

Sugestão:

$$\begin{aligned} 4.1) \quad a(0) = 21 &\Leftrightarrow 21 = \frac{83}{1+b.e^{-0.25 \times 0}} \Leftrightarrow 21 = \frac{83}{1+b} \Leftrightarrow 1+b = \frac{83}{21} \\ &\Leftrightarrow b = \frac{83}{21} - 1 \Leftrightarrow b \approx 2.95 \end{aligned}$$

4.2.1)

$$\text{Fazemos } Y1 = \frac{83}{1+3.5 \times e^{-0.25x}}$$

Consoante a calculadora, pode ser necessário escrever na forma

$$Y1 = 83 / (1 + 3.5 \times e^{(-0.25x)})$$

Não esqueça que o sinal menos (-) deve ser com a tecla que tem (-), na parte inferior do teclado.

Depois pedimos a tabela e aparece, entre outras coisas os números

0	18.444
1	22.277
...	...
9	60.633
10	64.476
11	67.824
12	70.683
13	73.082
14	75.066

Assim, os valores no do intervalo pedido são 11, 12 e 13 que corresponde aos anos 2011, 2012 e 2013.

4.2.2) O ANO 2011 CORRESPONDE A $m=11$

$$a(11) = \frac{83}{1 + 3,5 \times e^{-0,25 \times 11}} \approx 67,82\% \approx 0,6782$$

$$0,6782 \times 24 = 16,28 \text{ HORAS (TOTAL)}$$

$$1\% \rightarrow 0,01 \times 16,28 = 0,1628 \approx 0,16 \text{ horas de Publie.}$$

$$0,16 \times 60 \approx 10 \text{ minutos de publicidade.}$$

↳ METADE EM CADA HORÁRIO.

$$5 \times 1000 + 5 \times 1200 = 11000 \text{ €}$$

R: O CUSTO da publicidade foi 11000 €.

Critérios de correção

- 4.1.
- | | |
|-----------------------------------|----------|
| Identificar $n = 0$ | 1 ponto |
| Escrever $a(0) = 21$ | 6 pontos |
| Obter o valor de b (2,95) | 8 pontos |

- 4.2.1.
- | | |
|--|-----------|
| Apresentar as linhas relevantes da tabela obtida (5 × 2) | 10 pontos |
| Concluir (nota) | 10 pontos |

[Nos dias 1 de janeiro dos anos de 2011, de 2012 e de 2013, a percentagem de horas de emissão situou-se entre 65% e 74%.]

Nota – Se, na resposta, apenas forem indicados os valores $n = 11$, $n = 12$ e $n = 13$, a pontuação a atribuir a esta etapa é 5 pontos.

4.2.2.	
Identificar que $n = 11$	1 ponto
Calcular $a(11)$ (67,82)	2 pontos
Calcular o número de horas de emissão (16,28)	3 pontos
Calcular o número de horas adquiridas para publicidade (0,16)	2 pontos
Calcular o número de minutos adquiridos para publicidade (10)	2 pontos
Calcular o valor a pagar pela publicidade emitida no período da manhã (5000 €)	2 pontos
Calcular o valor a pagar pela publicidade emitida no período da tarde (6000 €)	2 pontos
Concluir	1 ponto

[O custo desta publicidade foi de 11 000 €.]