

2. O Sr. Pereira é motorista da empresa PTM.

2.1. Num certo dia, o Sr. Pereira tem de passar nas cidades A, B, D e E, não necessariamente por esta ordem, partindo da sede da empresa, localizada na cidade C, e regressando ao local de partida. Nesse percurso, não pode passar pela mesma cidade mais do que uma vez.

Na Tabela 2, estão assinaladas com o símbolo ✓ as ligações rodoviárias existentes entre as cidades. O símbolo x significa que não existe ligação rodoviária entre as cidades.

Tabela 2

	A	B	C	D	E
A		✓	x	✓	✓
B			✓	x	✓
C				✓	x
D					✓
E					

O Sr. Pereira, ao organizar o percurso, considerou duas possibilidades:

alternativa 1: passar pela cidade A e só depois pela cidade E .

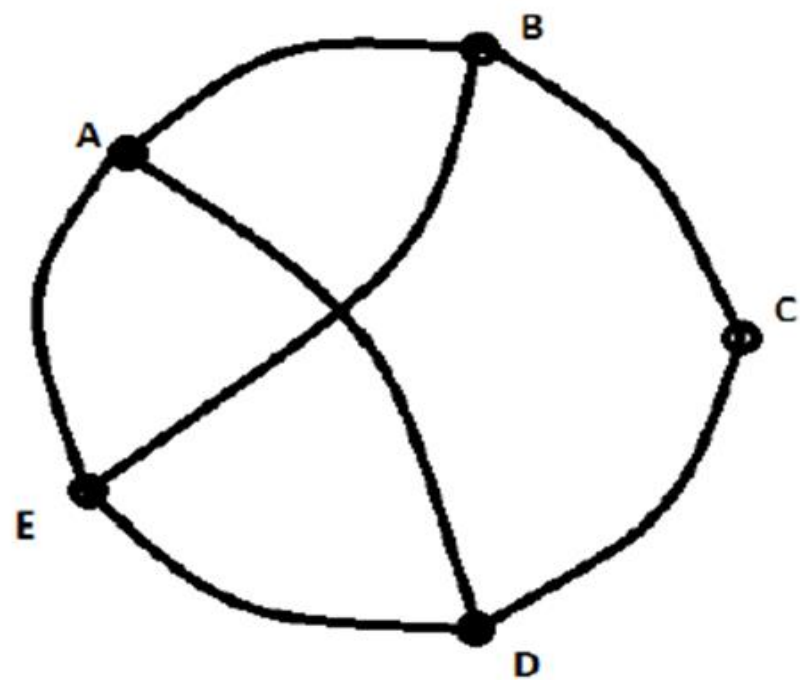
alternativa 2: passar pela cidade D antes de passar pela cidade B .

O Sr. Pereira afirma que a alternativa 1 permite definir mais percursos do que a alternativa 2.

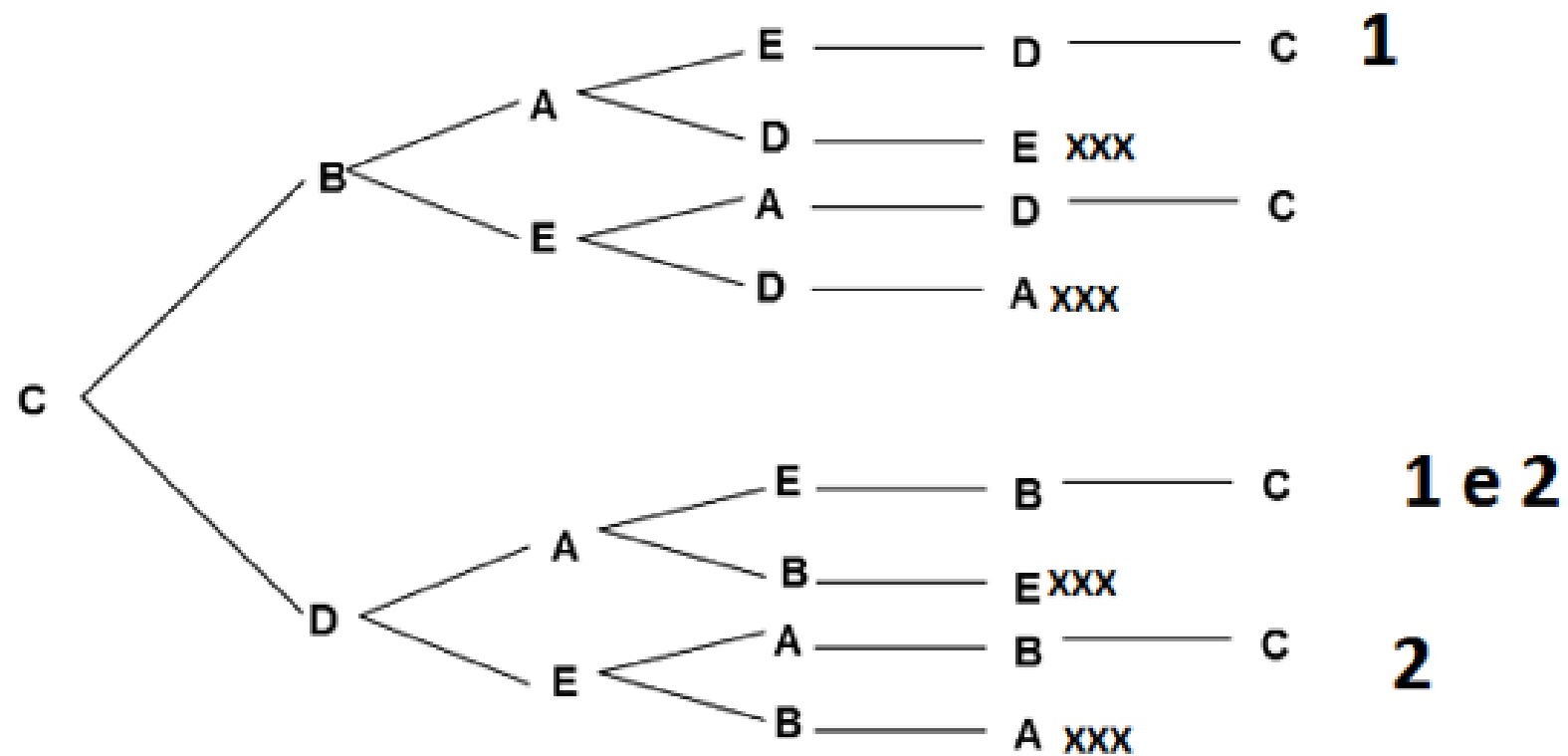
O Sr. Pereira tem razão? Justifique, apresentando um grafo que modele a situação descrita, e identifique todos os percursos possíveis para cada uma das alternativas.

Resolução:

2.1. O grafo que modela a situação é o seguinte



Vejamos quantos percursos nas condições indicadas se podem considerar e assinale-se quais os que respeitam a alternativa 1: **e a 2**



Existem dois para cada situação, logo o senhor Pereira não tem razão.

2.2. O veículo da empresa que o Sr. Pereira conduz é utilizado todos os dias, mesmo quando o Sr. Pereira está de folga.

O departamento de contabilidade da PTM necessita de informação sobre os gastos diários de cada veículo em portagens. Assim, em cada veículo, existe um impresso destinado ao registo desses gastos diários e que é entregue ao departamento de contabilidade no final de cada mês de trabalho.

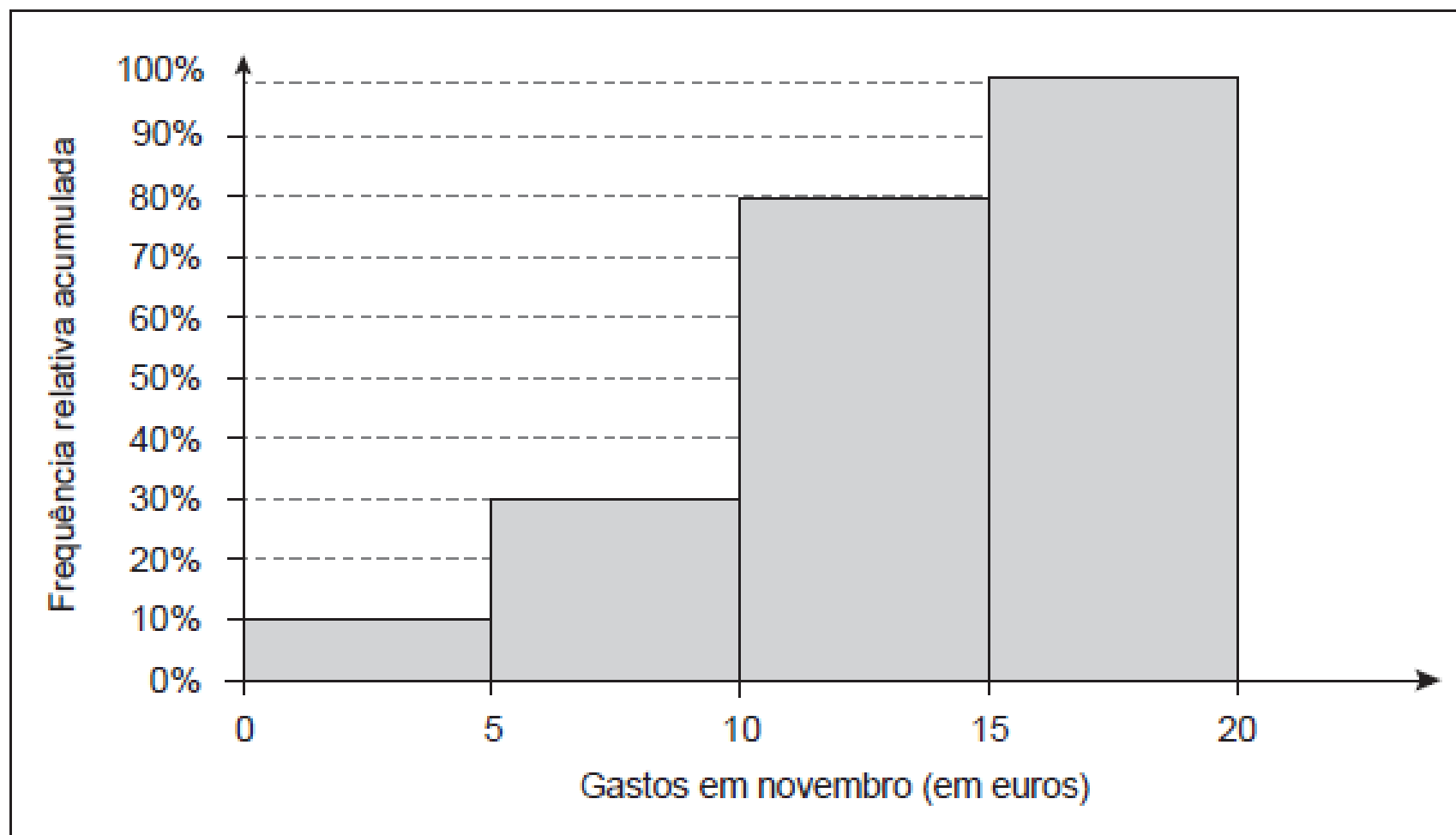
A Tabela 3 apresenta uma síntese dos dados referentes ao mês de abril do veículo que o Sr. Pereira conduz.

Tabela 3

Gastos em abril (em euros)	[0, 5[[5, 10[[10, 15[[15, 20[
Número de dias	3	9	15	3

No Gráfico 1, está representado o histograma de frequências relativas acumuladas com os dados relativos aos gastos do veículo do Sr. Pereira em portagens, no mês de novembro.

Gráfico 1



Depois de analisar os dados sobre os gastos deste veículo, o Sr. Pereira afirma:

«Curioso, nos meses de abril e de novembro, foi igual o número de dias em que a quantia gasta em portagens foi inferior a 10 euros.»

Verifique se o Sr. Pereira tem razão, apresentando todos os cálculos que fundamentam a sua resposta.

Resolução:

2.2.

Número de dias em que a quantia gasta em portagens foi inferior a 10 euros, no mês de abril:

$$3+9 = 12$$

Percentagem de dias em que a quantia gasta em portagens foi inferior a 10 euros, no mês de novembro: 30%

O que corresponde a $0,30 \times 30 = 9$ dias

Assim podemos concluir que o Sr Pereira não tem razão porque houve mais dias em abril com gastos em portagens inferiores a 10 euros do que em novembro.

2.3. No final do primeiro semestre, feita a contabilidade da empresa, verificou-se que os gastos diários de cada veículo em portagens seguem uma distribuição normal com valor médio igual a μ euros e desvio padrão igual a σ euros, com $\mu > 2\sigma$

Escolhe-se, aleatoriamente, um dia.

Determine a probabilidade de, nesse dia, o gasto em portagens ser superior a $\mu + 2\sigma$ euros.

Apresente o resultado na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

Note que:

Se X é uma variável aleatória normal de valor médio μ e desvio padrão σ , então:

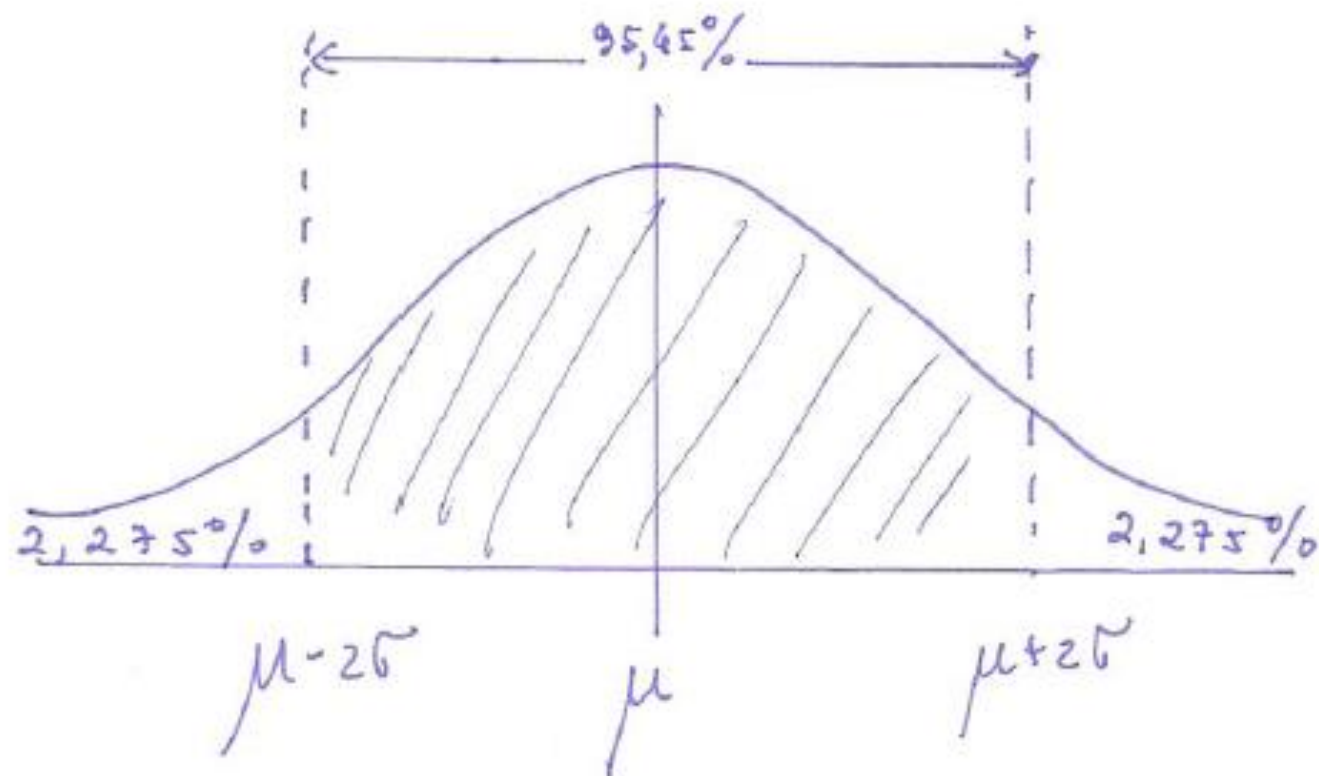
$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 68,27\%$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95,45\%$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 99,73\%$$

Resolução:

2.3. Representando a situação graficamente e dadas as propriedades de uma distribuição normal, temos:



Podemos assim concluir que a probabilidade de em determinado dia o gasto em portagens ser superior a $\mu + 2\sigma$ é de 2,275%