

2. Uma agência de viagens, sediada no concelho de Avelares, organiza e vende, através da Internet, percursos de autocarro entre várias cidades europeias.

2.1. Para organizar um percurso que passe por Amesterdão, Berlim, Munique, Paris e Viena, um funcionário da agência começou por registar, na Tabela 2, as distâncias mínimas, em quilómetros, entre cada duas cidades.

**Tabela 2**

	<b>Amesterdão</b>	<b>Berlim</b>	<b>Munique</b>	<b>Paris</b>	<b>Viena</b>
<b>Amesterdão</b>		663	825	501	1148
<b>Berlim</b>			604	1055	674
<b>Munique</b>				828	435
<b>Paris</b>					1236
<b>Viena</b>					

De forma a minimizar os custos operacionais, o funcionário definiu, através de um grafo, um percurso fechado que liga as cinco cidades, tendo adotado o seguinte procedimento:

- escolher a aresta do grafo com menos peso, qualquer que ela seja;
- escolher, sucessivamente, as arestas de menos peso, garantindo que três arestas do percurso que está a ser definido não se encontram num mesmo vértice e não permitindo que se fechem percursos sem que todos os vértices sejam incluídos;
- apresentar um percurso pretendido conforme o vértice de partida escolhido.

Apresente um percurso possível, com início e fim em Amesterdão, de acordo com o procedimento utilizado pelo funcionário da agência.

Na sua resposta, apresente:

- o grafo usado, indicando os pesos de cada aresta;
- um percurso que o funcionário poderá ter definido.

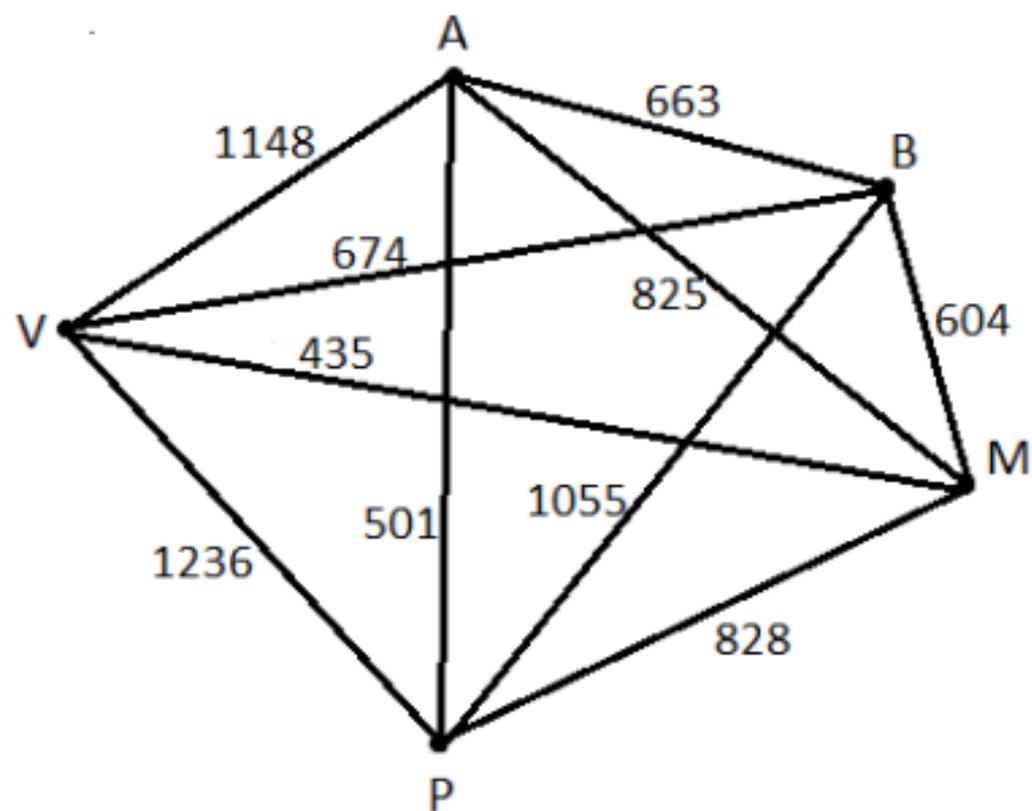
***Resolução:***

## 2.1.

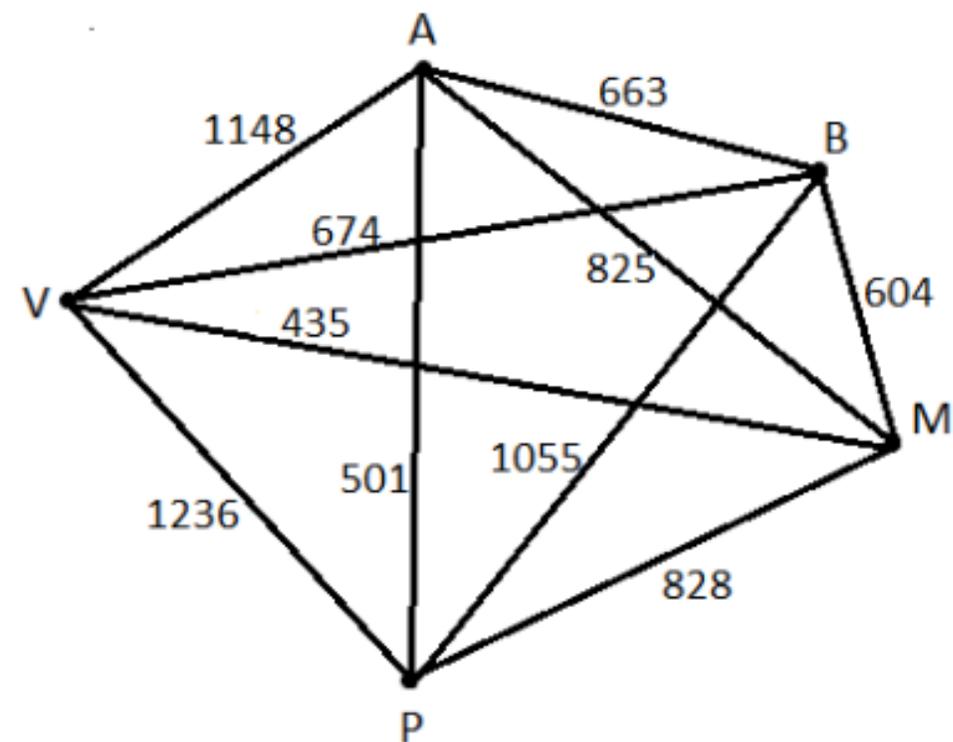
Considere-se os seguintes vértices do grafo:

- A: Amesterdão
- B: Berlim
- M: Munique
- P: Paris
- V: Viena

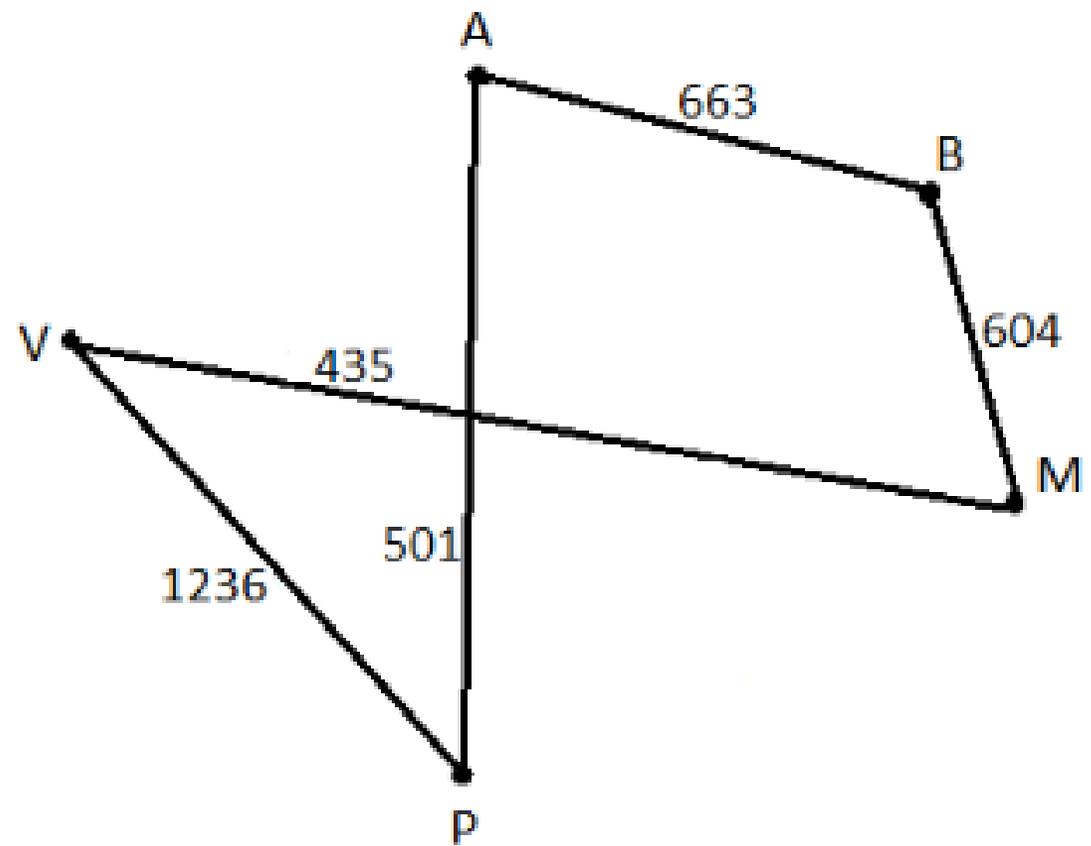
O grafo que traduz a situação é:



- 1ª aresta a integrar o percurso – MV – 435 km  
2ª aresta - PA – 501 km  
3ª aresta - BM – 604 km  
4ª aresta - AB – 663 km  
5ª aresta - VP – 1236 km



**R:** Um percurso possível, com início e fim em Amesterdão, ilustrado pelo seguinte grafo



**é:**  $A \rightarrow B \rightarrow M \rightarrow V \rightarrow P \rightarrow A$

**2.2.** No final do ano, o diretor da agência de viagens atribuiu um prêmio a três dos funcionários, Alice, Bernardo e Camila, por terem atingido os objetivos estabelecidos pela empresa. O prêmio é constituído por um computador, um *tablet* e uma viagem.

Para dividirem o prêmio, de modo que nenhum dos funcionários tenha razão para reclamar, acordaram utilizar o método de licitação secreta a seguir descrito.

- Cada funcionário atribui, secretamente, um valor monetário a cada um dos três bens e coloca o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. Em seguida, os envelopes são abertos e os valores das licitações dos três funcionários são registados numa tabela.
- Determina-se o valor global atribuído aos bens por cada funcionário e o valor que cada um considera justo receber. Assume-se que o valor que cada funcionário considera justo receber é igual a um terço do valor global que ele atribuiu aos três bens.
- Cada bem é atribuído ao funcionário que mais o valoriza, considerando-se que ele recebe o valor monetário que atribuiu ao respetivo bem.
- Caso, por aplicação do procedimento anterior, um funcionário não receba qualquer bem, considera-se, para efeito dos cálculos seguintes, que o valor dos bens recebidos por esse funcionário é zero euros.

- Caso o valor dos bens recebidos por um funcionário ultrapasse o valor que este tinha considerado justo receber, o funcionário disponibiliza, em dinheiro, o respetivo excedente. Caso contrário, o funcionário recebe, em dinheiro, do montante à disposição, o valor em falta.
- Após os procedimentos anteriores, caso ainda sobre dinheiro este é distribuído em partes iguais pelos três funcionários.

Na Tabela 3, estão registados os valores, em euros, atribuídos por cada funcionário aos bens, nas licitações secretas.

**Tabela 3**

<b>Funcionários</b>			
<b>Bens</b>	<b>Alice</b>	<b>Bernardo</b>	<b>Camila</b>
Computador	600	950	750
<i>Tablet</i>	350	300	300
Viagem	850	1000	810

De acordo com o método acima descrito, determine como será distribuído o prêmio por cada um dos funcionários e o valor monetário a pagar ou a receber, de forma que nenhum deles tenha razão para reclamar.

***Resolução:***

## 2.2. Aplicando o método proposto, obtém-se:

	<b>Alice</b>	<b>Bernardo</b>	<b>Camila</b>
Valor global	1800	2250	1860
Valor justo	600	750	620
Bem recebido	Tablet	Computador Viagem	nenhum
Valor do bem	350	1950	0
Valor a receber ou a pagar	250 recebe	1200 paga	620 recebe
Valor a distribuir no final por cada herdeiro	$(1200 - 620 - 250)/3 = 110$		
Valor monetário final	360 recebe	1090 paga	730 recebe

Assim, a distribuição será feita da seguinte forma:

- Alice: recebe o *tablet* e 360€;
- Bernardo: recebe o computador e a viagem e paga 1090€;
- Camila: não recebe nenhum bem e recebe 730€.