

3. Em três cidades, Peso, Neiva e Runa, a população evolui segundo modelos de crescimento distintos.

Um modelo matemático que se ajusta bem à evolução do número  $P$  de habitantes de Peso, com arredondamento às unidades, em função do número  $t$  de anos que decorrem após o dia 1 de junho de 2000, é

$$P(t) = 1800 \times e^{0,05t} \quad (t = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Um modelo matemático que se ajusta bem à evolução do número  $N$  de habitantes de Neiva, com arredondamento às unidades, em função do número  $t$  de anos que decorrem após o dia 1 de junho de 2000, é

$$N(t) = 2000 + 1000 \ln(2t + 5) \quad (t = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Um modelo matemático que se ajusta bem à evolução do número  $R$  de habitantes de Runa, com arredondamento às unidades, em função do número  $t$  de anos que decorrem após o dia 1 de junho de 2000, é

$$R(t) = at + b \quad (t = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ e } a \text{ e } b \text{ são duas constantes.})$$

Considere que  $t = 0$  corresponde ao dia 1 de junho de 2000, para todos os modelos.

**3.1.** Determine ao fim de quantos anos, após o dia 1 de junho de 2000, se estima que o número de habitantes de Peso duplique.

Apresente o resultado com arredondamento às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

***Resolução:***

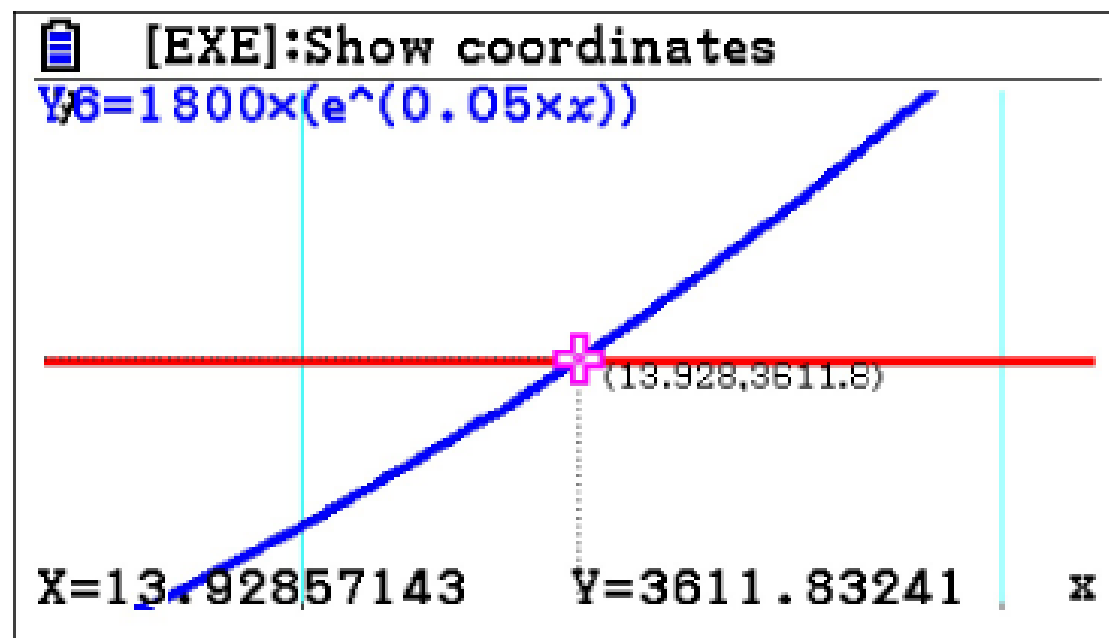
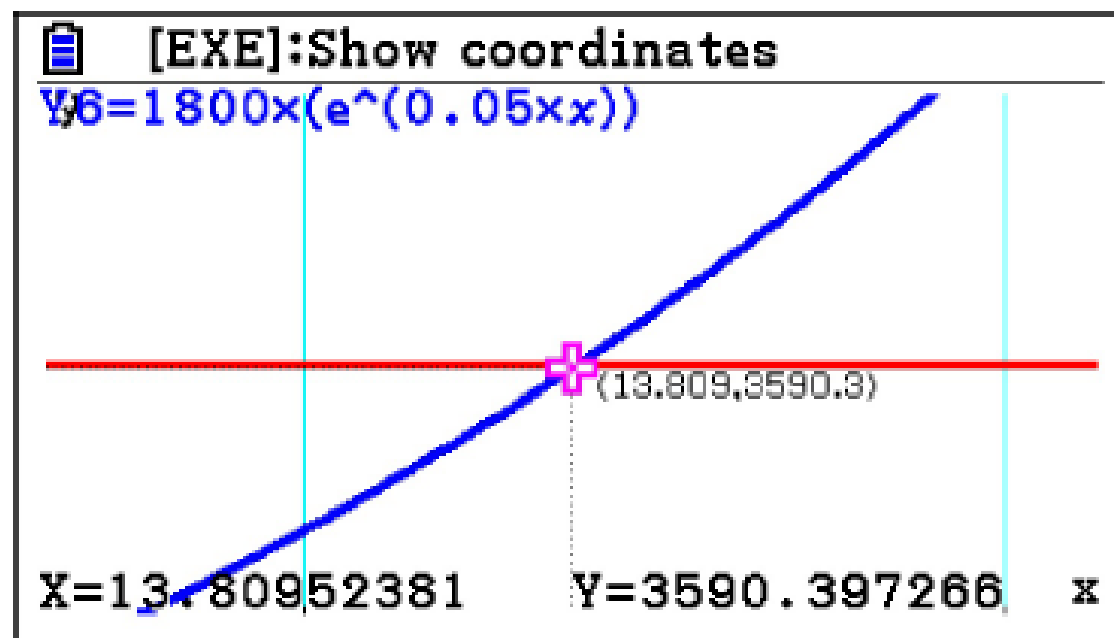
**3.1.** A população de Peso em 1 de junho de 2000 é dada por  $P(0) = 1800$

Coloca-se a expressão de  $P(t)$  no editor de funções, como  $Y1=Y1(X)$  e na tabela da função procura-se o valor de  $Y1$  o mais próximo possível de  $2 \times 1800 = 3600$ , o que se verifica para  $X=14$ , como podemos constatar no excerto da tabela apresentada pela calculadora

X	Y1
(...)	(...)
13	3447,973
14	3624,755
15	3810,600
(...)	(...)

Pelo que é possível concluir que o número de habitantes de Peso duplique ao fim de 14 anos.

A questão também se pode resolver graficamente, traçando o gráfico das funções  $P(t)$  e  $Q(t)=3600$  e procurando o valor inteiro de  $X$  imediatamente a seguir ao ponto de interseção. Os dois gráficos seguintes mostram que esse valor é  $X=14$ .



**3.2.** Determine, recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora, o número mínimo de anos ao fim dos quais se estima que o número de habitantes de Peso seja superior ao número de habitantes de Neiva.

Apresente o resultado com arredondamento às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

***Resolução:***

### 3.2.

Procedendo de forma análoga à anterior, coloque-se no editor de funções os modelos de ambas as populações. Por exemplo em Y1, o modelo relativo a Peso e em Y2, o modelo relativo a Neiva.

De seguida compara-se na tabela das duas funções, os valores de Y1 e de Y2 de forma a encontrar o valor mínimo de X para o qual  $Y1 > Y2$ :

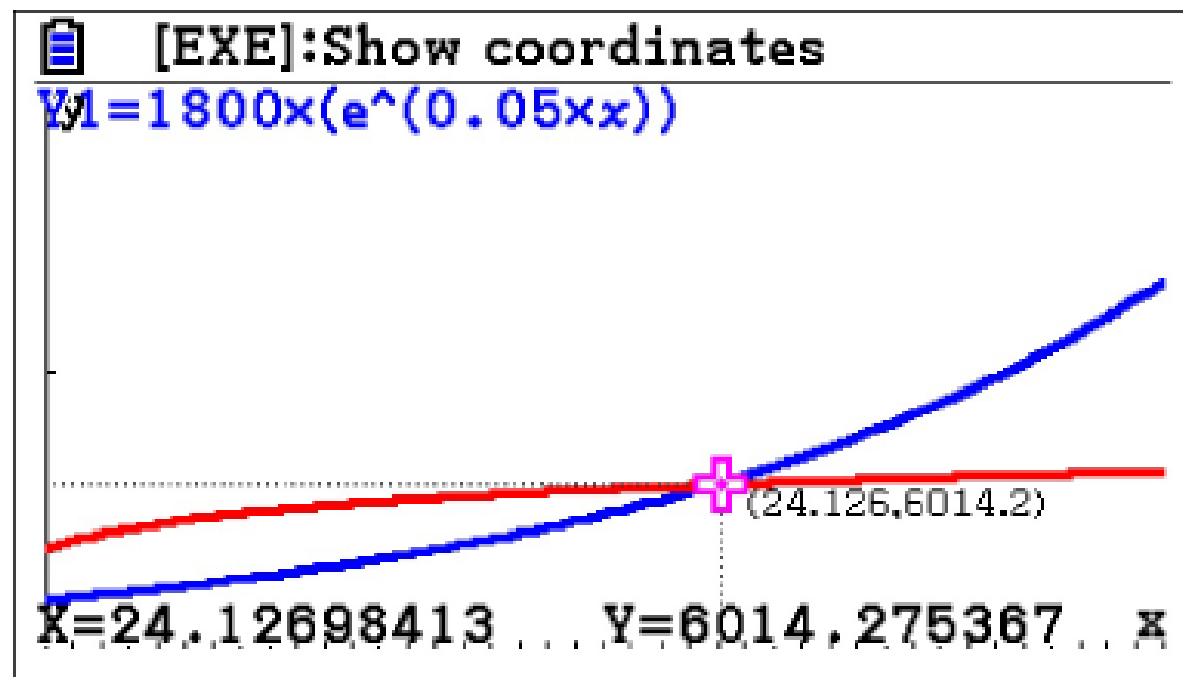
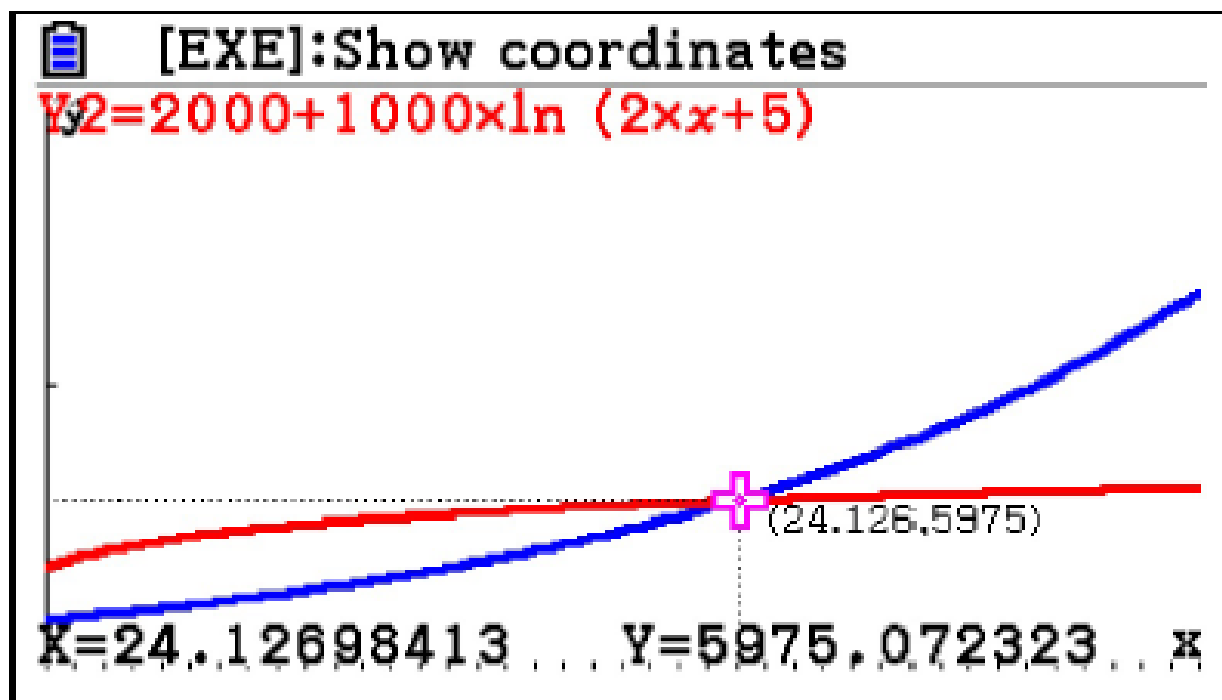
X	Y1	Y2
(...)	(...)	(...)
23	5684,75	5931,83
24	5976,21	5970,29
25	6282,62	6007,33
(...)	(...)	(...)

O que se verifica para  $X=24$ .

Isto é, ao fim de 24 anos a população de Peso será superior à população de Neiva.



Esta questão também pode ser resolvida graficamente. Traçando os gráficos das funções  $Y_1$  e  $Y_2$ , vemos que o menor valor inteiro para o qual se tem  $Y_1 > Y_2$  é  $X=24$ :



3.3. Na Tabela 4, apresentam-se os números de habitantes de Runa contabilizados de 2000 a 2006, no dia 1 de junho.

**Tabela 4**

$t$	0	1	2	3	4	5	6
$R$	632	894	1144	1407	1665	1920	2183

Estime o número de habitantes que se previa para Runa no dia 1 de junho de 2012, de acordo com a Tabela 4 e admitindo que o número de habitantes em função do número de anos é melhor aproximado por um modelo do tipo  $R(t) = at + b$

Apresente o resultado com arredondamento às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.

***Resolução:***

**3.3.** Para determinar o modelo pedido começa-se por introduzir os valores fornecidos nas listas da calculadora. Por exemplo, em L1 colocam-se os anos após o dia 1 de junho de 2000 e em L2 o número de habitantes de Runa de 2000 a 2006

L1	L2
0	632
1	894
2	1144
3	1407
4	1665
5	1920
5	2183

Realizando uma regressão linear chega-se ao modelo

$$R(t) \approx 258,07t + 632,21$$

O dia 1 de junho de 2012 corresponde a  $t = 12$ , assim para estimar o número de habitantes de Runa nessa data, teremos que calcular  $R(12) \approx 3729,07$ , o que corresponde a 3729 habitantes