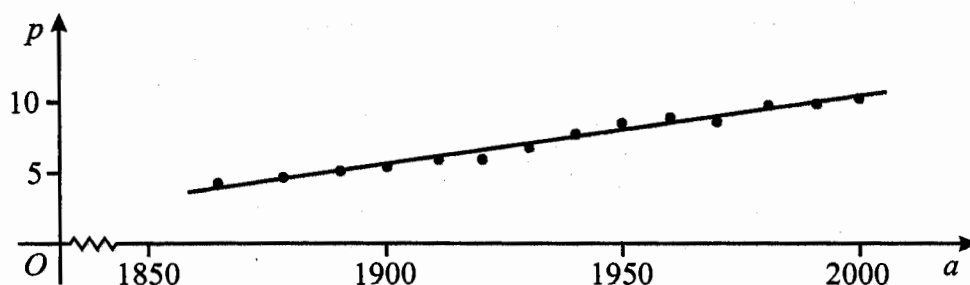


2. Na tabela seguinte, estão alguns dados sobre a população residente em Portugal, desde 1864 até ao final do século XX.

Ano (a)	População, em milhões (p)
1864	4,3
1878	4,7
1890	5,1
1900	5,4
1911	6,0
1920	6,0
1930	6,8
1940	7,8
1950	8,5
1960	8,9
1970	8,6
1981	9,8
1991	9,9
2000	10,3

Na figura abaixo está representado o diagrama de dispersão relativo aos dados apresentados na tabela, assim como a respectiva recta de regressão, cuja equação é

$$p = 0,0477a - 84,95$$



- 2.1. Com recurso à calculadora, determine o coeficiente de correlação linear das variáveis a e p , tendo em conta a tabela apresentada. Apresente o valor pedido na forma de dízima, arredondado às milésimas. Explique como procedeu e interprete esse valor, tendo em conta o diagrama de dispersão apresentado.
- 2.2. Explique por que razão o modelo linear acima apresentado (recta de regressão) não pode ser adequado para:
- estimar o número aproximado de habitantes, em Portugal, há alguns séculos (três ou mais);
 - prever a evolução da população portuguesa, a muito longo prazo (relacione uma tal previsão com os recursos, alimentares e outros, necessariamente limitados).

- 2.3. Num documento publicado pelo INE (Instituto Nacional de Estatística), em 12 de Junho de 2003, intitulado «*Proiecções de População Residente em Portugal 2000-2050*», escreve-se:

«As projecções de População Residente em Portugal, no horizonte 2000-2050, revelam um envelhecimento continuado da população, consequência do previsível aumento de esperança de vida, bem como da manutenção dos níveis de fecundidade abaixo do limiar de substituição de gerações. A possibilidade de se verificarem saldos migratórios positivos poderá atenuar esta tendência, mas não a evitará.»

Mais à frente, é afirmado que, no cenário mais plausível,

«(...) Portugal poderá esperar ainda um crescimento dos seus efectivos populacionais para cerca de 10 626 milhares em 2010, ano a partir do qual se verifica a inversão desta tendência, decrescendo até aos 9 302 milhares de indivíduos, em 2050 (...)»

Numa pequena composição, exponha alguns argumentos que permitam justificar a inadequação do modelo linear apresentado (recta de regressão) para fazer projecções sobre a evolução da população residente em Portugal, relativamente às próximas décadas, admitindo a fiabilidade das projecções do INE.

Na sua composição, deve:

- indicar, de acordo com o modelo linear apresentado, os efectivos populacionais previstos para os anos de 2010 e de 2050 e compará-los com as projecções do INE para esses anos;
- comparar o crescimento do modelo linear apresentado com a evolução prevista para a população portuguesa, nas projecções do INE, para a primeira metade do século XXI (crescimento até 2010 e decrescimento a partir desse ano);
- apresentar razões de ordem social que desaconselham a utilização do modelo linear para fazer projecções, para as próximas décadas, sobre a evolução da população residente em Portugal.

FIM

- 2.
- 2.1. Introduzindo os valores das variáveis a e p , ano da recolha de dados e p número de portugueses, em milhões, residentes em Portugal em duas listas do modo estatístico da calculadora, e procurando a regressão linear entre as duas variáveis, o coeficiente de correlação é aproximadamente igual a 0,988. O modelo linear construído, informa que o número de população residente em Portugal aumentou entre 1864 e 2000; os valores reais são *bem* interpretados pelos valores obtidos através do modelo linear apresentado, uma vez que os pontos do diagrama de dispersão estão próximos dos pontos da recta para os mesmos valores da variável a .
- 2.2. O modelo linear construído a partir dos dados é adequado para estimar o número de residentes em Portugal entre 1864 e 2000; claro que ainda é apropriado para obter valores aproximados dos portugueses residentes em Portugal em datas anteriores a 1864 e posteriores a 2000, mas terão de ser números não muito afastados destas duas últimas datas mencionadas. Se o afastamento a 1864 e a 2000 for acentuado, o modelo deixa de ser apropriado por não ter sido obtido a partir de dados em anos exteriores ao intervalo entre 1864 e 2000. Repare-se que em 1780, por exemplo, o número de residentes em Portugal já seria negativo, $p(1780) = -0,044$; por outro lado, de acordo com o modelo linear a população crescerá sem limitações, o que não corresponde à realidade.
- 2.3. Comparem-se alguns números obtidos a partir do modelo linear, apresentado no enunciado da prova, com a previsão para a população portuguesa nas projecções do INE.

Ano (a)	População, em milhões (p)	
	a partir do modelo linear $p=0,0477a - 84,95$	projecções do INE
2010	10,927	10,626
2050	12,835	9,302

Os valores obtidos através do modelo linear para a população residente em Portugal, em 2010, não se afastam das projecções apresentadas pelo INE. Ambos apontam para valores na ordem dos 10 milhões de habitantes; isto significa que, pelo menos, até 2010 se tem um modelo adequado para a evolução da população residente em Portugal. O mesmo já não se pode dizer para meados do século XXI; pelo modelo, uma vez que é linear, a população continuaria a aumentar, apresentando nessa data o valor de 12,835 milhões, enquanto que as previsões do INE apontam para uma diminuição da população motivada pelo actual envelhecimento da população e pelos níveis de fecundidade abaixo do limiar de substituição de gerações.