

# Escola Secundária Jaime Moniz

## Teste de Avaliação de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

11º ano

Turma 45

Junho 2013

Em todas as questões, apresente todos os cálculos e as justificações necessárias. Se apresentar apenas o resultado final ou estiver mal justificado, a resposta será considerada errada.

Nos arredondamentos que efectuar, se nada for dito em contrário, conserve sempre 3 casas decimais.

Nome.....Nº.....

1) A junta de freguesia de Freixo promoveu atividades desportivas entre os habitantes da vila de Freixo (F) e das aldeias A, B, C e D.

Na Tabela 4, estão indicadas as distâncias, em quilómetros, entre A, B, C, D e F

	B	C	D	F
A	28	38	30	18
B	—	36	32	26
C	—	—	48	20
D	—	—	—	24

Para transportar os habitantes, o presidente da junta de freguesia pretende encontrar um percurso que ligue todos os locais referidos. De modo a encontrar esse percurso, o presidente da junta apoiou-se nos dados da Tabela acima e no algoritmo seguinte.

Passo 1: define-se a vila de Freixo como ponto de partida.

Passo 2: seleciona-se a aldeia mais próxima, tendo em conta que, se houver duas aldeias à mesma distância, a seleção é aleatória.

Passo 3 e passos seguintes: procede-se como foi indicado no passo anterior, não se repetindo nenhuma aldeia, e regressando-se ao ponto de partida depois de visitadas todas as aldeias.

Uma semana antes do início do serviço de transporte, é feito o anúncio seguinte.

«Se a estrada que liga a aldeia A à aldeia B estiver intransitável, é necessário percorrer mais quilómetros para utilizar um percurso alternativo.»

Justifique a veracidade ou a falsidade da informação, aplicando o algoritmo acima descrito aos dois casos:

- a estrada que liga A a B está transitável;
- a estrada que liga A a B está intransitável.

2) Um armazenista recebe de duas fábricas, Alfa e Beta, televisores de uma determinada marca, em igual proporção. Na fábrica alfa, um terço da produção destina-se ao mercado nacional e a restante é exportada para África. Na fábrica Beta, um quarto da produção destina-se ao mercado nacional, metade é exportada para o Brasil e a restante é exportada para África. O armazenista escolhe, aleatoriamente, um dos televisores. Calcule a probabilidade de o televisor escolhido

2.1) ser destinado ao mercado nacional.

Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2.2) ter sido produzido pela fábrica Alfa, sabendo que ele se destina ao mercado nacional.

Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2.3) ter sido produzido pela fábrica Beta e ser destinado ao mercado nacional.

Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

3) Num certo concelho, alguns dias antes das eleições, um jornal publicou uma sondagem, prevendo, para o partido X uma percentagem de votos de 39%. Nas especificações técnicas, era referido que a margem de erro era de 6% e o nível de confiança de 95%. Um outro jornal publicou também, alguns dias antes das eleições, uma sondagem, na qual se previa, para o partido X, a mesma percentagem, mas com uma margem de erro de 2%.

Alguém afirmou que, para esta sondagem ter conseguido uma margem de erro igual à terça parte da primeira, mantendo o nível de confiança, tinha sido necessário inquirir o triplo das pessoas.

Usando a **fórmula** que permite obter um intervalo de confiança para uma proporção e a sua relação com a margem de erro, indique, justificando, se esta afirmação é verdadeira, ou se é falsa.

Nota: Se apenas apresentar o comentário final ou se usar outro tipo de fórmula, será considerado errado.

Na sua resposta deve:

- \* apresentar o número de elementos de uma amostra para que a margem de erro seja 6%
- \* apresentar o número de elementos de uma amostra para que a margem de erro seja 2%
- \* Apresentar a conclusão.

4) Uma sonda espacial foi colocada em órbita. A sua altitude (A) em relação à terra é dada, em milhares de km, pela expressão:

$$A(t) = 20 \ln \left( \frac{t+8}{2} \right) + 30 \quad \text{com } t \text{ em horas, após a sonda ter sido largada.}$$

4.1) Determine a que altitude a sonda foi largada. (resultado em milhares de km arredondado às unidades.)

4.2) Passado quanto tempo após ter sido largada é que a sonda atingiu os 80 mil quilómetros de altitude? Apresente o resultado em horas e minutos arredondados às unidades.

Apresente uma resolução analítica, isto é indique todos os cálculos. Se usar outro processo, será considerado errado.

5) Considere a variável aleatória  $X$ , « massa, em quilogramas, de uma saca de cereais escolhida ao acaso de entre as sacas de cereais que, por dia, são embaladas numa determinada fábrica».

A variável aleatória  $X$  segue, aproximadamente, uma distribuição normal de valor médio igual a 200 quilogramas e desvio padrão igual a 8 quilogramas.

Note que : Se  $X$  é uma variável aleatória normal de valor médio  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 68,27 \%$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 95,45 \%$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 99,73\%$$

Escolhe-se aleatoriamente uma saca de cereais.

Determine um valor aproximado para a probabilidade de a saca escolhida apresentar uma massa compreendida entre 184 quilogramas e 208 quilogramas.

Resolva esta questão tendo em conta as probabilidades acima apresentadas e explique como obteve. Se apenas apresentar o resultado final ou se obtiver o resultado directamente da calculadora, será considerado errado.

Sugestão: apresente um esboço do gráfico da distribuição normal para ilustrar o seu raciocínio.

Apresente o resultado na forma de percentagem, com arredondamento à centésimas.

6) O Manuel leva 4 livros para ler nas férias de Verão, dois dos quais são de ficção científica e os outros dois são de ciência.

6.1) A sequência pela qual estes quatro livros vão ser lidos é aleatória, os livros não podem ser lidos mais do que uma vez, e nenhum livro será lido em simultâneo com outro. Determine a probabilidade de os dois livros de ficção científica serem lidos um a seguir ao outro. Apresente o resultado sob a forma de fracção irredutível.

6.2) Imagine agora que o Manuel coloca os quatro livros dentro de uma caixa, retira ao acaso um livro, deixa-o fora da caixa e retira um outro livro.

Seja  $X$  a variável aleatória: " número de livros de ficção científica, de entre os dois livros retirados da caixa".

Apresente a distribuição de probabilidade da variável aleatória  $X$ , colocando todas as probabilidades sob a forma de fracção irredutível.

Calcule a média e a variância da variável  $X$ , indicando todos os cálculos.

Cotações:

1) 2   2.1) 2   2.2) 2   2.3) 2   3) 2   4.1) 1   4.2) 2   5) 2   6.1) 2   6.2) 3

**Formulário**

Intervalo de confiança para o valor médio:  $\left[ \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$

Intervalo de confiança para a proporção:  $\left[ \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$

$n$  – dimensão da amostra     $\bar{x}$  - média amostral     $\hat{p}$  - proporção amostral

$\sigma$  - desvio padrão da variável     $z$  – valor relacionado com o nível de confiança (\*)

(\*) Valores de  $z$  para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
$z$	1,645	1,960	2,576