Resolução da Ficha de Trabalho Matemática Aplicada às Ciências Sociais11º ano Março

1) A Ana tem 10 rifas, das quais 4 têm prémio. Tiramos sucessivamente e ao acaso 3 dessas rifas sem reposição.
Defina a função massa de probabilidade para a variável X:" número de rifas sem prémio, de entre as três escolhidas" e calcule a média e a variância apresentando todos os cálculos.

1) 10 RIFAS 4 C/PRÉMIO 6 S/PRÉMIO

$p(X=0) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = 0{,}033$ $p(X=1) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times 3 = 0{,}3$

$p(X=2) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times 3 = 0{,}5$ $p(X=3) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = 0{,}167$

$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0{,}033 & 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}167 \end{pmatrix}$ $\mu = 0 \times 0{,}033 + 1 \times 0{,}3 + 2 \times 0{,}5 + 3 \times 0{,}167 = 1{,}801$

$V = (0-1{,}801)^2 \times 0{,}033 + (1-1{,}801)^2 \times 0{,}3 + (2-1{,}801)^2 \times 0{,}5 + (3-1{,}801)^2 \times 0{,}167 = 0{,}559$

2) O número de clientes que entra por hora num estabelecimento comercial segue uma distribuição Poisson de média 10. Qual é a probabilidade de:

2.1) numa hora, entrarem 8 clientes nesse estabelecimento? (indique todos os cálculos.....)

2.2) *numa hora, entrarem pelo menos 2 clientes nesse estabelecimento? (indique* todos os cálculos)

2) $\lambda = 10$ 2.1) $p = p(X=8) = e^{-10} \times \frac{10^8}{8!} \approx 0{,}113$

2.2) $p = 1 - [p(0) + p(1)] = 1 - \left(e^{-10} \times \frac{10^0}{0!} + e^{-10} \times \frac{10^1}{1!}\right) = 0{,}9995 \approx 1$

3) Numa linha de montagem de monitores de computadores, a probabilidade de um monitor chegar ao fim da montagem com defeito é igual a 0,012.

3.1) Determine o número médio de monitores que chegam ao fim da linha de montagem com algum defeito.

* *repare que este corresponde ao modelo geométrico em que E(X)=1/p.*

Sugestão: fazemos: E(X)= 1/0.012 = 83,333333 R: 83 Monitores

3.2) Calcule a probabilidade de, em determinado dia, o primeiro monitor a chegar ao fim da linha de montagem com algum defeito seja:

3.2.1) O terceiro. ***Sugestão:*** $(1-0.012)^2 \times (0.012) = 0.011713728$

3.2.2 O décimo.

Sugestão: $(1-0.012)^9 \times (0.012) = 0.01076$

4) O comprimento das peças produzidas por uma determinada máquina é uma variável aleatória contínua que está uniformemente distribuída entre 150 cm e 220 cm.
4.1) Qual é a probabilidade de uma peça, escolhida ao acaso, ter comprimento:
4.1.1) entre 165 cm e 190cm? **4.1.2)** inferior a 2 metros?
4.2) Determine o comprimento médio das peças.

4.1.1) $p(165<X<190) = \frac{190-165}{220-150} = \frac{5}{14} = 0{,}357$

4.1.2) $p(X<200) = \frac{200-150}{220-150} = \frac{50}{70} = 0{,}714$

4.2) $E(X) = \frac{150+220}{2} = 185$

5) Num determinado consultório, o tempo de espera, em minutos, entre duas pessoas a serem atendidas é uma variável aleatória e pode ser representado por um modelo exponencial de parâmetro λ= 0.05**5.1)** Determine o valor médio do tempo de espera.

5.2) Calcule a probabilidade de que o tempo de espera entre duas pessoas seja:
5.2.1) Superior a 20 mas inferior a 25 minutos. **5.2.2)** Superior a meia hora.

5.1) $E(X) = \frac{1}{0{,}05} = 20$

5.2.1) $p(20<X<25) = e^{-0{,}05\times 20} - e^{-0{,}05\times 25} = 0{,}081$

5.2.2) $p(X>30) = 1-p(0<X<30) = 1-(e^{-0{,}05\times 0} - e^{-0{,}05\times 30}) = 0{,}223$

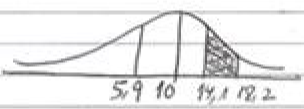
6) Nas várias alíneas desta questão, use obrigatoriamente a seguinte informação: Se X é uma variável aleatória normal de valor médio μ e desvio padrão σ, então:

P(μ- σ < X < μ+ σ) ≈ 68,27 % **P(μ- 2σ < X < μ+ 2σ) ≈ 95,45 %**

P(μ- 3σ < X < μ+ 3σ) ≈ 99,73%

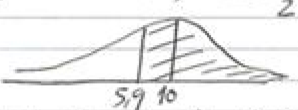
Admita que as classificações de exame dos alunos na disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais em 2011 seguem, aproximadamente, uma distribuição normal de valor médio igual a 10 valores e desvio padrão igual a 4,1 valores.
Determine um valor aproximado para a probabilidade de um aluno, escolhido ao acaso, ter uma classificação
6.1) entre os 14,1 e os 18,2 valores. (2c.d.) **6.2)** Superior a 5,9 valores (2 c.d.)

6) $\mu = 10 \quad \sigma = 4{,}1$



6.1) $p(14{,}1<X<18{,}2) = \frac{95{,}45\%}{2} - \frac{68{,}27\%}{2} = 13{,}59\%$

6.2)



$p(X>5{,}9) = p(X>\mu+\sigma) = \frac{68{,}27\%}{2} + 50\% = 84{,}135\% \approx 84{,}14\%$

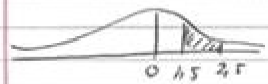
7) Seja U uma variável aleatória com distribuição normal standard, isto é, com média zero e desvio-padrão igual a 1. Utilize a tabela da normal para obter os valores das seguintes probabilidades (4 c.d) **7.1)** p(U< 1.37) **7.2)** p(1.5<U<2.5)

Nota: se não usar exatamente os valores da tabela, a resposta será considerada errada.

7.1) $p(U<1{,}37)=\Phi(1{,}37)=0{,}9147$

7.2) $p(1{,}5<U<2{,}5)=\Phi(2{,}5)-\Phi(1{,}5)=0{,}9938-0{,}9332$

$=0{,}0606$



8) Use a <u>tabela da normal</u> para resolver a questão que se segue e apresente todas as justificações. Se apresentar apenas o resultado final, ou estiver mal justificado, a resposta será considerada errada.

Seja X uma variável aleatória que segue uma distribuição normal de valor médio igual a 15 e desvio padrão 2. Calcule as seguintes probabilidades:

8.1) **P(**X < 16) **8.2) P(**X >18) **8.3) P(**13,2 < X < 17)

8) $X \sim N(15,2)$

8.1) $p(X<16)=p\left(U<\frac{16-15}{2}\right)=p(U<0{,}5)=0{,}6915$

8.2) $p(X>18)=p\left(U>\frac{18-15}{2}\right)=p(U>1{,}5)=1-\Phi(1{,}5)$

$=1-0{,}9332=0{,}0668$

8.3) $p(13{,}2<X<17)=p\left(\frac{13{,}2-15}{2}<U<\frac{17-15}{2}\right)=$

$=p(-0{,}9<U<1)=\Phi(1)-(1-\Phi(0{,}9))=0{,}8413-(1-0{,}8159)$

$=0{,}6572$

9) O tempo, em minutos, que um funcionário de uma empresa demora a realizar determinada atividade é uma variável aleatória que pode modelar-se por uma distribuição normal com desvio padrão igual a 5. Sabe-se que a probabilidade de um funcionário, escolhido ao acaso realizar essa tarefa em menos de 33 minutos é igual a 0,7257. Determine o tempo médio necessário para a realização da referida atividade, apresentando todos os cálculos e todas as justificações. Se apresentar apenas o resultado final, ou estiver mal justificado, a resposta será considerada errada.

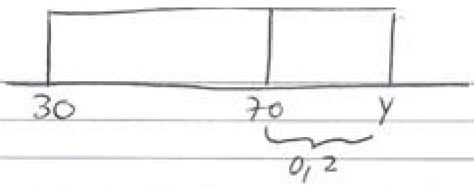
$X \sim N(\mu, 5)$ $p(X<33)=0{,}7257$ $p\left(U < \frac{33-\mu}{5}\right) = 0{,}7257$

$\frac{33-\mu}{5} = 0{,}6$ (consulta da tabela)

$33-\mu = 0{,}6 \times 5$ $\mu = 33-3$ $\mu = 30$

10) Numa pastelaria, confecionam-se bolos para uma festa. O tempo de cozedura dos bolos é uma variável aleatória, que varia <u>uniformemente</u> entre os 30 e os Y minutos.
Sabemos que a probabilidade de o tempo de cozedura ser superior a 70 minutos é 0.2.
10.1) Determine a probabilidade de o tempo de cozedura de um bolo ser inferior a 50 minutos. Apresente o resultado sob a forma de fração irredutível. Apresente todos os cálculos e justificações. Se apresentar apenas o resultado final, será considerado errado
10.2) Calcule o tempo médio de cozedura de um bolo.

10)



$70-30=40$ $40 \longrightarrow 80\%$, $x \longrightarrow 20\%$ $x = \frac{40 \times 20}{80} = 10$

logo $Y = 70+10=80$

10.1) $p(X<50) = \frac{50-30}{80-30} = \frac{2}{5}$

10.2) $E(X) = \frac{30+80}{2} = 55$