

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENSINO SECUNDÁRIO DE MATEMÁTICA
APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS
(CÓDIGO DA PROVA 835) – 1ª FASE – 23 DE JUNHO 2016**

1. Considerando as preferências dos 900 internautas considerados na tabela 1, obtém-se:

$$\text{Banda A : } 200 \times 4 + 400 \times 3 + 300 \times 1 = 2\,300 \text{ pontos}$$

$$\text{Banda B: } 200 \times 3 + 400 \times 4 + 300 \times 2 = 2\,800 \text{ pontos}$$

$$\text{Banda C: } 200 \times 2 + 400 \times 2 + 300 \times 4 = 2\,400 \text{ pontos}$$

$$\text{Banda D: } 200 \times 1 + 400 \times 1 + 300 \times 3 = 1\,500 \text{ pontos}$$

A afirmação I é falsa porque a Banda C nunca poderá atuar em primeiro lugar. Para que isso acontecesse teria que obter entre os 100 internautas que falta considerar, mais 401 pontos do que a Banda B, aquela que obtém maior pontuação nos dados relativos à tabela 1

Ora na pior das hipóteses ter-se-ia a banda B na 4ª preferência para esses 100 internautas e a banda C em 1ª preferência, ficando assim, no final:

$$\text{Banda B: } 2\,800 + 100 \times 1 = 2\,900 \text{ pontos}$$

$$\text{Banda C: } 2\,400 + 100 \times 4 = 2\,800 \text{ pontos}$$

Não podendo, portanto, a Banda C ultrapassar a Banda B em nenhum caso.

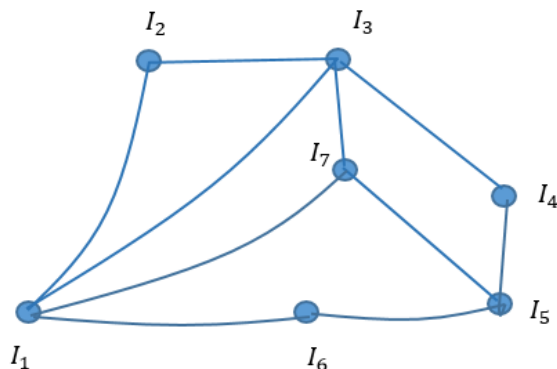
Quanto à afirmação II, mostra-se também que ela é falsa, uma vez que, basta considerar que, por exemplo, os internautas colocam a Banda A como sua 1ª preferência e a Banda C como sua 2ª preferência. Neste caso teremos no final:

$$\text{Banda A: } 2\,300 + 100 \times 4 = 2\,700 \text{ pontos}$$

$$\text{Banda C: } 2\,400 + 100 \times 3 = 2\,700 \text{ pontos}$$

Registando-se um empate entre a pontuação atribuída às Bandas A e C e contrariando por isso a afirmação que estabelece que tal empate nunca seria possível.

2. Um grafo que modele o mapa do recinto é dado por:



A afirmação do vigilante equivale a dizer que o grafo que representa a situação não é um grafo de Euler, isto é, não possui um circuito de Euler. Ora, para que um grafo conexo admita pelo menos um circuito de Euler, é condição necessária e suficiente que todos os vértices tenham um grau par. No grafo que representa a situação apresentada existem dois vértices de grau ímpar (I_7 e I_5 , ambos com grau 3), assim podemos concluir que não é possível encontrar um percurso que percorra todos os troços sem repetir nenhum, iniciando e terminando na mesma infraestrutura.

Para que o vigilante percorra todos os troços, iniciando e terminando a vistoria junto da mesma infraestrutura, repetindo o menor número possível de troços ele terá que eulerizar o grafo respetivo, o que é equivalente a duplicar a aresta $I_7 I_5$, que une os dois vértices com grau ímpar.

Um percurso possível será assim, por exemplo:

$I_1 I_2 I_3 I_1 I_7 I_3 I_4 I_5 I_7 I_5 I_6 I_1$

3. O custo total, em euros, do aluguer do palco principal do MaréFest é dado pela seguinte soma:

$$\text{Custo total} = U + D + M$$

O número de dias do aluguer será 6, sendo que irão ser necessários 8 funcionários para as 5 horas totais de montagem e desmontagem do palco. O número de km irá ter um custo de $25€$ nos primeiros $30 km$ e os restantes $20 km$ irão ser pagos a $27,5€$. Logo e recorrendo às indicações do enunciado:

$$U = 1250 \times n.º \text{ de dias} = 1250 \times 6 = 7500€$$

$$D = n.º \text{ de km} \times \text{valor do km} = 30 \times 25 + 20 \times 27,5 = 1300€$$

Segundo a tabela apresentada e cruzando as informações, podemos verificar que o custo de cada hora irá ser de 150€ pelo que:

$$M = n.º \text{ de funcionários} \times n.º \text{ de horas} \times \text{valor de cada hora} = \\ = 8 \times 5 \times 150 = 6000€$$

Assim, o custo do aluguer do palco é dado por:

$$\text{Custo total} = 7500 + 1300 + 6000 = 14800€$$

4. Usando o Algoritmo descrito, o processo inicia-se com o Barros a escolher uma parcela do recinto. Como o Gomes decidiu retificar a parcela que o Barros começou por escolher e mais nenhum representante o procedeu desta forma, podemos concluir que foi atribuído ao Gomes a primeira parcela do recinto dividida pelos representantes.

Visto que Gomes foi eliminado do processo, segundo a ordem definida antes de se iniciar o processo, o primeiro a escolher na segunda fase irá ser o Lemos (pessoa que se segue a Gomes).

Visto que depois da sua escolha mais ninguém retificou a parcela, o Lemos irá ser o segundo a quem esta vai ser atribuída.

Por último, o processo é iniciado com a seguinte ordem de escolhas: Barros, Fernão e Santos. Visto que Santos é a pessoa que se segue a Lemos (já eliminado), este inicia a terceira parte do processo. Seguindo a ordem definida inicialmente, Barros retifica a parcela escolhida por Santos e, depois de passar para Fernão, Fernão decide voltar a retificar a parcela de terreno. Uma vez que a ronda termina em Fernão e este decidiu retificar, a terceira parcela do recinto irá ser atribuída à última pessoa que retificou, ou seja, Fernão.

Concluindo, nas primeiras três voltas foram atribuídas parcelas do recinto aos seguintes intervenientes (por esta ordem):

Gomes – Lemos – Fernão

5.

5.1. Total de presenças na tenda Dance: $1540+2720 = 4260$

Total de presenças nas duas tendas: $1540+2720+840+680=5780$

$$P = \frac{4260}{5780} \times \frac{4259}{5779} \approx 0,54 = 54\%$$

A probabilidade de ambos estarem na tenda Dance é de aproximadamente 54%.

$$5.2. \quad \begin{array}{l} 5780 \text{ ----- } 80\% \\ X \text{ ----- } 100\% \end{array}$$

$$X = \frac{100 \times 5780}{80} = 7225 \text{ pessoas no total das 3 tendas}$$

$0.2 \times 7225 = 1445 \rightarrow$ pessoas na tenda Tecno

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \times 1445 = 578 \rightarrow \text{homens na tenda Tecno}$$

Estiveram 578 homens na tenda Tecno.

5.3. tenda Chill: $840 + 680 = 1520$

$$\hat{p} = \frac{680}{1520}$$

$$z = 1,645$$

$$n = 1520$$

$$\left[\frac{680}{1520} - 1.645 \sqrt{\frac{\frac{680}{1520} \left(1 - \frac{680}{1520}\right)}{1520}}, \frac{680}{1520} + 1.645 \sqrt{\frac{\frac{680}{1520} \left(1 - \frac{680}{1520}\right)}{1520}} \right] =]43\%, 47\%[$$

6.

$$6.1. \quad 90 = \frac{75 + 77 + 77 + 80 + 80 + 83 + x + 88 + 93 + 99 + 100 + 100 + 102 + 105 + 105}{15}$$

$$\Leftrightarrow 90 \times 15 = 1264 + x \Leftrightarrow x = 1350 - 1264 \Leftrightarrow x = 86$$

Logo $a = 6$

6.2. Introduzindo os valores presentes na figura 2 numa lista da calculadora calculam-se as estatísticas relativas a 2010, substituindo o valor de x por 88. Obtêm-se para o primeiro quartil: 80 e para a mediana: 88. Em 2011 o primeiro quartil é 80 e a mediana 100. Pode-se então dizer que a afirmação é verdadeira porque a diferença entre o primeiro quartil e a mediana é menor em 2010 do que em 2001

$$88 - 80 = 8 \rightarrow \text{para 2010}$$

$$100 - 80 = 20 \rightarrow \text{para 2011}$$

Ou seja, os dados estão mais concentrados em 2010 do que em 2011 entre o primeiro quartil e a mediana.

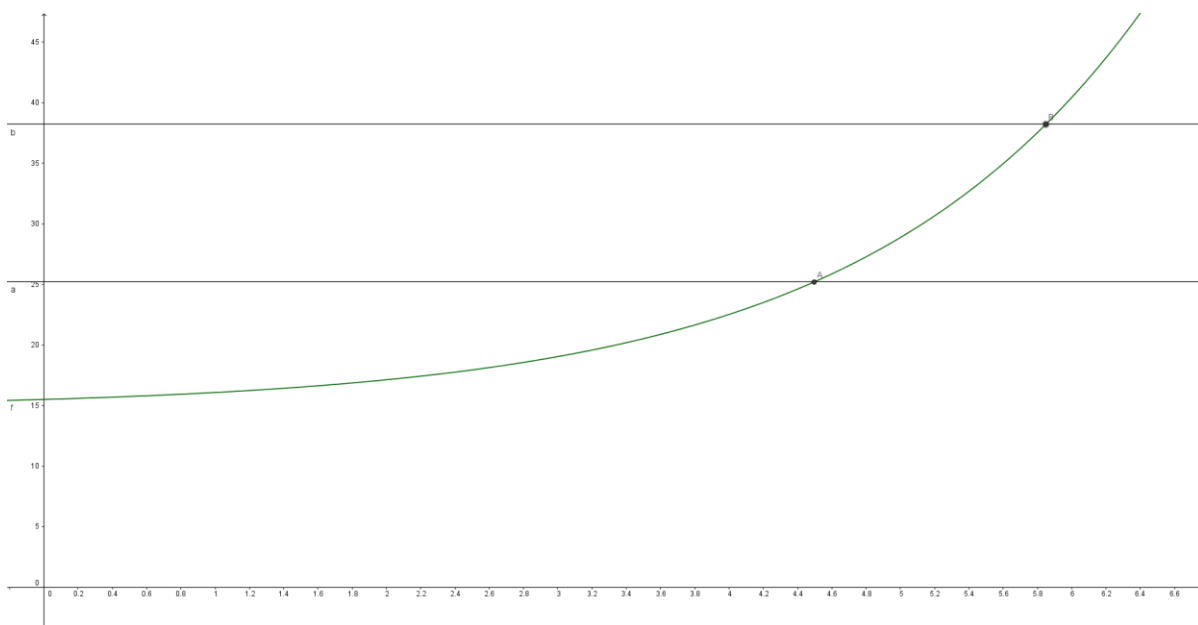
7.

7.1. 22h00 corresponde a $t = 2$

$$r(2) = 14,8 + 0,7e^{0,6 \cdot 2} \approx 17,1\%$$

A percentagem de ouvintes da rádio às 22 horas foi de 17,1%

7.2.



Introduzindo a expressão de r na calculadora e também as retas $y = 25,2$ e $y = 38,2$ ($25,2 + 13 = 38,2$)

Calculam-se os pontos de interseção obtendo $A(4,5; 25,2)$ e $B(5,8; 38,2)$.

4,5 corresponde a 4h e 30 minutos após as 20h00, ou seja, a 0 horas e 30 minutos

5,8 corresponde a 5h e 48 minutos após as 20h00, ou seja, 1 hora e 48 minutos

$$(0,8 \times 60 = 48)$$

Pode-se, assim, concluir que a atuação da banda iniciou-se às 0 horas e 30 minutos e terminou à 1 hora e 48 minutos.

FIM