

---

EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

---

**Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais**

---

11.º Ano de Escolaridade

---

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

---

**Prova 835/1.ª Fase**

---

Critérios de Classificação

11 Páginas

---

**2014**

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas.

A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração.

É classificada com zero pontos qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto deve ter em conta a organização dos conteúdos e a utilização da linguagem científica adequada.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação devem ser classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentam, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora deve ter em conta a apresentação de todos os elementos recolhidos na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação e as desvalorizações a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e de resposta extensa que envolvam a realização de cálculos.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplos: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora», «na sua resposta, deve»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.

Situação	Classificação
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta deve ser pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado, que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas devem ser pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

Situação	Classificação
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não deve ser desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

### 1.1. .... 20 pontos

Aplicar o método descrito ..... 15 pontos

Comparar L com S ..... 4 pontos

Apresentar o número de votos em L na 1.<sup>a</sup> linha ..... 1 ponto

Apresentar o número de votos em S na 1.<sup>a</sup> linha ..... 1 ponto

Indicar que L é o vencedor ..... 2 pontos

Comparar L com R ..... 4 pontos

Apresentar o número de votos em L na 1.<sup>a</sup> linha ..... 1 ponto

Apresentar o número de votos em R na 1.<sup>a</sup> linha ..... 1 ponto

Indicar que L é o vencedor ..... 2 pontos

Comparar L com V ..... 4 pontos

Apresentar o número de votos em L na 1.<sup>a</sup> linha ..... 1 ponto

Apresentar o número de votos em V na 1.<sup>a</sup> linha ..... 1 ponto

Indicar que L é o vencedor ..... 2 pontos

Indicar o tema vencedor (L) ..... 3 pontos

Determinar o vencedor por maioria simples (**ver nota**) ..... 4 pontos

Calcular a percentagem de L (20%) ..... 1 ponto

Calcular a percentagem de S (41%) ..... 1 ponto

Calcular a percentagem de V (39%) ..... 1 ponto

Indicar o tema vencedor (S) ..... 1 ponto

Concluir ..... 1 ponto

[O vencedor não é o mesmo.]

**Nota** – Se a resposta não apresentar os valores das percentagens mas apresentar uma justificação correta para a indicação do tema vencedor por maioria simples, a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.

### 1.2. .... 20 pontos

Calcular o número total de alunos (662) ..... 2 pontos

Calcular o divisor padrão (18,914) ..... 4 pontos

Calcular as quotas padrão ..... 4 pontos

Indicar, para cada ano de escolaridade, o número de calculadoras gráficas igual à parte inteira da quota padrão ..... 4 pontos

Indicar os anos que recebem as calculadoras gráficas que restam ..... 2 pontos

Indicar o número máximo de calculadoras gráficas que os alunos de cada ano de escolaridade podem requisitar, a partir do final do primeiro período ..... 4 pontos

[9.º ano de escolaridade (6); 10.º ano de escolaridade (11); 11.º ano de escolaridade (9); 12.º ano de escolaridade (9)]

<b>2.</b> .....	<b>15 pontos</b>
Aplicar o algoritmo .....	11 pontos
Ordenar as distâncias entre cada par de pavilhões, pela ordem crescente da sua grandeza .....	2 pontos
Indicar, para cada distância, o par de pavilhões que lhe corresponde .....	3 pontos
Construir um grafo que apresente as ligações mínimas necessárias. ....	6 pontos
Indicar o número mínimo de metros de cabo de fibra ótica necessários (1510 m) ..	2 pontos
Calcular o custo mínimo da instalação do cabo de fibra ótica (5134 euros) .....	2 pontos

<b>3.1.1.</b> .....	<b>10 pontos</b>
Apresentar as listas introduzidas na calculadora ( <b>ver nota 1</b> ) .....	2 pontos
Indicar o valor de $a$ (3) .....	4 pontos
Indicar o valor de $b$ ( <b>ver nota 2</b> ) .....	4 pontos

**Notas:**

1. Se a resposta não apresentar as listas introduzidas na calculadora mas apresentar uma expressão correta do modelo, a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.
2. Se a resposta apresentar o modelo  $P(t) = a \times e^{bt}$  e o valor 0,373 para  $b$ , OU o modelo  $P(t) = a \times b^t$  e o valor 1,452 para  $b$ , a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.

<b>3.1.2.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Identificar o número de micro-organismos contabilizados na água, em milhares de milhões por $\text{cm}^3$ , no instante em que se adicionou a substância (19,39) ..	4 pontos
Calcular um oitavo do número de micro-organismos contabilizados na água, em milhares de milhões por $\text{cm}^3$ , no instante em que se adicionou a substância ..	3 pontos
Apresentar a representação gráfica de $M(t)$ .....	6 pontos
Apresentar uma representação gráfica com a curva característica de um modelo exponencial .....	4 pontos
Apresentar uma representação gráfica que respeita os pontos relevantes do modelo $M(t)$ .....	2 pontos
Apresentar uma janela de visualização adequada à resolução .....	2 pontos
Indicar, para as abcissas, um intervalo que permita visualizar a evolução do modelo $M(t)$ .....	1 ponto
Indicar, para as ordenadas, um intervalo que permita calcular o número mínimo de dias necessários para que o número de micro-organismos presentes na água seja inferior a um oitavo do número de micro-organismos que tinham sido contabilizados na água no instante em que se adicionou a substância .....	1 ponto
Calcular o número de dias (26) .....	5 pontos

<b>3.2.</b> .....	<b>15 pontos</b>
Determinar o valor patrimonial tributário .....	6 pontos
Efetuar a multiplicação $A \times Ca \times Cl \times Cq \times Cv \times Vc$ .....	3 pontos
Arredondar $V_t$ para a dezena de euros imediatamente superior (246 530 euros) .....	3 pontos
Mostrar que 0,6% do valor patrimonial tributário corresponde à multiplicação do valor patrimonial tributário arredondado por 0,006 (ou equivalente) .....	6 pontos
Indicar o valor do IMI que o Francisco deverá pagar em 2014 (1479,18 euros)...	3 pontos

<b>4.1.</b> .....	<b>15 pontos</b>
Apresentar a tabela de frequências absolutas simples .....	6 pontos
Identificar os valores distintos que surgem na amostra .....	2 pontos
Identificar os valores das frequências absolutas simples ( <b>ver nota 1</b> )	4 pontos
Apresentar o diagrama de barras .....	9 pontos
Marcar no eixo das abcissas os valores distintos da variável .....	1 ponto
Marcar no eixo das ordenadas os valores das frequências absolutas simples .....	1 ponto
Marcar barras de altura igual aos valores de cada uma das frequências absolutas simples ( <b>ver nota 2</b> ) .....	7 pontos

**Notas:**

1. Se a resposta não apresentar todos os valores corretos das frequências absolutas simples, a pontuação máxima a atribuir neste passo é 2 pontos.
2. Se a resposta não apresentar os valores com frequência nula, entre o mínimo e o máximo da amostra, ou apresentar um histograma, a pontuação máxima a atribuir neste passo é 3 pontos.

<b>4.2.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Construção do diagrama de extremos e quartis .....	14 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Se o examinando não recorrer à calculadora:

Indicar o valor mínimo (0) .....	1 ponto
Indicar o valor máximo (8) .....	1 ponto
Apresentar evidência do processo utilizado para determinar os quartis e a mediana .....	1 ponto
Indicar o valor do 1.º quartil (1) .....	2 pontos
Indicar o valor da mediana (2,5) .....	2 pontos
Indicar o valor do 3.º quartil (4) .....	2 pontos
Apresentar o diagrama de extremos e quartis .....	5 pontos

## 2.º Processo

Se o examinando recorrer à calculadora:

Apresentar a(s) lista(s) introduzida(s) na calculadora .....	1 ponto
Indicar o valor mínimo (0).....	1 ponto
Indicar o valor máximo (8) .....	1 ponto
Indicar o valor do 1.º quartil (1) .....	2 pontos
Indicar o valor da mediana (2,5) .....	2 pontos
Indicar o valor do 3.º quartil (4) .....	2 pontos
Apresentar o diagrama de extremos e quartis .....	5 pontos
Concluir .....	6 pontos
Indicar que os valores máximos são diferentes .....	2 pontos
Indicar que os valores da mediana são diferentes .....	2 pontos
Indicar que os valores do 3.º quartil são diferentes .....	2 pontos

### 4.3. .... 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

#### 1.º Processo

Se o examinando não recorrer à calculadora:

Identificar os valores de $n$ e $z$ para um intervalo com 95% de confiança .....	2 pontos
$n$ (40) .....	1 ponto
$z$ (1,960) .....	1 ponto
Calcular o valor de $\bar{x}$ .....	3 pontos
Apresentar evidência do uso da fórmula da média .....	1 ponto
Apresentar o valor de $\bar{x}$ (2,675) .....	2 pontos
Calcular o valor de $s$ .....	4 pontos
Apresentar evidência do uso da fórmula do desvio padrão .....	2 pontos
Apresentar o valor de $s$ ( <b>ver nota 1</b> ).....	2 pontos
Calcular os extremos do intervalo de confiança ( <b>ver nota 2</b> ) .....	6 pontos

#### 2.º Processo

Se o examinando recorrer à calculadora:

Identificar os valores de $n$ e $z$ para um intervalo com 95% de confiança .....	2 pontos
$n$ (40) .....	1 ponto
$z$ (1,960) .....	1 ponto
Apresentar a(s) lista(s) introduzida(s) na calculadora .....	1 ponto
Apresentar o valor de $\bar{x}$ (2,675) .....	3 pontos
Apresentar o valor de $s$ ( <b>ver nota 1</b> ).....	3 pontos
Calcular os extremos do intervalo de confiança ( <b>ver nota 2</b> ) .....	6 pontos



**Notas:**

1. Se a resposta apresentar o valor 1,9025, ou o valor 1,9267, para o desvio padrão, a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.
2. Se a resposta apresentar o valor 1,9025, para o desvio padrão, e o intervalo ]2,085; 3,265[ OU o valor 1,9267, para o desvio padrão, e o intervalo ]2,078; 3,272[, a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.

**5.1. .... 15 pontos**

Determinar a quantidade de GPL abaixo da qual o alarme é acionado (840) .... 3 pontos

Considerando-se a variável aleatória normal  $X$ : «a quantidade de GPL no depósito».

Indicar  $P(760 < X < 840) \approx 0,6827$  ..... 3 pontos

Indicar  $P(800 < X < 840) \approx 0,34135$  ..... 3 pontos

Escrever  $P(X > 840) = 0,5 - P(800 < X < 840)$  ..... 3 pontos

Obter  $P(X > 840)$  (15,87%) ..... 3 pontos

**5.2. .... 20 pontos**

Considerando-se os seguintes acontecimentos:

$A$ : «o veículo ser abastecido de GPL»

$\bar{A}$ : «o veículo ser abastecido de gasolina»

$B$ : «o condutor optar por abastecimento com lavagem»

$\bar{B}$ : «o condutor optar por abastecimento sem lavagem»

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Calcular  $P(B)$  ..... 13 pontos

Escrever  $P(A) = 0,78$  ..... 1 ponto

Identificar  $P(B|A)$  (0,20) ..... 3 pontos

Obter  $P(\bar{A})$  (0,22) ..... 3 pontos

Obter  $P(B|\bar{A})$  (0,37) ..... 3 pontos

Escrever  $P(B) = P(A) \times P(B|A) + P(\bar{A}) \times P(B|\bar{A})$

(**ver nota**) ..... 1 ponto

Obter  $P(B)$  (0,2374) ..... 2 pontos

Calcular  $P(B \cap \bar{A})$  ..... 4 pontos

Escrever  $P(B \cap \bar{A}) = P(\bar{A}) \times P(B|\bar{A})$  (**ver nota**) ..... 1 ponto

Obter  $P(B \cap \bar{A})$  (0,0814) ..... 3 pontos

Calcular  $P(\bar{A}|B)$  (34,29%) ..... 3 pontos

**Nota** – Se a resposta não apresentar a expressão mas apresentar o valor correto da probabilidade, a pontuação a atribuir neste passo não deve ser desvalorizada.

**2.º Processo**

Escrever $P(A) = 0,78$ .....	1 ponto
Identificar $P(B A)$ (0,20) .....	3 pontos
Calcular $P(A \cap B)$ (0,156) .....	1 ponto
Obter $P(\bar{A})$ (0,22) .....	3 pontos
Identificar $P(\bar{B}   \bar{A})$ (0,63) .....	2 pontos
Calcular $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ (0,1386) .....	1 ponto
Obter $P(B \cap \bar{A})$ (0,0814) .....	4 pontos
Obter $P(B)$ (0,2374) .....	2 pontos
Calcular $P(\bar{A}   B)$ (34,29%) .....	3 pontos

**5.3. .... 15 pontos**

Determinar $P(A)$ .....	6 pontos
Escrever $0,60 + 0,50 - (1 - 0,15)$ (ou equivalente) .....	4 pontos
Obter $P(A)$ (0,25) .....	2 pontos
Determinar $P(B)$ .....	6 pontos
Escrever $1 - (0,50 + 0,15)$ (ou equivalente) .....	4 pontos
Obter $P(B)$ (0,35) .....	2 pontos
Concluir .....	3 pontos
[O acontecimento mais provável é o $B$ .]	

## COTAÇÕES

1.		
1.1.	.....	20 pontos
1.2.	.....	20 pontos
		<hr/>
		<b>40 pontos</b>
2.	.....	15 pontos
		<hr/>
		<b>15 pontos</b>
3.		
3.1.		
3.1.1.	.....	10 pontos
3.1.2.	.....	20 pontos
3.2.	.....	15 pontos
		<hr/>
		<b>45 pontos</b>
4.		
4.1.	.....	15 pontos
4.2.	.....	20 pontos
4.3.	.....	15 pontos
		<hr/>
		<b>50 pontos</b>
5.		
5.1.	.....	15 pontos
5.2.	.....	20 pontos
5.3.	.....	15 pontos
		<hr/>
		<b>50 pontos</b>
		<hr/>
	<b>TOTAL</b> .....	<b>200 pontos</b>