



## Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

10.º e 11.º Anos de Escolaridade

Prova 835/2.ª Fase

Critérios de Classificação

10 Páginas

**2013**

### COTAÇÕES

1.		
1.1.	.....	20 pontos
1.2.	.....	20 pontos
1.3.	.....	15 pontos
		<b>55 pontos</b>
2.	.....	15 pontos
		<b>15 pontos</b>
3.		
3.1.	.....	10 pontos
3.2.	.....	15 pontos
3.3.	.....	20 pontos
		<b>45 pontos</b>
4.		
4.1.	.....	25 pontos
4.2.	.....	15 pontos
4.3.	.....	15 pontos
		<b>55 pontos</b>
5.		
5.1.	.....	15 pontos
5.2.	.....	15 pontos
		<b>30 pontos</b>
	<b>TOTAL</b> .....	<b>200 pontos</b>

**A classificação da prova deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.**

## **CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO**

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto na grelha de classificação.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Até ao ano letivo 2013/2014, na classificação das provas, continuarão a ser consideradas corretas as grafias que seguirem o que se encontra previsto quer no Acordo de 1945, quer no Acordo de 1990 (atualmente em vigor), mesmo quando se utilizem as duas grafias numa mesma prova.

Os critérios de classificação das respostas aos itens apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

Nos itens que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea do desempenho no domínio específico da disciplina e no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa. A avaliação do desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa faz-se de acordo com os níveis a seguir apresentados.

<b>Níveis</b>	<b>Descritores</b>
<b>3</b>	Texto bem estruturado e linguisticamente correto*, ou com falhas esporádicas que não afetem a inteligibilidade do discurso.
<b>2</b>	Texto bem estruturado, mas com incorreções linguísticas que conduzam a alguma perda de inteligibilidade do discurso. OU Texto linguisticamente correto, mas com deficiências de estruturação que conduzam a alguma perda de inteligibilidade do discurso.
<b>1</b>	Texto com deficiências de estruturação e com incorreções linguísticas, embora globalmente inteligível.

\* Por «texto linguisticamente correto» entende-se um texto correto nos planos da sintaxe, da pontuação e da ortografia.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Na resposta aos itens, caso o examinando apresente elementos em excesso face ao solicitado e tais elementos piorem a consistência da resposta e/ou afetem a caracterização do desempenho, a resposta deve ser classificada com zero pontos.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação da resposta a um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A pontuação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às diferentes etapas, à qual se subtrai, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto na situação 12.
2. Pontuação de uma etapa dividida em passos.	A pontuação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível.  A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.
3. Classificação da resposta a um item ou pontuação de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas.  À classificação/pontuação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto se ocorrer um erro ocasional num cálculo.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correto.  O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, se a resolução do item exige cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada de acordo com os critérios específicos.
6. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa.*	A etapa é pontuada com zero pontos.
7. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa que não envolva cálculos e/ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a pontuação total para ela prevista.  Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos.
8. Transposição incorreta de dados do enunciado e/ou transposição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se o grau de dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas.  Se o grau de dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade diminuir, a pontuação máxima a atribuir a esta(s) etapa(s) deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista; – na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade não diminuir, esta(s) deve(m) ser pontuada(s) de acordo com os critérios específicos de classificação.

\* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas», por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
9. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo na resolução de uma etapa.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação;</li> <li>– se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</li> </ul>
10. Ocorrência de um erro ocasional que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades na resolução de uma etapa.	<p>A pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação;</li> <li>– se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</li> </ul>
11. Resolução incompleta de uma etapa.	<p>Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</p>
12. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorreto.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.</p>
13. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>
14. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [exemplo: «15» em vez de «15 metros»].	<p>A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a cotação total para ela prevista.</p>
15. Apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ser apresentado o valor exato.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>
16. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

### 1.1. .... 20 pontos

Apresentar a distribuição dos 8 mandatos pelas listas A, B, C e D utilizando o método de Hondt ..... 8 pontos

Dividir o número de votos da lista A por 2 e por 3 ..... 2 pontos

Dividir o número de votos da lista B por 2 e por 3 ..... 2 pontos

Indicar os mandatos ..... 4 pontos

[Lista A (3 mandatos); lista B (3 mandatos); lista C (1 mandato); lista D (1 mandato).]

Apresentar a distribuição dos 8 mandatos pelas listas A, B, C e D utilizando o método de Hamilton ..... 10 pontos

Calcular o número total de votos (3435) ..... 1 ponto

Calcular o divisor padrão (429,375) ..... 1 ponto

Calcular as quotas padrão ..... 4 pontos

Indicar os mandatos ..... 4 pontos

[Lista A (3 mandatos); lista B (2 mandatos); lista C (2 mandatos); lista D (1 mandato).]

Concluir ..... 2 pontos

[A lista C poderia aumentar o número de mandatos, supondo que se concretizava a alteração.]

### 1.2. .... 20 pontos

Calcular o valor global atribuído aos bens por cada lista ..... 1 ponto

Determinar a porção justa para cada lista ..... 6 pontos

Calcular a percentagem de votos de cada lista ..... 4 pontos

Calcular a porção justa de cada lista ..... 2 pontos

Distribuir os bens pelas listas ..... 2 pontos

Apurar o valor a pagar ou a receber por cada lista ..... 4 pontos

Apurar o excesso ..... 1 ponto

Distribuir o excesso pelas listas ..... 4 pontos

Indicar o bem e o valor final a pagar ou a receber por cada lista ..... 2 pontos

[O automóvel é atribuído à lista B e o computador é atribuído à lista D. A lista A recebe o valor correspondente a 5500,80 euros; a lista B paga o valor correspondente a 9216,00 euros; a lista C recebe o valor correspondente a 3290,40 euros; a lista D recebe o valor correspondente a 424,80 euros.]

**1.3. .... 15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Referir que  $H$  e  $D$  são independentes se  $P(H \cap D) = P(H) \times P(D)$  (**ver nota**) 2 pontos

Calcular  $P(H \cap D)$   $\left(\frac{50}{687}\right)$  ..... 5 pontos

Calcular  $P(H)$   $\left(\frac{478}{1145}\right)$  ..... 3 pontos

Calcular  $P(D)$   $\left(\frac{37}{229}\right)$  ..... 3 pontos

Calcular  $P(H) \times P(D)$   $\left(\frac{17686}{262205}\right)$  ..... 1 ponto

Concluir que  $H$  e  $D$  não são independentes ..... 1 ponto

**2.º Processo**

Referir que  $H$  e  $D$  são independentes se  $P(H | D) = P(H)$  (ou  $P(D | H) = P(D)$ ) (**ver nota**) ..... 2 pontos

Calcular  $P(H | D)$  (ou  $P(D | H)$ ) ..... 9 pontos

Apresentar, corretamente, o número de casos favoráveis ..... 4 pontos

Apresentar, corretamente, o número de casos possíveis ..... 5 pontos

Calcular  $P(H)$  (ou  $P(D)$ ) ..... 3 pontos

Concluir que  $H$  e  $D$  não são independentes ..... 1 ponto

**Nota** – Se o examinando concluir que  $H$  e  $D$  não são independentes, pois  $P(H \cap D) \neq P(H) \times P(D)$ , ou  $P(H | D) \neq P(H)$ , ou  $P(D | H) \neq P(D)$ , a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.

**2. .... 15 pontos**

Referir que um percurso que cumpra, em simultâneo, as três condições corresponde a um circuito de Euler ..... 5 pontos

Justificar, recorrendo à condição necessária e suficiente, o facto de o grafo não admitir circuitos de Euler ..... 10 pontos

Referir a existência de vértices de grau ímpar ..... 5 pontos

Referir a condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler ..... 5 pontos

**3.1. .... 10 pontos**

Identificar  $t = 38$  ..... 3 pontos

Escrever  $N(38) = 678,211 \times e^{0,065 \times 38}$  (**ver nota**) ..... 5 pontos

Obter  $N = 8018$  ..... 2 pontos

**Nota** – Se o examinando não apresentar  $N(38) = 678,211 \times e^{0,065 \times 38}$  mas apresentar a linha da tabela relativa ao número de habitantes para o ano 2018, ou se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.

**3.2. .... 15 pontos**

Apresentar as listas introduzidas na calculadora (**ver nota 1**) ..... 2 pontos

Indicar o valor de  $a$  (90) ..... 6 pontos

Associar o valor de  $a$  ao crescimento anual do número de habitantes da localidade (**ver nota 2**) ..... 7 pontos

**Notas:**

1. Se o examinando não apresentar as listas introduzidas na calculadora mas apresentar o valor correto de  $a$ , a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.
2. Se o examinando associar o crescimento anual do número de habitantes da localidade recorrendo apenas a  $y(1) - y(0)$ , ou equivalente, a pontuação máxima a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

**3.3. .... 20 pontos**

Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora ..... 16 pontos

Apresentar uma janela de visualização adequada à resolução .... 4 pontos

Indicar, para as abcissas, um intervalo que permita visualizar a evolução do modelo  $N$  ..... 2 pontos

Indicar, para as ordenadas, um intervalo que permita visualizar o valor 7000 ..... 2 pontos

Apresentar o gráfico de  $N(t) = 678,211 \times e^{0,065t}$  ..... 6 pontos

Apresentar o gráfico de  $y = 7000$  (ou equivalente) ..... 2 pontos

Assinalar a intersecção ..... 4 pontos

Indicar o ano pedido (2016) ..... 4 pontos

**4.1. .... 25 pontos**

Apresentar os dados das Tabelas 5 e 6 num diagrama de dispersão ..... 7 pontos

Identificar corretamente os eixos ..... 2 pontos

Marcar corretamente os pontos ..... 5 pontos

Determinar o valor do coeficiente de correlação linear entre as variáveis *número total de pontos de acesso à rede postal* ( $x$ ) e *densidade postal* ( $y$ ), incluindo o ano 2001 ..... 4 pontos

Apresentar as listas introduzidas na calculadora ..... 2 pontos

Indicar o valor do coeficiente de correlação ..... 2 pontos

Apresentar a simulação do efeito da exclusão do ano 2001 no valor do coeficiente de correlação linear e na reta de regressão  $y = ax + b$  ..... 8 pontos

Apresentar as listas introduzidas na calculadora ..... 2 pontos

Indicar o valor do coeficiente de correlação ..... 2 pontos

Mostrar o efeito causado na reta de regressão ..... 4 pontos

Referir o efeito da exclusão do *outlier* quando se pretende fazer previsões ..... 6 pontos

Na resposta a esta etapa, são apresentados os seguintes tópicos:

- aumento do ajuste da reta aos restantes pontos do diagrama de dispersão;
- aumento da fiabilidade da previsão.

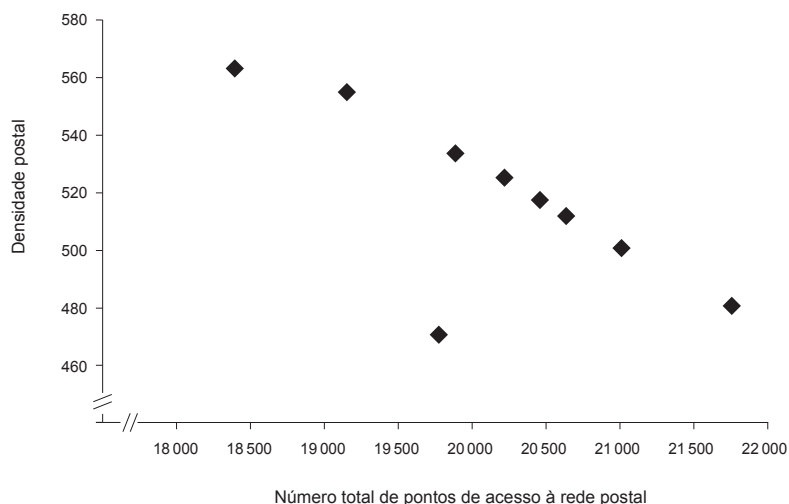
A classificação desta etapa faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos.

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa			Níveis*		
			1	2	3
Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina					
Níveis	2	Apresenta os dois tópicos.	4	5	6
	1	Apresenta apenas um tópico.	1	2	3

\* Descritores apresentados nos Critérios Gerais de Classificação.

Exemplo de resposta (**ver nota**).

O diagrama de dispersão seguinte inclui os dados das Tabelas 5 e 6, relativos ao número total de pontos de acesso à rede postal e à densidade postal, em cada ano, de 2001 a 2009.



Na calculadora, com os dados da Tabela 5 na lista 1 (número total de pontos de acesso à rede postal) e com os dados da Tabela 6 na lista 2 (densidade postal), incluindo o ano 2001, obtém-se, aproximadamente, o valor  $-0,728$  para o coeficiente de correlação linear entre as variáveis. Mas, se se introduzirem na calculadora os dados da Tabela 5 na lista 1 (número total de pontos de acesso à rede postal) e os dados da Tabela 6 na lista 2 (densidade postal) excluindo o ano 2001, obtém-se, aproximadamente, o valor  $-0,992$  para o coeficiente de correlação linear entre as variáveis, e também se verifica que o valor de  $a$  passa de  $-0,022$  para  $-0,025$  e que o valor de  $b$  passa de  $970,216$  para  $1036,193$ , aproximadamente.



Obtém-se, assim, uma reta de regressão mais ajustada aos restantes pontos do diagrama de dispersão, pelo que, excluindo o ano 2001, se obtém um aumento da fiabilidade da previsão se se pretender efetuar previsões a partir da reta de regressão.

**Nota** – Se o examinando apresentar uma resposta equivalente, considerada cientificamente válida, os elementos de resposta cientificamente válidos devem ser pontuados segundo procedimentos análogos aos previstos nestes critérios de classificação.

**4.2.** ..... **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Se o examinando não recorrer à calculadora:

Calcular o valor de  $a$  ..... 6 pontos

Escrever

$$\bar{x} = \frac{531+518+481+535+493+500+490+525+502+493+550+a}{12}$$

(ou equivalente) ..... 2 pontos

Substituir  $\bar{x}$  por 512,5 (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter o valor de  $a$  (532) ..... 2 pontos

Calcular o desvio padrão do número de habitantes servidos por cada um dos pontos de acesso do concelho ..... 9 pontos

Apresentar evidência do uso da fórmula de cálculo do desvio padrão ..... 2 pontos

Indicar o valor do desvio padrão (**ver nota**) ..... 7 pontos

**2.º Processo**

Se o examinando recorrer à calculadora:

Calcular o valor de  $a$  ..... 6 pontos

Escrever

$$\bar{x} = \frac{531+518+481+535+493+500+490+525+502+493+550+a}{12}$$

(ou equivalente) ..... 2 pontos

Substituir  $\bar{x}$  por 512,5 (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter o valor de  $a$  (532) ..... 2 pontos

Calcular o desvio padrão do número de habitantes servidos por cada um dos pontos de acesso do concelho ..... 9 pontos

Apresentar a lista introduzida na calculadora ..... 2 pontos

Indicar o valor do desvio padrão (**ver nota**) ..... 7 pontos

**Nota** – Se o examinando apresentar o valor 21, ou o valor 22, para o desvio padrão, a pontuação a atribuir não deve ser desvalorizada.

**4.3. .... 15 pontos**

- Identificar a média amostral ..... 3 pontos
- Identificar os valores de  $n$  e de  $z$  para um intervalo com 90% de confiança ..... 2 pontos
- $n$  (200) ..... 1 ponto
- $z$  (1,645) ..... 1 ponto
- Calcular o valor do desvio padrão amostral ..... 10 pontos
- Escrever  $550 - 1,645 \times \frac{s}{\sqrt{200}} = 546$
- (ou  $550 + 1,645 \times \frac{s}{\sqrt{200}} = 554$ ) (ou equivalente) ..... 5 pontos
- Obter  $s = \frac{4 \times \sqrt{200}}{1,645}$  ..... 3 pontos
- Obter o valor de  $s$  (34) ..... 2 pontos

**5.1. .... 15 pontos**

- Indicar a duração da viagem, em minutos ..... 3 pontos
- Indicar  $P(X > 21) = 50\%$  (ou equivalente) ..... 3 pontos
- Indicar  $P(13 < X < 29) \approx 95,45\%$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Indicar  $P(21 < X < 29) \approx \frac{95,45}{2}\%$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Escrever  $P(X > 29) = P(X > 21) - P(21 < X < 29)$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Obter  $P(X > 29)$  ( $\approx 2,28\%$ ) ..... 3 pontos

**5.2. .... 15 pontos**

- Calcular  $P(X > 25)$  ..... 5 pontos
- Indicar  $P(17 < X < 25) \approx 68,27\%$  (ou equivalente) ..... 1 ponto
- Indicar  $P(X < 17 \vee X > 25) \approx 31,73\%$  (ou equivalente) .... 2 pontos
- Obter  $P(X > 25)$  ( $\approx \frac{31,73}{2}\%$ ) (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Escrever apenas  $0,15865 \times 0,15865 \times 0,84135$  (ou equivalente) ..... 4 pontos
- Escrever  $0,15865 \times 0,15865 \times 0,84135 \times 3$  (ou equivalente) ..... 4 pontos
- Obter o valor aproximado para a probabilidade pedida (6%) ..... 2 pontos